

レール継目構造の違いが軌道振動応答に及ぼす影響を評価するための有限要素振動解析法

新潟大学 学生会員 ○福島亮平
新潟大学 正会員 紅露一寛

1. はじめに

国内外の鉄道で多用されているバラスト軌道は、砕石粒子の集合体からなることもあって、車両の走行に伴う繰返し荷重の作用により道床沈下等の漸進的な不可逆変位が発生・進展する¹⁾。特に、レール継目部では、レール継目構造に起因する局所的な軌道剛性の低下により、車両が通過する際において車輪・レール間接触力に衝撃的な動的応答が生じる。その結果、レール継目部近傍で局所的な道床沈下が発生することが指摘されている³⁾。

一般的なレール継目は、継目近傍の支持方法によって支え継ぎ、かけ継ぎの2種類の構造に大別され、継目構造の違いによって継目通過時の衝撃応答の発生には違いが生じる。なお、衝撃輪重の発生の抑制にはロングレール化が有効であるものの、軌道構造の制約からロングレール化が困難な箇所においては、何らかの衝撃応答低減策を講じる必要がある。あわせて、レール継目部の振動応答を定量評価することも重要であろう。

そこで本研究では、レール継目構造の違いが軌道振動応答に及ぼす影響を評価するための有限要素振動解析法を構築する。提案手法は先行研究で提案した手法²⁾を基礎として、縦まくらぎ³⁾を敷設する場合への適用性について配慮した手法とする。提案手法を用いて、軌道の構成部材の力学特性がまくらぎ反力分布の予測結果に及ぼす影響について検討する。

2. 軌道振動解析モデル

本研究では、レール継目部の衝撃応答を評価するために、図1に示す車輪・軌道系の連成振動解析モデルを用いる。

車両の応答は、質点でモデル化した車輪に時間変動のない上載荷重として作用させた上で、一体として一定速度 c で移動させることで表現する。車輪・レール接触力はHertzの弾性接触理論に基づく非線形接触バネでモデル化する。レールはEulerばりでモデル化し、次式のレールの運動方程式を有限要素法で離散化する。

$$\int_0^L EI \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \delta u}{\partial x^2} dx + \int_0^L \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \delta u dx = \sum_{i=1}^{N_w} \delta u(x_i + ct) P_c^{(i)}(t) - \sum_{j=1}^{N_s} \delta u(a_j) F_{rp}^{(j)}(t) \quad (1)$$

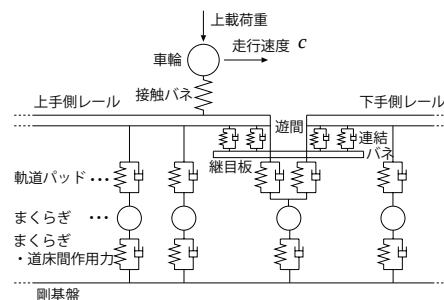


図1 レール継目部のモデル（通常の横まくらぎの場合）

ここで、 t , x はそれぞれ時間変数とレール長手方向の位置変数、 u , δu はそれぞれレールのたわみとその仮想たわみ、 EI , ρ , A はそれぞれレールの曲げ剛性、密度、断面積である。また、 N_w , N_s はそれぞれ車輪とまくらぎの総数、 x_i は各車輪の初期位置、 $P_c^{(i)}$ は各車輪からの接触力、 $F_{rp}^{(j)}$ は各まくらぎからの反力である。

レール継目が存在する場合、継目構造は、図1に示すように遊間を挟んで存在する2本のレール（Eulerばり）と継目板（Eulerばりでモデル化）とをボルト位置で線形バネにより連結したモデルで表現する。なお、レール継目部では、車輪とレールとの接触状態において、レールの不連続箇所の存在によりHertzの接触理論の半無限体近似が成立しない場合や、レール角部との接触が生じ得る。そこで、車輪とレールとの接触状態に応じて、幾何学的関係から定まる車輪・レール間相対変位 δ_c を適切に評価した上で、車輪・レール接触力 P_c は欠損する接触領域の長さに基づく接触バネの低減率 κ ($0 \leq \kappa \leq 1$)を考慮した次式によって簡易に評価する²⁾。

$$P_c = \begin{cases} \kappa \cdot k_c \delta_c^{\frac{3}{2}} & (\delta_c > 0) \\ 0 & (\delta_c \leq 0) \end{cases} \quad (2)$$

