

IGAによるコンクリート構造物の損傷を考慮した流体-構造連成解析手法の構築

中央大学大学院 学生会員 ○ 吉田 也真都
茨城大学 正会員 車谷 麻緒
日本大学 正会員 長谷部 寛
中央大学 正会員 樫山 和男

1. はじめに

地震大国である日本では津波による構造物の甚大な被害が想定されており、流体力の衝突による構造物の破壊メカニズムを解明することは重要な課題である。著者らはこれまで、FEMによるコンクリート構造物の損傷を考慮した流体-構造連成解析手法の構築⁽¹⁾を行ってきた。しかし、FEMでは用いる基底関数によって要素分割を行うため、CADのSpline関数によって設計される構造物の曲面部で形状誤差が生じてしまう。この問題を解決する手法として、IGA(Isogeometric Analysis)⁽²⁾が近年注目を浴びている。IGAではCADの形状表現に使われるSpline関数を形状関数に用いるため、CADで設計された曲面を有する構造物に対しても形状誤差なく解析を行える。また、CADデータから解析メッシュを直接取得できるため、CADでの設計から解析までをシームレスに行える。

本研究では、流体解析にVOF法に基づく安定化有限要素法を、構造解析に等方性損傷モデルを用いたIGAを適用することで、IGAによる構造物の損傷を考慮した流体-構造連成解析手法の構築を行った。また、数値解析例としてコンクリート円柱を有する三次元ダムブレイク問題を取り上げることで本手法の妥当性の検証を行った。

2. 数値解析手法

(1) 流体解析手法

VOF法による自由表面流れ解析の支配方程式は流れ場の支配方程式であるNavier-Stokes方程式(1)、連続式(2)とVOF関数の支配方程式である移流方程式(3)である。

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - f_i \right) + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u_i \frac{\partial \phi}{\partial x_i} = 0 \quad (3)$$

ここで、 ρ は密度、 u_i は流速、 f_i は物体力、 p は圧力、 μ は粘性係数、 ϕ はVOF関数である。

離散化手法には空間方向の離散化にSUPG/PSPG法に基づく安定化有限要素法、時間方向の離散化にCrank-Nicolson法を適用することで、自由表面流れ解析を行う。

(2) 構造解析手法

本研究では車谷らによって考案された等方性損傷モデル⁽³⁾を組み込むことで、損傷を考慮した動的構造解析を行う。等方性損傷モデルは、損傷した要素の弾性係数を低下させることで間接的に損傷を表現する。等方性損傷モデルを用いた動的構造解析の支配方程式は、運動中の平衡方程式(4)、歪み-変位関係式(5)、等方性損傷モデルを考慮した応力-歪み関係式(6)である。

$$-\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0 \quad (4)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (5)$$

$$\sigma_{ij} = (1 - D) c_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (6)$$

ここで、 ρ は構造物の密度、 u は変位、 σ は応力、 ε はひずみ、 c は弾性係数テンソル、 $D(0 \leq D \leq 1)$ は損傷変数である。この損傷変数 D は式(7)のように定義される。

$$D(\kappa) = 1 - \frac{\kappa_0}{\kappa} \exp \left(-\frac{E \kappa_0 h_e}{G_f} (\kappa - \kappa_0) \right) \quad (7)$$

ここで、 κ は変形履歴における等価歪みの最大値、 κ_0 は破壊発生歪み、 E は弾性係数、 h_e は要素サイズ、 G_f は破壊エネルギーである。この損傷変数 D は0であれば損傷していない、1であれば完全に損傷している状態を示す。等方性損傷モデルの詳細については参考文献⁽⁴⁾を参照されたい。

離散化手法としては、空間方向の離散化にNURBS関数を用いたGalerkin法、時間方向の離散化にNewmarkの β 法を適用する。ここで、NURBS関数はCox-de Boorの漸化式(8)によって定義される三方向のB-Spline基底関数 N, M, L によって、式(9)のように定義される。

$$N_{i,0}(\xi) = \begin{cases} 1 & \xi_i \leq \xi < \xi_{i+1} \\ 0 & \text{上記以外} \end{cases} \quad (p=0)$$

$$N_{i,p}(\xi) = \frac{\xi - \xi_i}{\xi_{i+p} - \xi_i} N_{i,p-1}(\xi) + \frac{\xi_{i+p+1} - \xi}{\xi_{i+p+1} - \xi_{i+1}} N_{i+1,p-1}(\xi) \quad (p=1, 2, 3, \dots) \quad (8)$$

$$R_{i,j,k}^{p,q,r}(\xi, \eta, \zeta) = \frac{N_{i,p}(\xi) M_{j,q}(\eta) L_{k,r}(\zeta) w_{i,j,k}}{\sum_{\hat{i}=1}^n \sum_{\hat{j}=1}^m \sum_{\hat{k}=1}^l N_{\hat{i},p}(\xi) M_{\hat{j},q}(\eta) L_{\hat{k},r}(\zeta) w_{\hat{i},\hat{j},\hat{k}}} \quad (9)$$

KeyWords: 流体-構造連成解析, IGA, NURBS, 等方性損傷モデル

連絡先: 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 TEL: 03-3817-1815 Email: a16.yhft@g.chuo-u.ac.jp

