

分散不均一性を考慮した時系列モデルによる水位の再現精度に関する研究

中央大学 学生会員 ○阪井 瑞季

中央大学 正会員 小山 直紀

中央大学 フェロー会員 山田 正

1. はじめに

近年、我が国は、毎年の様に洪水災害に見舞われており、これらの水害は人命や経済に大きな影響を与えている。水文データが不足している流域では、物理的な背景に基づいた流出モデルによる水位予測が難しいという現状があるため、我が国の中小河川や新興国等では、水文データが十分に得られていない。そのため、洪水被害を軽減させる方法として、ハード対策と併せてソフト対策も充実させていくことが必要であると考えられている。そこで、小山・山田¹⁾は、降雨データの精度に関わらず構築可能な、水位データのみを入力情報とする多変量自己回帰モデルによる洪水予測手法を提案した。しかし、提案手法は、過去のデータを用いているため、ハイドログラフの立ち上がりでは誤差が大きいことを問題点で挙げている。そこで、本研究では、その誤差について分析し、修正する手法について検討を行った。

2. VAR モデルによる再現精度の検証

統計モデルのうち、現象を過去のデータと関連付け、現象の予測や制御のために用いられているのが時系列解析である。まず、最も基本的な時系列解析に用いられている自己回帰モデル式を(1)式に示す。

$$h_n = \sum_{i=1}^N a_i h_{n-i} + \varepsilon_n \quad (1)$$

(1)式は水位時系列 h_n を過去の水位時系列 h_{n-i} にパラメータ a_i を掛けたものとホワイトノイズ ε_i の線形和で表したものである。 N は次数であり、考慮する過去のデータである。次数 N は、赤池²⁾によって考案された赤池情報量基準AIC(Akaike Information Criterion)を用いた適合度評価の結果より、12とした。

しかし、河川の流量は様々な支川より上流から下流に集っており、それぞれの地点における流量は相互に関連していると考えられる。そこで、自己回帰モデルを拡張し、それぞれの支川の影響を含めたものを表現した式が(2)式である。

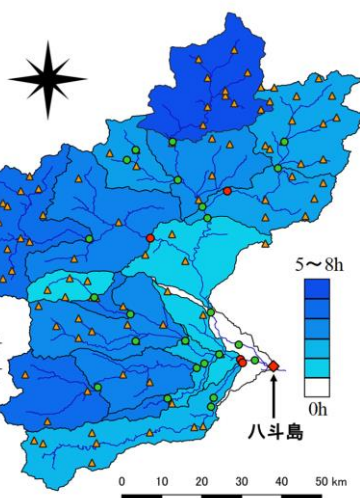


図-1 利根川上流域

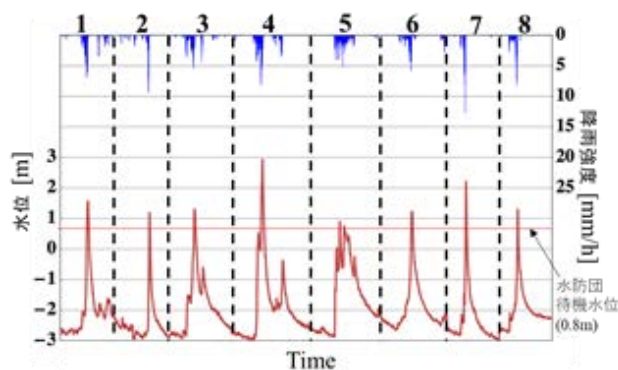


図-2 2002 年から 2018 年までの八斗島地点における水防団待機水位を超えた洪水(全 8 イベント)

$$\mathbf{h}_n^p = \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^P \mathbf{a}_{pl}^i \mathbf{h}_{n-i}^l + \varepsilon_n^p \quad (2)$$

(2)式は(1)式を一般化したものであり、VARモデルと呼ばれる。ここで、 N :モデルの次数、 P :使用する水位の数、 $\mathbf{h}_n^p$: n 時刻における p 地点水位、 $\mathbf{a}_{pl}^i$: i 時刻前における p 地点水位に対する l 地点水位の影響。また、パラメータの推定は、最小二乗法によって行った。