ここで、 k_c は車輪とレールのYoung率とPoisson比、接触面の曲率によって定まる接触バネ定数である。

通常の横まくらぎ（以下、通常まくらぎ）は質点で表現し、運動は鉛直方向のみを考えた次式で与える。

$$m_{slp}^{(j)} \ddot{u}_{slp}^{(j)} = F_{rp}^{(j)} - F_{sb}^{(j)} + m_{slp}^{(j)} g \quad (3)$$

ここで、 $m_{slp}^{(j)}$, $u_{slp}^{(j)}$ はそれぞれ通常まくらぎの質量と鉛直変位、 $F_{sb}^{(j)}$ は通常まくらぎ・道床間作用力である。

レール・通常まくらぎ間の相互作用力（軌道パッドの作

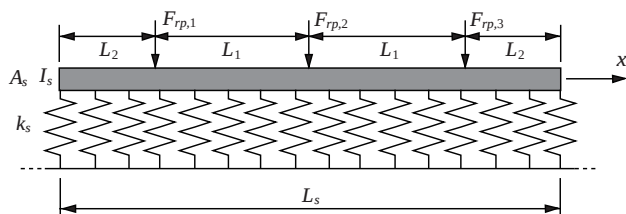


図2 縦まくらぎの振動解析モデル

用力)，および通常まくらぎ・道床間における相互作用力は，それぞれ式 (4)，(5) で表せる。

$$F_{rp}^{(j)} = k_{rp}^{(j)} \delta_{rp}^{(j)} + \eta_{rp}^{(j)} \dot{\delta}_{rp}^{(j)} \quad (4)$$

$$F_{sb}^{(j)} = k_{sb}^{(j)} \delta_{sb}^{(j)} + \eta_{sb}^{(j)} \dot{\delta}_{sb}^{(j)} \quad (5)$$

ここで， $k_{rp}^{(j)}$ ， $\eta_{rp}^{(j)}$ ， $\delta_{rp}^{(j)}$ はそれぞれ軌道パッドのバネ定数と減衰係数，レール・まくらぎ間の相対変位である。また， $k_{sb}^{(j)}$ ， $\eta_{sb}^{(j)}$ はそれぞれまくらぎ・道床間の接触バネ定数，減衰係数であり， $\delta_{sb}^{(j)}$ はまくらぎ・道床間相対変位である。

3. 縦まくらぎの振動解析モデル

縦まくらぎの振動応答は，図2に示すように，Eulerはりばねで支持する解析モデルによって表現する。運動方程式は，縦まくらぎの全長を L_s として次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \int_0^{L_s} E_s I_s(x) \frac{\partial^2 u_{gs}}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \delta u_{gs}}{\partial x^2} dx + \int_0^{L_s} \rho_s A_s(x) \frac{\partial^2 u_{gs}}{\partial t^2} \delta u_{gs} dx \\ = - \int_0^{L_s} [k_s(x) u_{gs} + \eta_s(x) \dot{u}_{gs}] \delta u_{gs} dx + F_{rp,1} \delta u_{gs}(L_2) \\ + F_{rp,2} \delta u_{gs}(L_1 + L_2) + F_{rp,3} \delta u_{gs}(2L_1 + L_2) \end{aligned} \quad (6)$$

ここで， E_s ， ρ_s はそれぞれ縦まくらぎの Young 率と質量密度であり， $A_s(x)$ と $I_s(x)$ はそれぞれ断面積と断面2次モーメントである（図2参照）。また， u_{gs} ， δu_{gs} はそれぞれ縦まくらぎのたわみ，および仮想たわみであり， $k_s(x)$ は縦まくらぎの支持ばね定数， η_s は減衰定数である。 $F_{rp,j}$ はレール締結位置でのレール・まくらぎ間作用力である。式(6)に有限要素近似を適用し，レールほか他の構成部材の支配方程式と同一の時間積分法を適用することで，各時刻における求解方程式が得られる。