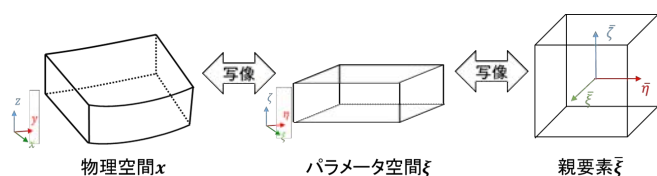


図-1 IGA における変数変換

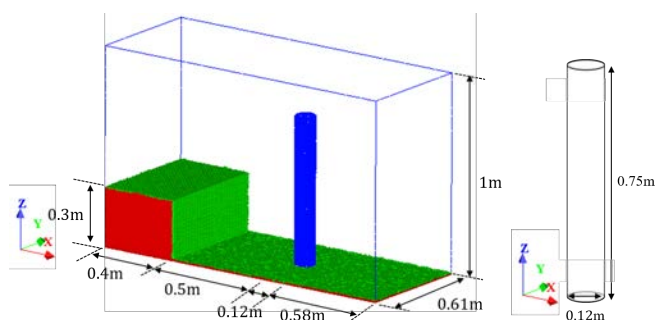


図-2 解析モデル

ここで、 ξ, η, ζ は B-Spline 基底関数 N, M, L を決定するパラメータ空間の座標であるノット、 i, j, k は N, M, L を表現する物理空間の座標である制御点の番号、 p, q, r は N, M, L の次数、 n, m, l は N, M, L の制御点数、 w は各制御点に付与される重みである。

NURBS 関数は式 (9) に示す通り、パラメータ空間であるノットの関数によって定義されるので、係数行列の作成に際して、図-1 に示すよう、物理空間 $\mathbf{x}(x, y, z)$ とパラメータ空間の写像 $\xi(\xi, \eta, \zeta)$ 、そして各要素の積分を数値積分によって行うために、パラメータ空間と親要素 $\bar{\xi}(\bar{\xi}, \bar{\eta}, \bar{\zeta})$ の写像を行う必要がある。物理空間とパラメータ空間の写像関係式、パラメータ空間から親要素への写像関係式はそれぞれ式 (10) と式 (11) に示す通りである。

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^{n_{np}} R_i(\xi, \eta, \zeta) \mathbf{B}_{x_i} \quad (10)$$

$$\xi = \frac{1}{2} \{ (\xi_{i+1} - \xi_i) \bar{\xi} + (\xi_{i+1} + \xi_i) \} \quad (11)$$

ここで、 n_{np} は制御点の総数、 $\mathbf{B}_x$ は制御点の座標である。IGA ではこのように二度の変数変換を施す必要がある。

3. 数値解析例

数値解析例として、図-2 に示す円柱を有するダムブレイク問題を取り上げる。

(1) 解析条件

図-3 に解析メッシュとその拡大図を示す。流体解析のメッシュは四面体一次要素で、最小要素幅が円柱周りで約 2.5mm となっている。境界条件は円柱、壁面、底面に Slip 条件を適用し、水と空気密度と粘性係数は標準大気圧下で 20℃ の値を用いる。

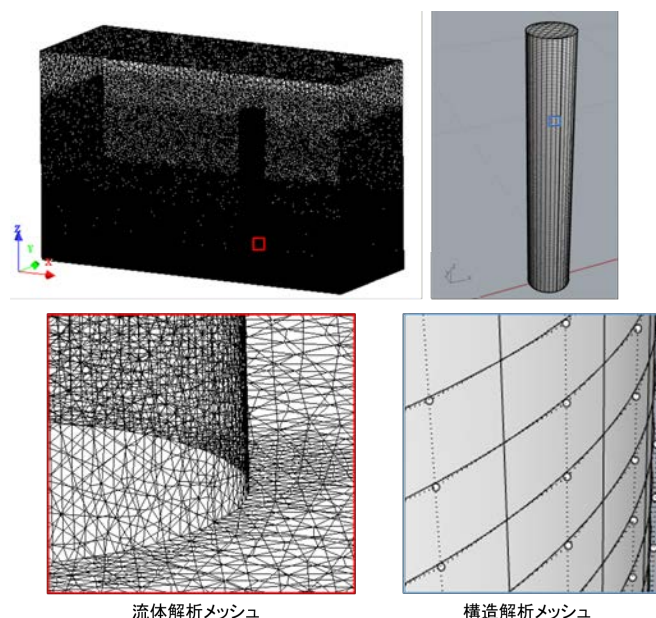


図-3 解析メッシュ

表-1 円柱の材料定数

弾性係数	ポアソン比	圧縮引張強度比	破壊発生ひずみ	破壊エネルギー
30GPa	0.2	10	1.0×10^{-7}	100N/m

構造解析のメッシュは二次の NURBS ソリッド要素で、円柱断面を 64 分割、高さ方向に 75 分割している。境界条件は底面の変位を全方向固定。また、円柱の材料定数は表-1 に示すよう、一般的なコンクリートを想定したが、損傷を確認するため破壊発生歪みを小さく設定する。なお、流体解析、構造解析ともに時間増分は 0.001s とする。

(2) 解析結果

解析結果は講演時に示す。

4. おわりに

本研究では、IGA によるコンクリート構造物の損傷を考慮した流体-構造連成解析手法の構築と妥当性の検証を行った。

今後は実験結果との比較による本手法の定量的な評価、及び複雑な曲面形状を有する構造物を対象とした解析を行う予定である。

参考文献

- 1) 金澤功樹, 凌国明, 車谷麻緒, 樫山和男: 等方性損傷モデルを用いた三次元流体-構造連成解析手法の構築, 第 47 回土木学会関東支部技術研究発表会講演概要集, I-19, 2020
- 2) T.J.R.Hughes, J.A.Cottrell and Y.Bazilevs: Isogeometric analysis: CAD, finite elements, NURBS, exact geometry and mesh refinement, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.194, pp.4135-4195, 2005.
- 3) 車谷麻緒, 寺田賢二郎, 加藤準治, 京谷孝史, 樫山和男: コンクリートの破壊力学に基づく等方性損傷モデルの定式化とその性能評価, 日本計算工学会論文集, 13 巻, 2013, No. 20130015.