

Mann-Kendall 検定による東京都の豪雨傾向解析

首都大学東京大学院 都市基盤環境学域 学生員 ○細野 浩那

首都大学東京大学院 都市基盤環境学域 正会員 河村 明

東京都 土木技術支援・人材育成センター 正会員 高崎 忠勝

首都大学東京大学院 都市基盤環境学域 正会員 天口 英雄

1. はじめに

東京都の中小河川では、時間 50mm を超える降雨とそれに伴う浸水被害の増加に伴い、目標整備水準を従来の時間 50mm 降雨から、区部では時間 75mm、多摩部では時間 65mm に引き上げた（以下、「新たな目標整備水準」）¹⁾。新たな目標整備水準では、過去 30 年を超えるデータをもとに計画降雨を設定しているが、近年の豪雨増加を考慮すると降雨特性が変化している可能性がある。そこで本検討では、Seasonal Mann-Kendall 検定により都内の降水量トレンドを把握した。

2. 使用データ及び対象観測所

降水量のトレンド検定は、島嶼部を除く東京都内 10 箇所のアメダスを対象とし、各観測所の月降水量、日降水量の月最大値、1 時間降水量の月最大値、10 分間降水量の月最大値を使用した。検定期間は、過去と近年の豪雨傾向の違いを把握することを目的として、①2008 年～2017 年の 10 年間、②1998 年～2017 年の 20 年間、③1988 年～2017 年の 30 年間、④各観測所においてデータ取得可能な期間とした。表-1 に、観測所毎の各種データの収集期間を示す。

3. Seasonal Mann-Kendall 検定

Seasonal Mann-Kendall 検定は、季節性を考慮してデータの時系列変動を判定するノンパラメトリック法であり、水文時系列データの変動トレンドを検定する際によく使用される手法である^{1),2),3),4)}。本検討では、各月の降水量データ x_m に対して、以下の帰無仮説 H_0 と対立仮説 H_1 を設定して検定を行った。

帰無仮説 H_0 : n 個の時系列データ $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ が独立で同一の確率分布に従う。

対立仮説 H_1 : n 個の時系列データ $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ が同一の確率分布に従わない。

Seasonal Mann-Kendall 検定においては、各月の統計量 S_m は式(1)、式(2)で定義される。

$$S_m = \sum_{k=1}^{n_m-1} \sum_{l=k+1}^{n_m} sgn(x_{ml} - x_{mk})$$
 (1)

$$sgn(x_{ml} - x_{mk}) = \begin{cases} 1 & \text{if } x_{ml} - x_{mk} > 0 \\ 0 & \text{if } x_{ml} - x_{mk} = 0 \\ -1 & \text{if } x_{ml} - x_{mk} < 0 \end{cases}$$
 (2)

ただし、 $l > k$ であり、 n_m は各月のデータ数を示す。

季節性を考慮した統計量 S は、各月の統計量 S_m の総和から求められ、式(3)で表される。

$$S = \sum_{m=1}^{12} S_m$$
 (3)

統計量 S_m の分散 $Var(S_m)$ は式(4)で、季節性を考慮した統計量 S の分散 $Var(S)$ は式(5)で示される。

$$VAR(S_m) = n_m(n_m - 1)(2n_m + 5)/18 - \sum_{p=1}^{g_m} t_{mp}(t_{mp} - 1)(2t_{mp} + 5)/18$$
 (4)

$$VAR(S) = \sum_{m=1}^{12} VAR(S_m)$$
 (5)

ここに、 g_m は各月のデータを降順に整理した際に連続して同じ値が出現する組数、 t_{mp} は各月のデータを降順に整理した際に同じ値が連続して出現する回数を表している。

