

粒子法を用いた開水路における矩形ブロックの流出シミュレーション

群馬大学 正会員 ○樋口 敬芳
 群馬大学 学生会員 野口 豪気
 群馬大学 正会員 斎藤 隆泰
 群馬大学 正会員 清水 義彦

1. はじめに

近年、上流からの土砂供給の減少等により河床低下が進行している河川は少なくない。堰や床止めなどの段落ち部を有する河川横断構造物は、河床低下が進行すると劣化・損傷が進行し、大きな洪水が流下すると護床工が一気に流失するなどの急激な破壊が危惧される。

堰や床止めなどの河川横断構造物の破壊現象は、流況、河床、さらに護床ブロックが動的に相互作用し合うため、そのような現象は従来利用されてきた方法では対応が難しい点もある。そこで、本研究ではLagrange的な手法である粒子法^{1,2)}に着目する。粒子法は格子を必要としないため、著者らが目指す段落ち部における局所洗掘現象や護床工の流失に追従した流況計算が可能となる利点がある。そこで、本研究では粒子法の利点に着目し、流況と護床ブロックの連成モデルを構築することを目的とする。

2. 数値解析の概要

(1) 粒子法 (E-MPS 法)

本研究では、粒子法の1つであるMPSを圧力に関して陽的に解いたE-MPS法を使用する。流体の支配方程式は次式に示す連続の式とナビエ・ストークス方程式を用いる。

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{g} \quad (2)$$

ここで、 ρ 、 t 、 $\mathbf{u}$ 、 P 、 ν 、 $\mathbf{g}$ は、それぞれ密度、時間、流速、圧力、動粘性係数および重力加速度である。式(2)の離散化や重み関数等のモデルは文献³⁾と同様のものを用いた。E-MPS法の詳細は例えば文献¹⁾等を参照されたい。

(2) 剛体 (矩形ブロック) の計算

剛体の支配方程式は次式に示す並進、回転についての運動方程式である。

$$M \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \mathbf{F} - \mathbf{f} \quad (3)$$

$$I \frac{d\omega}{dt} = N \quad (4)$$

ここで、 M 、 I 、 $\mathbf{V}$ 、 ω はそれぞれ剛体の質量、慣性テンソル、剛体重心の並進速度、回転速度である。また、 $\mathbf{F}$ 、 N はそれぞれ剛体に働く外力とトルク、 $\mathbf{f}$ は底面から剛体に作用する摩擦力である。本研究は、剛体が滑動時に底面から作用を受ける摩擦力を考慮するため、

式(3)に摩擦力 $\mathbf{f}$ を加えた。流体中の剛体と流体の相互作用は、越塚ら¹⁾による弱連成解析の手法を用いる。粒子法では剛体を複数の粒子で表現し、流体との相互作用は次の方法で計算する。初めに、流体粒子と剛体粒子を区別せず計算し、各粒子の運動量、角運動量を計算する。次に、以下の方法で剛体粒子の相対位置を変化させないように、剛体全体として並進運動量と角運動量が保たれるよう各剛体粒子の速度と座標を修正し、 $\mathbf{F}$ 、 N を求める。

$$\mathbf{F} = \sum_i^{rigid} m_{ri} \frac{\hat{\mathbf{v}}_i^{k+1} - \mathbf{v}_i^k}{\Delta t} \quad (5)$$

$$N = \sum_i^{rigid} \left\{ \left(r_{ix}^k - r_{gx}^k \right) \left(m_{ri} \frac{\hat{v}_{iy}^{k+1} - v_{iy}^k}{\Delta t} \right) - \left(r_{iy}^k - r_{gy}^k \right) \left(m_{ri} \frac{\hat{v}_{ix}^{k+1} - v_{ix}^k}{\Delta t} \right) \right\} \quad (6)$$

ここで、 m_{ri} は剛体粒子の質量、 $\mathbf{v}_i^k = (v_{ix}^k, v_{iy}^k)$ 、 $\hat{\mathbf{v}}_i^{k+1} = (\hat{v}_{ix}^{k+1}, \hat{v}_{iy}^{k+1})$ はそれぞれ計算前の剛体粒子速度、計算後の仮の剛体粒子速度であり、 $\mathbf{r}_i^k = (r_{ix}^k, r_{iy}^k)$ 、 $\mathbf{r}_g^k = (r_{gx}^k, r_{gy}^k)$ 、 Δt はそれぞれ計算前の剛体粒子座標、剛体重心座標、時間刻み幅である。摩擦力 $\mathbf{f}$ は以下の通り計算する。

$$\mathbf{f} = \begin{cases} \mu W_w \cos \theta_b & (\text{停止時}) \\ \mu' W_w \cos \theta_b & (\text{運動時}) \\ 0 & (\text{浮遊時}) \end{cases} \quad (7)$$

