

横等方性材料の弾性定数推定法の開発と 有限要素法による検証

群馬大学 大学院理工学府 学生会員 ○大芦健太
群馬大学 大学院理工学府 正会員 斎藤隆泰

1. はじめに

近年, 構造材料として炭素繊維強化プラスチック (CFRP : Carbon Fiber Reinforced Plastics) の利用が進んでいる. CFRP は, 軽量で高い引張り強度を有する等, 力学的に優れた特性を示すものの, 任意の積層構造を持つため, 複雑な音響異方性の性質を示すことで知られる. CFRP 等の異方性材料の性質を明らかにするためには, 弾性定数を決定する必要がある. 従来の異方性材料に対する弾性定数推定手法は, 試験体の一部の切断や, 水浸探傷が必要となる等の方法が取られており, 比較的手間がかかる方法となっている. そのような中, 著者らのグループでは, 画像解析と異方性弾性波動論を駆使した弾性定数推定法を提案している¹⁾. そこで, 本研究では, その方法の画像解析による誤差の検証等に焦点を当て, 参照弾性定数を用いた数値解析により得られた波動伝搬可視化結果に対して, 弾性定数を推定することを試みる. 以下では, 画像解析による誤差の検証を行い, 推定した弾性定数を用いて, 有限要素法による数値シミュレーションを実行し, 参照弾性定数を用いた場合の解析結果と比較することを行う.

2. 対象とする材料

本研究で対象とする材料を図1に示す. 対象とする材料は, 横等方性を有する CFRP とし, 大きさは, 図1のように x_1, x_2 方向に 5cm, x_3 方向に 2cm とした. 横等方性を有する CFRP の参照弾性定数は以下のように設定し, 単位は (GPa) とした.

$$C_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 125.5 & 8.0 & 8.0 & 0 & 0 & 0 \\ & 15.1 & 8.3 & 0 & 0 & 0 \\ & & 15.1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 3.4 & 0 & 0 \\ & \text{sym.} & & & 6.5 & 0 \\ & & & & & 6.5 \end{pmatrix} \quad (1)$$

3. 画像解析による弾性定数の推定

(1) 弾性定数推定のための基礎式

本研究では, まず, 参照弾性定数を元に数値シミュレーションを行い, その波動伝搬可視化結果を利用して, 弾性定数を推定する. CFRP 中を伝搬する超音波の位相速度を, 次節で述べる画像解析により決定できれば, 弾性定数 $C_{\alpha\beta} (\alpha, \beta = 1, \dots, 6)$ は, Christoffel 方程式を解くことで次のように求め

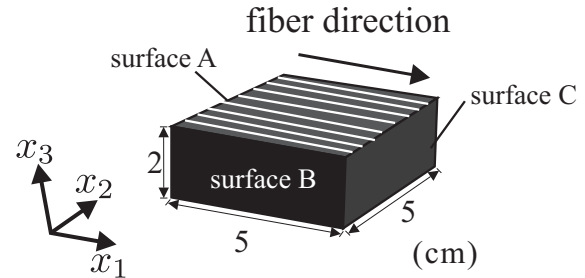


図1 横等方性を有した CFRP

ることができる.

$$C_{11} = \rho V_{L-1}^2 \quad (2)$$

$$C_{22} = \rho V_{L-2}^2 \quad (3)$$

$$C_{33} = \rho V_{L-3}^2 \quad (4)$$

$$C_{44} = \rho V_{T\perp 31-3}^2 = \rho V_{T\perp 12-2}^2 \quad (5)$$

$$C_{55} = \rho V_{T\perp 32-3}^2 = \rho V_{T\perp 12-1}^2 \quad (6)$$

$$C_{66} = \rho V_{T\perp 31-1}^2 = \rho V_{T\perp 32-2}^2 \quad (7)$$

$$C_{23} + C_{44} = \sqrt{(4\rho V_{L-32}^2 - C_{22} - C_{33} - 2C_{44})^2 - (C_{22} - C_{33})^2} / 2 \quad (8)$$

$$C_{13} + C_{55} = \sqrt{(4\rho V_{L-31}^2 - C_{11} - C_{33} - 2C_{55})^2 - (C_{11} - C_{33})^2} / 2 \quad (9)$$

$$C_{12} + C_{66} = \sqrt{(4\rho V_{L-12}^2 - C_{11} - C_{22} - 2C_{66})^2 - (C_{11} - C_{22})^2} / 2 \quad (10)$$