4. 解析条件・解析結果

前述の方法による試計算として，レール継目箇所直下に縦まくらぎを敷設した箇所の軌道振動解析を行なう。軌道振動解析では，2.1(m) 間隔で配置された2車輪が50Nレール上を定速 ($c = 30\text{m/s}$) で走行する場合を考える。通常まくらぎは0.6(m) 間隔で配置され，車輪走行方向に対して上手側から昇順で番号を割り振る。解析区間は， $x = 6.0(\text{m})$ を中央点として，この中央点に遊間5[mm]のレール継目が存在するものとした。レールは継目上手側，下手側ともに

表1 軌道振動解析の物性値

(a) レール		(b) 継目板	
E	206 (GPa)	E	206 (GPa)
ρ	7850 (kg/m ³)	ρ	7850 (kg/m ³)
A	64.29×10^{-4} (m ²)	A	67.72×10^{-4} (m ²)
I	1960×10^{-8} (m ⁴)	I	606×10^{-8} (m ⁴)
R	0.3 (m)		
(c) 軌道パッド		(e) 車輪	
k_{rp}	110 (MN/m)	E	206 (GPa)
η_{rp}	98 (kNsec/m)	ν	0.30
(d) 通常まくらぎ		m_w	697 (kg)
m_{slp}	80 (kg)	R_w	0.43 (m)
(f) 縦まくらぎ			
ρ_s	2.5×10^3 (kg/m ³)		
A_s	8.51×10^{-2} (m ²)		
E_s	33 (GN/m ²)		
I_s	2427×10^{-8} (m ⁴)		
k_s	161.92 (MN/m ²)		

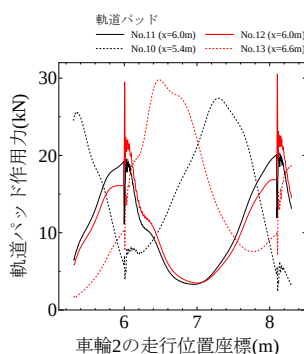


図3 軌道パッド作用力

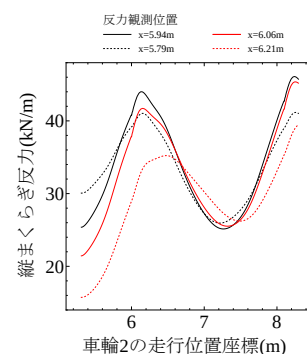


図4 縦まくらぎ反力

6.0(m) ずつに設定し，レール締結位置は，レール継目直下点を含むように0.6(m) で等間隔に配置した。なお，解析では，継目直下点を中央点として長さ1.6(m)のコンクリート製縦まくらぎを配置する場合を検討対象とした。車輪および軌道の各構成要素の物性値は，表1に示す通りである。

図3，図4はそれぞれ車輪2の走行位置と軌道パッド作用力，まくらぎ反力との関係をそれぞれ示す。レール継目直下時に継目直下位置の軌道パッドには40kN強の作用力が生じるため，一般的な横まくらぎでは200kPa程度の鉛直応力がまくらぎ下に作用すると予測される一方，縦まくらぎを導入することで鉛直応力が横まくらぎの場合の1/2以下まで低減されることがわかる。引き続き，レール継目部のレール支持方法や継目近傍の凹凸の有無が衝撃応答に及ぼす影響や，衝撃緩衝材の導入効果などについて検討する。

参考文献

- 国土交通省鉄道局監修，鉄道総合技術研究所編：平成24年1月 鉄道構造物等設計標準・同解説 軌道構造，丸善出版，2012。
- 紅露一寛，阿部和久，石田誠，鈴木貴洋：レール継目部列車走行試験の有限要素シミュレーションとその再現性，土木学会応用力学論文集，Vol.8，pp.1037-1047，2005。
- 輪田朝亮，瀬谷 誠，原田彰久：MTT 施工可能な横圧低減継目グリッドマクラギの開発，JR EAST Technical Review, No.39, pp.63-66, 2012。