表-1 観測所毎の各種データの収集期間

観測所名	10分間降水量		1時間降水量		日降水量		月降水量	
	月最大値 (mm/h)		月最大値 (mm/h)		月最大値 (mm/h)		月最大値 (mm/h)	
小河内	2009年～2017年 (9年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)
小沢	2009年～2017年 (9年)	1976年～2017年 (40年)	1976年～2017年 (40年)	1976年～2017年 (40年)	1976年～2017年 (40年)	1976年～2017年 (40年)	1976年～2017年 (40年)	1976年～2017年 (40年)
青梅	2008年～2017年 (10年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)
練馬	2009年～2017年 (9年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)
八王子	2008年～2017年 (10年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)
府中	2008年～2017年 (10年)	1977年～2017年 (41年)	1977年～2017年 (41年)	1977年～2017年 (41年)	1977年～2017年 (41年)	1977年～2017年 (41年)	1977年～2017年 (41年)	1977年～2017年 (41年)
世田谷	2009年～2017年 (9年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)
東京	1940年～2017年 (78年)	1921年～2017年 (97年)	1876年～2017年 (142年)	1876年～2017年 (142年)	1876年～2017年 (142年)	1876年～2017年 (142年)	1876年～2017年 (142年)	1876年～2017年 (142年)
江戸川臨海	2009年～2017年 (9年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)
羽田	2009年～2017年 (9年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)	1976年～2017年 (42年)

表-2 Seasonal Mann-Kendall 検定における $n \leq 10$ の場合の確率値

S	values of n				S	values of n			
	4	5	8	9		6	7	10	
0	0.62500000	0.59200000	0.54800000	0.54000000	1	0.50000000	0.50000000	0.50000000	
2	0.37500000	0.40800000	0.45200000	0.46000000	3	0.36000000	0.38600000	0.43100000	
4	0.16700000	0.24200000	0.36000000	0.38100000	5	0.23500000	0.28100000	0.36400000	
6	0.04200000	0.11700000	0.27400000	0.30600000	7	0.13600000	0.19100000	0.30000000	
8		0.04200000	0.19900000	0.23800000	9	0.06800000	0.11900000	0.24200000	
10			0.13800000	0.17900000	11	0.02800000	0.06800000	0.19000000	
12			0.08900000	0.13000000	13	0.00830000	0.03500000	0.14600000	
14			0.05400000	0.09000000	15	0.00140000	0.01500000	0.10800000	
16			0.03100000	0.06000000	17		0.00540000	0.07800000	
18			0.01600000	0.03900000	19		0.00140000	0.05400000	
20			0.00710000	0.02200000	21		0.00020000	0.03600000	
22			0.00280000	0.01200000	23			0.02300000	
24			0.00087000	0.00630000	25			0.01400000	
26			0.00019000	0.00290000	27			0.00830000	
28			0.00002500	0.00120000	29			0.00460000	
30				0.00043000	31			0.00230000	
32				0.00012000	33			0.00110000	
34				0.00002500	35			0.00047000	
36				0.00000280	37			0.00018000	
					39			0.00005800	
					41			0.00001500	
					43			0.00000280	
					45			0.00000028	

文献5) pp. 272 より引用

n 個の時系列データの総数が 10 より大きい場合は、各月の統計量 S_m 、統計量 S は正規分布に従う⁵⁾。すなわち、統計量を基準化した各月の標準正規変量 Z_m は式(6)、標準正規変量 Z は式(7)で表され、標準正規分布 $N(0, 1)$ に従う。

$$Z = \begin{cases} (S - 1)/[VAR(S)]^{1/2} & \text{if } S > 0 \\ 0 & \text{if } S = 0 \\ (S + 1)/[VAR(S)]^{1/2} & \text{if } S < 0 \end{cases} \quad (6)$$

$$Z_m = \begin{cases} (S_m - 1)/[VAR(S_m)]^{1/2} & \text{if } S_m > 0 \\ 0 & \text{if } S_m = 0 \\ (S_m + 1)/[VAR(S_m)]^{1/2} & \text{if } S_m < 0 \end{cases} \quad (7)$$

ここで、有意水準を α とすると、 $|Z| > Z_{\alpha/2}$ をみたすときに帰無仮説 H_0 が棄却され、トレンドがあるという結論が得られる。すなわち、 $(1-2\alpha)\%$ の信頼度で、 n 個の時系列データはトレンドがあるという結論が得られる。なお、 $S > 0$ なら増加トレンドがあることを、 $S < 0$ なら減少トレンドがあることを示す。これらは、各月の統計量 S_m 及び、各月の標準正規変量 Z_m に対しても同様である。

n 個の時系列データの総数が 10 以下の場合は、表-2 の確率値でトレンドの有無を判定する⁵⁾。

表-3 各観測所の降水量トレンド

対象データ	月降水量				日降水量 月最大値 (mm/h)				1時間降水量 月最大値 (mm/h)				10分間降水量 月最大値 (mm/h)			
検定期間※	①	②	③	④	①	②	③	④	①	②	③	④	①	②	③	④
小河内		▲														
小沢										▲	▲	▲				
青梅																
練馬								▲		▲	▲	▲				
八王子										▲	▲	▲				
府中										▲	▲	▲				
世田谷																
東京																▲
江戸川臨海																
羽田										▲	▲	▲				