ここで, $V_{L-1}, V_{L-2}, V_{L-3}$ は, それぞれ x_1, x_2, x_3 方向に伝搬する縦波位相速度を表す. $V_{T\perp 31-3} (= V_{T\perp 12-2})$ は x_2 方向に振動し, x_3 方向に伝搬する横波位相速度 (x_3 方向に振動し, x_2 方向に伝搬する横波位相速度), $V_{T\perp 32-3} (= V_{T\perp 12-1})$ は x_1 方向に振動し, x_3 方向に伝搬する横波位相速度 (x_3 方向に振動し, x_1 方向に伝搬する横波位相速度), $V_{T\perp 31-1} (= V_{T\perp 32-2})$ は x_2 方向に振動し, x_1 方向に伝搬する横波位相速度 (x_1 方向に振動し, x_2 方向に伝搬する横波位相速度)を表す. そして, $V_{L-32}, V_{L-31}, V_{L-12}$ は, それぞれ $x_2-x_3, x_1-x_3, x_1-x_2$ 面内を 45 方向に伝搬する縦波位相速度を表している.

(2) 画像解析による弾性定数の推定

弾性定数 $C_{\alpha\beta} (\alpha, \beta = 1, \dots, 6)$ を推定するためには, 密度 ρ は既知であることから, 式 (2)-(10) の超音波の位相速度 V を各々, 求めればよい. 本研究では, 参照弾性定数を用

Key Words: 異方性, 弾性定数推定, 画像解析, 有限要素法

〒376-8515 群馬県桐生市天神町 1-5-1 群馬大学 大学院理工学府 TEL. 0277-30-1610 FAX. 0277-30-1610

いた波動伝搬可視化結果を画像解析することで位相速度を推定し、その結果を式 (2)-(10) に代入して弾性定数を決定する。本研究での弾性定数の推定手順は次の通りである。まず、有限要素解析結果のデータを各時間ステップ毎の画像データとして出力する。次にそれらの画像について、エッジ処理を行うことで、画像データから超音波の波面を抽出する。このとき、時刻が異なる 2 つの画像データを用意し、それぞれの画像について 1 つの着目画素を設定する。そして、それぞれのケースについて、qP 波、qS 波がどのように伝搬したかを画像の差分結果から割り出す。その結果を用いて、2 枚の画像の着目画素位置の差から各超音波の伝搬距離を計算し、データ測定点における時間差から超音波の位相速度を計算する。以上より、画像解析で求めた弾性定数は、以下のように推定できた。また、単位は (GPa) とした。

$$C_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 125.4 & 6.2 & 6.2 & 0 & 0 & 0 \\ & 15.3 & 8.3 & 0 & 0 & 0 \\ & & 15.3 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 3.5 & 0 & 0 \\ & \text{sym.} & & & 6.4 & 0 \\ & & & & & 6.4 \end{pmatrix} \quad (11)$$

式 (11) を式 (1) と比較すると、概ね一致している事がわかる。ただし、本研究では横等方性材料を対象としているため、その性質に習い、 $C_{12}=C_{13}$ 、 $C_{55}=C_{66}$ とした。また、 C_{23} については $C_{23} = C_{22} - 2C_{44}$ を用いて求めた。

(3) 画像解析における誤差の検証

画像解析を行う場合、対象とする解析結果の画像データは格子状に並んだピクセルで近似され、表示される。そのため、波面を測定する際に、着目画素が異なると、求めた位相速度に誤差が生じ、推定した弾性定数にも波及する。例えば、 C_{11} を求める場合、着目画素が 2 つ異なると、位相速度は $\pm 81.1(\text{m/s})$ 程度の誤差が発生する。よって弾性定数 C_{11} も、 $\pm 2.4(\text{GPa})$ 程度の誤差を含む。以上より、他の弾性定数に対しても同様に検討すると、式 (1) の値を真値とすれば、 $C_{22} \pm 0.8$ 、 $C_{33} \pm 0.8$ 、 $C_{44} \pm 0.4$ 、 $C_{55} = C_{66} \pm 0.6$ 、 $C_{12} = C_{13} \pm 5.4$ (単位は GPa) の測定誤差を含む可能性がある。以上の結果より、式 (11) の弾性定数は、画像解析における誤差の範囲内であることが確認できる。