ここで、 μ 、 μ' はそれぞれ静止摩擦係数、動摩擦係数、 W_w は剛体の水中重量、 θ_b は底面の傾きである。剛体に作用する垂直抗力は、剛体が流体から作用を受ける流体力を考慮すべきであるが、粒子法は現状、圧力攪乱の課題²⁾があるため、本研究では簡便な方法として、式(7)の方法で摩擦力を算定する。式(5)、(6)、(7)を式(3)、(4)に与えることで、剛体の並進速度 $\mathbf{V}^{k+1}$ 、回転速度 ω^{k+1} が求まる。剛体の座標 $\mathbf{r}_i^{k+1}$ は並進運動と回転運動に分離して以下のとおり計算する。回転運動による移動量に関しては、本研究は2次元計算であることから回転行列 $\mathbf{R}$ を用いた。

$$\mathbf{r}_i^{k+1} = \mathbf{r}_i^k + \mathbf{r}_i^{trans} + \mathbf{r}_i^{rot} \quad (8)$$

$$\mathbf{r}_i^{trans} = \mathbf{V}^{k+1} \Delta t \quad (9)$$

$$\mathbf{r}_i^{rot} = \mathbf{R}(\mathbf{r}_i^k - \mathbf{r}_g^k) \quad (10)$$

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$\theta = \omega \Delta t \quad (12)$$

ここで、 $\mathbf{r}_i^{trans}$ 、 $\mathbf{r}_i^{rot}$ は並進運動による剛体粒子の移動量、回転運動による剛体粒子の移動量、 θ は回転角である。

キーワード 粒子法 (E-MPS 法)、流体シミュレーション、護床工、護床ブロック、摩擦力

連絡先 〒376-8515 群馬県桐生市天神町1-5-1 群馬大学大学院理工学府 TEL:0277-30-1610 E-mail:takayoshi.higuchi@tk.pacific.co.jp

表 1 計算ケース

CASE	単位幅流量 q_{in} (m ³ /s/m)	静止摩擦係数 μ	動摩擦係数 μ'
1	0.15	0.8	0.7
2	0.15	0.6	0.5
3	0.20	0.8	0.7
4	0.20	0.6	0.5

3. 矩形ブロックの流出シミュレーション

(1) 計算条件

本研究は鉛直 2 次元数値計算である。本研究は、本モデルを用いた場合の矩形ブロック流出過程における摩擦係数の感度分析を行うため、表 1 に示す 4 ケースの計算を行った。計算範囲は流下方向に 2.0m とし、水路勾配 $I=1/100$ 、下流端は越流条件とした。矩形ブロックは長さ 0.06m、高さ 0.035m とし、その重心を上流から 1.0m の地点に設置した。粒子径 $d=5.0\times 10^{-3}$ m、影響半径 $r_e=1.05\times 10^{-2}$ m、時間刻み幅 $\Delta t=2.0\times 10^{-4}$ sec、音速 $c=10.0$ m/s、動粘性係数 $\nu=1.0\times 10^{-6}$ m²/s とした。水の密度 $\rho_w=1000$ kg/m³、矩形ブロックの密度 $\rho_r=2300$ kg/m³ とした。単位幅流量 q_{in} 、静止摩擦係数 μ 、動摩擦係数 μ' は表 1 のとおりである。また、壁面境界条件として、粒子法計算において一般的に使用される固定型の壁粒子¹⁾を配置した。壁粒子の圧力は、壁面境界における圧力勾配をゼロとするため、壁面境界に面する水粒子の圧力を与えた。計算時間は、助走計算を矩形ブロックが停止した状態において流れが定常になるまで 8 秒行い、その後、本計算を 20 秒行った。