▲: 増加トレンド ▼: 減少トレンド 空白: トrendなし □: データなし 【有意水準】 $\alpha=0.01$: ▲ ▼ $\alpha=0.05$: ▲ ▼
 ※検定期間①: 2008年～2017年(10年) ※検定期間②: 1998年～2017年(20年)
 ※検定期間③: 1988年～2017年(30年) ※検定期間④: 各観測所においてデータを取得可能な最大期間

表-4 検定期間④における1時間降水量の月毎のトレンド

対象データ: 1時間降水量月最大値	検定期間: 検定期間④※											
観測所\月	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月
小河内	▲					▲						▲
小沢							▲					▲
青梅			▲			▲						▲
練馬						▲		▲		▲		▲
八王子						▲		▲		▲		▲
府中						▲				▲		▲
世田谷										▲		▲
東京			▲				▲					
江戸川臨海												▲
羽田		▲	▲									▲

▲: 増加トレンド ▼: 減少トレンド 空白: トrendなし □: データなし
 【有意水準】 $\alpha=0.01$: ▲ ▼ $\alpha=0.05$: ▲ ▼
 ※検定期間④: 各観測所においてデータを取得可能な最大期間

4. 降水量トレンド検定結果

表-3 に、各観測所における降水量トレンド検定結果を示す。本検討では、有意水準は $\alpha=0.01, \alpha=0.05$ として降水量のトレンド検定を行った。対象データに注目すると、増加トレンドを多く示したのは1時間降水量のみである。また、検定期間に注目すると、1時間降水量の増加トレンドは検定期間③、検定期間④では多いが、検定期間①では確認されない。したがって、東京都では1時間降水量の増加トレンドが、過去30年よりも長期間では確認されるが、過去10年間といった短期間では存在しないことが確認できた。以上より、東京都において近年降水量の経年的な変動はないことが確認できた。

表-4 に、検定期間④における1時間降水量の月毎のトレンド検定結果を示す。増加トレンドを示した数は27個、減少トレンドを示した数は0個であった。月毎の降水量トレンドの傾向は観測所によって異なるが、東京を除いた観測所において12月に増加トレンドを示すことが確認できた。

5. むすび

本検討では、Seasonal Mann-Kendall 検定による都内の降水量のトレンド把握を行った。検討の結果、東京都においては過去30年間よりも長期間の検定では1時間降水量に増加トレンドが存在するが、過去10年間といった短期間では降水量の増加トレンドが確認されず、近年降水量の経年的な変動がないことを示した。また、月毎の降水量トレンドに注目すると、増加トレンドの傾向は観測所によって異なるが、12月に増加トレンドが多く確認される傾向を示した。

参考文献

- 1) 徐 宗学, 竹内 邦良, 石平 博: 日本の平均気温降水量時系列におけるジャンプ及びトレンドに関する研究, 水工学論文集, 第46巻, pp.121-126, 2002年2月。
- 2) Belle, G.V. and Hughes, J.P.: Nonparametric tests for trend in water quality. *Water Resources Research*, 20 (1), pp. 127-136, 1984.
- 3) Hirsch, R.M, Alexander, R.B. and Smith, R.A: Selection of methods for the detection and estimation of trends in water quality. *Water Resources Research*, 27 (5), pp. 803-813, 1991.
- 4) Berryman, D.B, Bobée, B, Cluis, D, and Haemmerli, J.: Nonparametric tests for trend detection in water quality time series. *Water Resources Bulletin*, 24 (3), pp. 545-556, 1988.
- 5) Richard, O.G.: Statistical Methods for Environmental Pollution Monitoring, pp. 204-240, 1976.