4. 有限要素法 (FEM : Finite Element Method) による超音波伝搬シミュレーションの実行

式 (11) の推定した弾性定数と真値である式 (1) の参照弾性定数を用いて行った有限要素解析結果を比較し、本手法の妥当性を確認する。FEM の詳細については、文献²⁾等を参照されたい。図 2(a)-(c) に式 (1) の参照弾性定数を用いて有限要素法による超音波伝搬シミュレーションを行った結果を、図 2(d)-(f) に式 (11) の推定した弾性定数を用いて

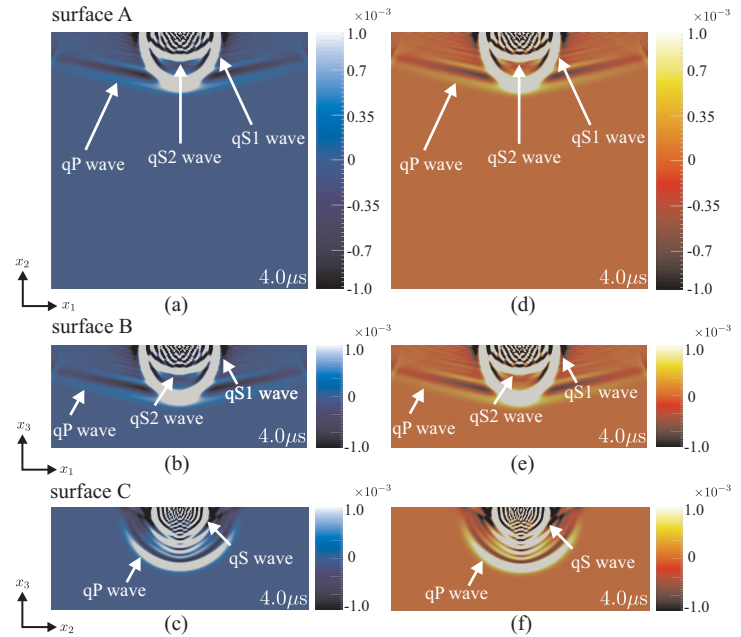


図 2 A, B, C 面での波動伝搬の様子 (a)-(c) 参照弾性定数解析結果 (d)-(f) 推定弾性定数解析結果。

解析した結果を示す。なお、各図の (a) と (d), (b) と (e), (c) と (f) はそれぞれ図 1 における A, B, C 面における超音波伝搬結果を示していることに注意されたい。図 1 の CFRP を有限要素数 $m=3200000$ のボクセル要素で離散化し、密度は $\rho=1600\text{kg/m}^3$ 、解析モデル表面の境界条件は応力フリー、入射波は解析モデルの各面における上部中央に 2MHz の $u^{\text{in}} = \cos(1 - 2\pi\alpha)$ として一波与えた。なお、解析結果は、各面に対しての鉛直方向の変位を可視化している。図 2(a)-(c) と図 2(d)-(f) より、両結果の波動伝搬の傾向は概ね一致しており、推定した弾性定数は概ね妥当であると考えられる。

5. おわりに

横等方性材料の弾性定数を推定する方法を開発した。推定例として、一方向 CFRP を対象に、推定した弾性定数を参照弾性定数と比較することにより、画像解析における誤差の範囲内で正しく推定できる事を確認した。また、FEM を用いた 3 次元超音波伝搬シミュレーションを行い、参照弾性定数を用いた可視化結果と推定した弾性定数を用いた可視化結果を比較することで推定した弾性定数の妥当性を示した。今後は、直交異方性材料等へ本手法を拡張する予定である。

謝辞

本研究の一部は、H30 年度群馬大学元素機能科学プロジェクトの支援により行われた。

参考文献

- 1) T. Saitoh and A. Mori : Development of new elastic constant estimation method using the laser ultrasonic visualization testing, Civil, Architecture and Environmental Engineering, vol.1, pp. 669-674, DOI:10.1201/9781315116259-118, 2017
- 2) 矢川基元・吉村忍共著：計算力学と CAE シリーズ 1 有限要素法, 培風館, 1991