(2) 計算結果

CASE1 の計算結果を図 1 に示す。図 1 は計算開始 20 秒後の矩形ブロック位置と流速を示している。CASE1 は矩形ブロックが滑動と停止を繰り返しながら、本計算開始 20 秒後で約 0.35m 流下した。本モデルにより、流体と剛体の相互間作用を計算する際に、剛体と底面の摩擦力を考慮することにより、摩擦力が流体力に抵抗しながら滑動して流出していく現象を計算することができた。

図 2 に各ケースにおける計算開始からの経過時間と矩形ブロックの縦断方向移動量 ΔX を示す。まず、流量の違いによる矩形ブロックの流出過程を比較するため、CASE1 と CASE3、CASE2 と CASE4 を比較する。同じ摩擦係数を用いた場合、流量が多い CASE3、CASE4 の方が矩形ブロックの移動が速くなる結果となった。これは、流量が多い方が矩形ブロックに作用する流体力が大きくなるためであり、妥当な結果が得られた。次に、摩擦係数の違いによる矩形ブロックの流出過程を比較するため、CASE1 と CASE2、CASE3 と CASE4 を比較する。同じ流量の場合、静止摩擦係数 μ および動摩擦係数 μ' が小さい CASE2、CASE4 の方が矩形ブロックの移動が速くなる結果となった。これは、矩形ブロックに同じ流体力が作用した際、摩擦係数が大きい方が摩擦力

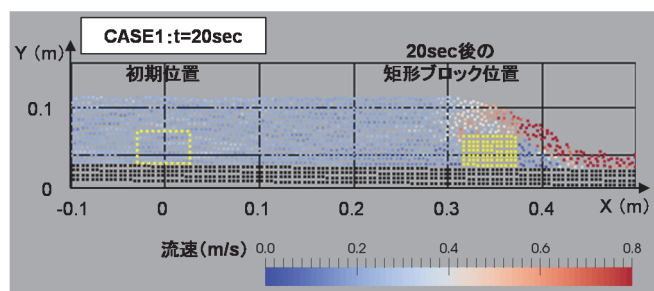


図 1 計算結果

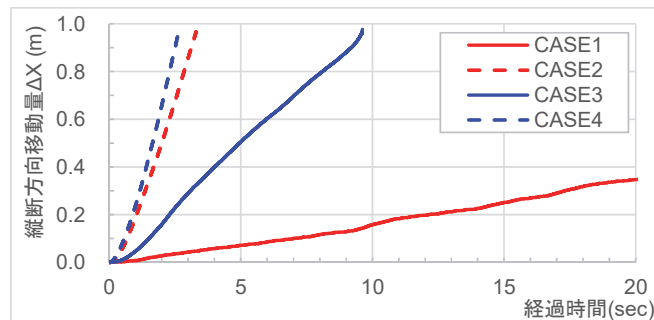


図 2 縦断方向移動量の比較図

は大きくなり、流体力に対する抵抗が大きくなるためであり、妥当な結果が得られた。

以上より、摩擦力を考慮した本モデルにより、流体力および摩擦係数に応じた矩形ブロックの流出現象が計算できることが確認された。

4. まとめ

本研究では、固定床の条件において、粒子法 (E-MPS 法) を用いて開水路内における矩形ブロックを対象とした流出シミュレーションを行った。流量および摩擦係数を変えた矩形ブロックの流出過程の感度分析により、流量および摩擦係数に応じた矩形ブロックの停止、滑動運動をシミュレーションできることを示した。今後は簡易水理模型を用いた矩形ブロックの挙動実験を行い、本モデルの妥当性を検証する予定である。

謝辞

本研究の一部は、国土交通省の河川砂防技術研究開発公募 (研究代表者: 清水義彦) により行われた。また、平成 30 年度高橋産業経済研究財団の研究助成支援 (研究代表者: 斎藤隆泰) の下行われた。ここに謝辞を述べます。

参考文献

- 1) 越塚誠一, 柴田和也, 室谷浩平: 粒子法入門 流体シミュレーションの基礎から並列計算と可視化まで, 丸善出版株式会社, 2014.
- 2) 後藤仁志: 粒子法 連続体・混相流・粒状体のための計算科学, 森北出版株式会社, 2018.
- 3) 樋口敬芳, 片山直哉, 野口豪気, 斎藤隆泰, 清水義彦: 粒子法を用いた段落ち部における波状跳水・潜り噴流のシミュレーションと実験による検証, 土木学会論文集 B1(水工学), Vol.74, No.5, pp.I_661-I_666, 2018.