開口合成法と非線形逆散乱解析を組み合わせた 欠陥形状再構成

1. はじめに

本研究では、現場で広く用いられている開口合成法¹⁾を さらに応用し、非線形逆散乱解析と組み合わせることで、よ り高精度な欠陥形状再構成を行う方法を検討する.開口合 成法は、欠陥のおよその位置を特定することはできるもの の、基本的には受信波形の重ねあわせに過ぎないため、欠陥 形状までを特定することはできない.しかしながら、現在の 非破壊検査では、欠陥位置のみならず、欠陥の形状までを推 定することが求められている.そこで、本研究では、既存の 開口合成法に非線形逆散乱解析法を組み合わせることで、欠 陥位置と形状の両者を同時に推定する方法を検討する.な お、本研究では、欠陥形状再構成に必要な欠陥からの散乱波 を求めるために、演算子積分時間領域境界要素法²⁾を用い る.以下では数値解析例を示し、検討手法の有効性や今後の 課題について述べる.

2. 解析モデル

解析モデルは図1に示すように、円筒空洞欠陥に弾性波 を送信し、空洞周囲のN^L 個の観測点 *x*_l(*l* = 1,...,N^L) で 受信した散乱波を用いて欠陥形状や位置を特定する問題で ある. 空洞の半径を *a* とし、対象とする波動は簡単のため SH 波とする.開口合成法では、欠陥のおよその位置を特定 することができるが、欠陥の形状までを特定することはで きない.一方、非線形逆散乱解析法では、欠陥の形状を特定 することはできるものの、欠陥の初期値等を適切に選ぶこ とができなければ、数値解が発散する可能性がある.そこで、 本研究では、まず、開口合成法で欠陥のおよその位置を推定 し、その推定位置を初期値として非線形逆散乱解析法を適 用する.開口合成法の詳細は文献¹⁾を参照頂くとし、本稿で は、ここで用いる非線形逆散乱解析法について簡単に説明 しておく.

3. 非線形逆散乱解析の定式化

欠陥からの散乱波 $u^{sc}(\boldsymbol{x},t)$ は、時間領域積分方程式を用いて次のように書ける.

$$u^{\rm sc}(\boldsymbol{x},t) = -\int_{S} T_{ij}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},t) * u(\boldsymbol{y},t) dS_{y}$$
(1)

ここで, S は欠陥表面, $T_{ij}(x, y, t)$ は 2 次元 SH 波動問題に おける二重層核, * は畳込み積分, u(y, t) は空洞表面におけ る SH 波の変位である. 今, 欠陥は円筒空洞であるため, 欠 ○群馬大学大学院 学生会員 蓑輪里歩 群馬大学大学院 正会員 斎藤隆泰



陥の未知パラメータを半径 r と中心座標 (x_0, y_0) で表現する. 空洞が真の形状・位置にある場合に観測点 x_l で得られる欠陥からの散乱波 $\bar{u}^{sc}(x_l, t)$ を用いて, 次のようなコスト関数 J を定義する.

$$J = \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^{N^T} \sum_{l=1}^{N^L} (u^{\rm sc}(\boldsymbol{x}_l, \alpha \Delta t) - \bar{u}^{\rm sc}(\boldsymbol{x}_l, \alpha \Delta t))$$
(2)

ただし, N^{T} は総時間ステップ数, N^{L} は観測点の総数であ り, 整数 α は観測データの時間方向離散点を表すために導入 したパラメータ, Δt は時間増分である. すなわち, ここで取 り扱う逆問題を式(2) のコスト関数を最小化する問題へと帰 着する. 式(2) において, $F_{l\alpha} = u^{sc}(\boldsymbol{x}_{l}, \alpha \Delta t) - \bar{u}^{sc}(\boldsymbol{x}_{l}, \alpha \Delta t)$ とし, ガウスニュートン法³⁾ を用いて式(2) を最小化する ことを考えれば, 第 k + 1 ステップ目の繰返し計算におい て, 次の式を得る.

$$\boldsymbol{u}^{k+1} = \boldsymbol{u}^{k} - \left[\sum_{\alpha=1}^{N^{T}} \sum_{l=1}^{N^{L}} (\nabla_{\boldsymbol{u}} F_{l\alpha}^{k}) (\nabla_{\boldsymbol{u}} F_{l\alpha}^{k})^{T}\right]^{-1} \sum_{\alpha=1}^{N^{T}} \sum_{l=1}^{N^{L}} F_{l\alpha}^{k} \nabla_{\boldsymbol{u}} F_{l\alpha}^{k} \quad (3)$$

ここで, u は未知パラメータ r, x_0, y_0 を格納したベクトル であり, ()^T は転置, ∇_u は u の成分であるそれぞれの未知 パラメータによる勾配を表す. もし, 欠陥の形状を適切な形 状パラメータを使って表現できれば $\nabla_u F_{l\alpha}$ を解析的に求め ることが可能であろう. ただし, 欠陥の形状が複雑な場合, それは困難となるため, 本研究では $\nabla_u F_{l\alpha}$ の微分は数値的 に求めることとする.