図-1はVARモデルによる再現計算を行う上で対象とした流域の利根川上流域である。既往論文⁴⁾に倣い、使用する観測所は赤点で示している。また、パラメータ推定に用いたイベントを図-2に示す。この中で、1つのイベントを再現イベントとし、それ以外の

キーワード VAR モデル, GARCH モデル, 再現精度

連絡先 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 TEL : 03-3817-1805 E-mail : a17.tmxp@g.chuo-u.ac.jp

ものをパラメータ推定用とする分割交差検定により検証を行った。本論文ではイベント4を例として、解析を行っていく。

図-3は、イベント4における観測値とVARによる再現値である。この図より、ハイドログラフの立ち上がりから、低減期まで精度良く再現できているように見える。そこで、観測値とVARモデルによる再現値の差を取ったものが図-4(青線)である。この図より、観測値と再現値の差の最大値は0.3m程度であり、また、立ち上がりや2山目の立ち上がり付近で誤差が大きいことがわかる。これは、他のイベントにおいても同様の結果であった。ここで、VARモデルは、誤差の部分をホワイトノイズで表現しているため、分散が変化するような時系列は表現することができない。このような誤差は分散不均一性と呼ばれている。この分散不均一性を表現するための代表的なモデルはARCHモデルがあり、より拡張したものにGARCHモデルがある。そこで、この誤差を表現することが可能ならばモデルを用いることで再現値の修正、そして、予測への適用により精度の向上が見込まれる。本論文では、GARCHモデルを用いて、観測値とVARモデルによる誤差の再現計算を行った。

2. GARCH モデルによる誤差の再現精度の検証

GARCHモデルは以下の(4), (5)式で表したものである。

$$\varepsilon_t = v_t \sqrt{\sigma_t} \quad (4)$$

$$\sigma_t = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i} \quad (5)$$

v_t : 相互に独立なホワイトノイズ, パラメータは, $\omega > 0$, $\alpha_i \geq 0$, $\beta_i \geq 0$, $\sum \alpha_i + \sum \beta_i < 1$ を満たす。

本研究では, 1 例として $p=1$, $q=1$ とした。また, パラメータの推定は, 最尤法によって行った。

図-4 の赤線は, 観測値と VAR モデルによる再現値の差に対して, GRACH モデルを適用したものである。この図の赤線を見ると, ほとんど 0 であることがわかる。このことより, GARCH モデルは, 再現値との差を十分に表現できるモデルであることが分かった。また, これは他のイベントにおいても同様であった。

5. まとめ

本研究では, 観測値と VAR モデルによる再現値における誤差に関する分析を行い, ハイドログラフの立ち上がりにおいて, 誤差が大きくなることが分か

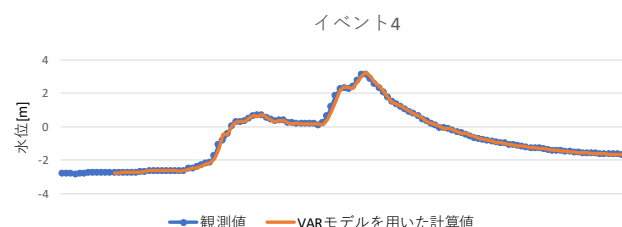


図-3 観測値と VAR モデルを用いた計算値



図-4 観測値と VAR モデルの再現値の差およびその差に GARCH モデルに適用したときの差

り, 分散不均一性を持つことが分かった。そこで, 誤差を修正するために分散不均一性を考慮するために GARCH モデルにより, 誤差の再現精度の検証を行ったところ, 十分な精度を持つことが分かった。

今後は, VAR モデルによる洪水予測の精度向上を目指し, GARCH モデルを洪水予測に適用し, 検証を行っていく。

参考文献

- 1) 小山直紀: 観測水位及び降雨データを用いた時系列解析による実時間洪水予測手法の適用性とその応用に関する研究, 中央大学博士論文, 2020.
- 2) Hirotugu Akaike, A New Look at the Statistical Model Identification, IEEE Trans. Automat. Contrl., NO.6,