4. 欠陥形状再構成の手順

次に, 欠陥形状再構成の手順について簡単に説明してお

く.まず,欠陥が存在すると思われる適当な領域に対して 開口合成法を適用する.この時,開口合成法で得られた欠 陥の推定位置を非線形逆散乱解析における空洞欠陥の中心 とする.開口合成法では,空洞の半径は推定できないが,通 常の波動問題では対象とする欠陥と入射波の波長は同程 度とすることが多いため,入射波の波長程度を欠陥の初期 半径 r と仮定できる.以上より,検討した初期の空洞半径 r,空洞中心 (x_0, y_0) に対して,演算子積分時間領域境界要 素法を用いて,観測点 $x_l(l = 1, ..., N^L)$ における散乱波 $u_l^{sc}(x_l, \alpha \Delta t)$ を計算する.予め求めておいた真の空洞に対 する散乱波 $\bar{u}_l^{sc}(x_l, \alpha \Delta t)$ を用いて,式(2)と式(3)により最 適化を施すことで,空洞のパラメータ r, x_0, y_0 を決定する ことができる.

5. 数值解析例

以下,数値解析例を示す.図1のように,無限弾性体中に 存在する原点中心,半径 a の空洞(以下,正解空洞と呼ぶ)に よる散乱波 $u^{sc}(x_l,t)$ を受信点 x_l で観測し,観測波形から 欠陥形状等を推定する.受信点 x_l に $x_1 = (-4a, 10a)$ を基 準に水平に間隔 a で取り, $x_1 = (3a, 10a)$ までの合計 8 点考 慮する.入射波は波長 a の平面波 1 波とし, x_2 の正の方向 から x_2 軸に沿って負の方向に伝搬するものとした.なお, 空洞による散乱波形の計算には演算子積分時間領域境界要 素法を用いるが,空洞は 72 個の一定要素で離散化し,総時 間ステップ数 N = 256,時間増分 $c\Delta t/a = 0.15$ とした.以 下で説明する非線形逆散乱解析では,最適化ステップ中に 空洞の大きさが変化する.しかしながら,演算子積分時間領 域境界要素法における要素数等のパラメータは計算の途中 で変更せず,一定とした.

(1) 開口合成法による欠陥位置の推定結果

まず,開口合成法を用いて,およその欠陥位置を推定する. 開口合成法は,観測波形の振幅の重ね合わせ値を,対応する 空間位置にプロットしたものであり,重ね合わせ値が大き い位置が欠陥近傍を示している.図2は,8個の受信点で観 測される全てのデータを使って開口合成法を行い,欠陥位 置を推定した結果を示している.ただし,図2の白実線は正 解空洞を示している.図2より,開口合成結果は正解空洞付 近で大きな値を示しているものの,空洞の形状や位置等を 正確に表現できないことがわかる.

(2) 非線形逆散乱解析結果

次に,非線形逆散乱解析を用いて正解空洞を推定する.式 (2)のコスト関数が $\epsilon = 1.0e - 2$ を下回った場合に,式(3)の 繰返し計算は終了し,推定結果が十分に正解空洞に近づい たとみなすこととする.先に説明した図2における開口合 成結果の最大値は $(x_1, x_2) = (-0.2a, 0.4a)$ である.そこで, 空洞パラメータの初期値を $(r, x_0, y_0) = (1.2a, -0.2a, 0.4a)$ として非線形逆散乱解析を実行することとする.なお,初期



図2開口合成結果.



半径 r = 1.2a については入射平面波の波長よりやや大き めの値とした. 図3 に最適化ステップ中の空洞の位置や大 きさの遷移状態を示す. ただし, 図3 における赤実線は正解 空洞を示している. 図3より, k = 1の初期パラメータを与 えた空洞は, 空洞半径や中心を変えながら, 各最適化ステッ プとともに, 正解空洞に近づき, 最終的には正解空洞に一致 していることがわかる. 正解空洞に一致するまでに要した 最適化ステップは40 回程度であった.

おわりに

開口合成法と非線形逆散乱解析を用いて,未知の空洞を 再構成することを行った.開口合成法の結果を参考に非線 形逆散乱解析における初期パラメータを決定し,非線形逆 散乱解析を実行することで,空洞欠陥の大きさや位置を決 定することができた.今後は,3次元問題や弾性波動場を扱 う場合へと拡張する予定である.

参考文献

- 木本和志・松江剛士・廣瀬壮一:数値シミュレーションを用いた開口合成法の欠陥形状再構成能に関する研究,応用力学論文集,Vol.7,pp.91-96, 2008.
- 2) 斎藤隆泰・石田貴之・福井卓雄・廣瀬壮一: 演算子積分法およ び高速多重極法を用いた新しい二次元時間領域動弾性境界要 素法について,応用力学論文集,土木学会,Vol.11, pp. 193-200, 2008.
- 3) 金谷健一:これなら分かる最適化数学,共立出版,2005.