

土粒子間に形成される間隙径分布の算出方法の検討

前橋工科大学 学生会員 ○秋山 誠
前橋工科大学 正会員 森 友宏

1. 研究背景と目的

これまで、不飽和土の強度を把握するためには現場毎の強度測定を行うしかなく、飽和度によって強度がまちまちであるため、強度を設計に組み込むことは難しかった。しかし、不飽和土の強度は、主に土粒子間のサクシオンに依存することはよく知られていることである。

そこで、本研究では、土粒子間に働くサクシオンを定量的に把握する前段階として、土粒子間に存在する間隙径分布の算出を試みた。

2. サクシオンについて

サクシオンとはメニスカス水（土粒子間に発生する水）の毛管作用によって起きた表面張力の力であり土粒子間を引き付けあっている。サクシオンの強さには間隙径やメニスカス半径が関わっている。メニスカス水や間隙径の模式図を図1に示す。

3. 間隙径の推定方法

間隙径を推定するために粒子が球形で最密状態に詰まっていると仮定した。粒子を一球ずつ、条件を与えながら x, y, z 空間に配置していく(図2参照)。1~4球目の配置過程は図3のように1球ずつ増やしていき、4球目以降も既存の3つの粒子に接触するように配置するものとする。ここで、考える粒子の中心点の座標・粒子半径を下付き文字で示した。例えば一球目の中心点の座標は (x_1, y_1, z_1) 、粒子半径は r_1 と示す。

1球目条件：中心を原点に置く。1球目の中心座標を (x_1, y_1, z_1) は $(0, 0, 0)$ と表す。

2球目条件：1球目と x 軸上で接する。2球目の中心座標 (x_2, y_2, z_2) は $(x_2, 0, 0)$ である。

3球目条件：中心点が $z = 0$ となるような点で1球目2球目と接する。3球目の中心座標 (x_3, y_3, z_3) を $(x_3, y_3, 0)$ と表す。

4球目条件：1~3球目に乗る形で3球に接する。4球目に座標の条件はないためそのまま (x_4, y_4, z_4) を求める。

前述の4球の内部に存在し1~4球目すべてに接する5球目を考え、その粒子半径 r_5 の2倍を間隙径とする。設定した条件から1~4球目を配置してそれぞれの中心座標を求めていく。

1球目： (x_1, y_1, z_1) は先ほど述べたように $(0, 0, 0)$

2球目： $(x_2, 0, 0)$ を求める。

1球目と2球目は接していることから

$$x_2 = r_1 + r_2 \quad (1)$$

3球目： $(x_3, y_3, 0)$ を求める。

1~3球目がそれぞれ接していることから3次元の3平方の定理を利用して

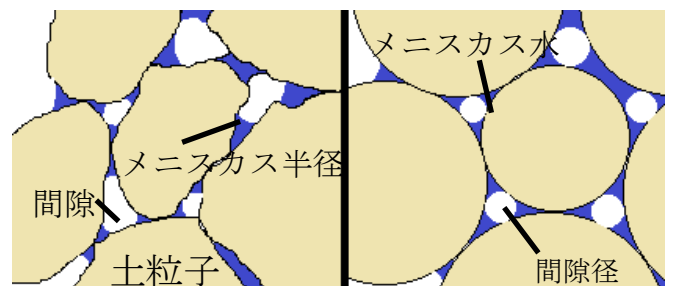
$$(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 + (z_3 - z_1)^2 = (r_3 + r_1)^2 \quad (2)$$

$$(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 + (z_3 - z_2)^2 = (r_3 + r_2)^2 \quad (3)$$

から満たす x_3, y_3 を求める

$$x_3 = \frac{x_2^2 + r_1^2 - r_2^2 + 2r_3(r_1 - r_2)}{2x_2} \quad (4)$$

$$y_3 = \sqrt{(r_1 + r_3)^2 - \left(\frac{x_2^2 + r_1^2 - r_2^2 + 2r_3(r_1 - r_3)}{2x_2} \right)^2} \quad (5)$$



実際の土のメニスカス水 モデル化したメニスカス水

図1 土粒子間の間隙水の模式図

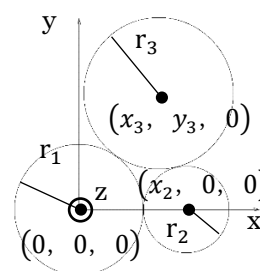


図2 3球の xy 平面
切り取り図



図3 粒子配置の過程

キーワード：不飽和土、間隙、サクシオン、メニスカス水、粒径分布

連絡先 〒371-0816 群馬県前橋市上佐鳥町 460 番地 1 前橋工科大学 TEL 027-265-7308 E-mail: mori@maebashi-it.ac.jp

4 球目： (x_4, y_4, z_4) を求める。

3 球目同様に、三平方の定理から

$$(x_4 - x_1)^2 + (y_4 - y_1)^2 + (z_4 - z_1)^2 = (r_4 + r_1)^2 \quad (6)$$

$$(x_4 - x_2)^2 + (y_4 - y_2)^2 + (z_4 - z_2)^2 = (r_4 + r_2)^2 \quad (7)$$

$$(x_4 - x_3)^2 + (y_4 - y_3)^2 + (z_4 - z_3)^2 = (r_4 + r_3)^2 \quad (8)$$

を満たす (x_4, y_4, z_4) を求めると

$$x_4 = \frac{x_2^2 + r_1^2 - r_2^2 + 2r_4(r_1 - r_2)}{2x_2} \quad (9)$$

$$y_4 = \frac{x_3^2 + y_3^2 + r_1^2 - r_3^2 + 2[r_4(r_1 - r_3) - x_3x_4]}{2y_3} \quad (10)$$

$$z_4 = \sqrt{(r_1 + r_4)^2 - x_4^2 - y_4^2} \quad (11)$$

以上の値を用いて 5 球目の中心座標 (x_5, y_5, z_5) と粒子半径 r_5 を求める。

求め方は 3, 4 球目と同様に三平方の定理を用いて

$$(x_5 - x_1)^2 + (y_5 - y_1)^2 + (z_5 - z_1)^2 = (r_5 + r_1)^2 \quad (12)$$

$$(x_5 - x_2)^2 + (y_5 - y_2)^2 + (z_5 - z_2)^2 = (r_5 + r_2)^2 \quad (13)$$

$$(x_5 - x_3)^2 + (y_5 - y_3)^2 + (z_5 - z_3)^2 = (r_5 + r_3)^2 \quad (14)$$

$$(x_5 - x_4)^2 + (y_5 - y_4)^2 + (z_5 - z_4)^2 = (r_5 + r_4)^2 \quad (15)$$

を満たすことが条件である。しかし条件式が四元二次連立方程式であり r_5 も未知であるためこれまでのように求めることができない。そこでまず (x_5, y_5, z_5) を r_5 と既知の座標で表した式に変形していく。

$$x_5 = \frac{x_2^2 + r_1^2 - r_2^2}{2x_2} - \frac{(r_1 - r_2)}{x_2} r_5 \quad (16)$$

$$y_5 = \frac{x_3^2 + y_3^2 + r_1^2 - r_3^2 - 2x_3x_5}{2y_3} - \frac{(r_3 - r_1)}{y_3} r_5 \quad (17)$$

$$z_5 = \frac{x_4^2 + y_4^2 + z_4^2 + r_1^2 - r_4^2 - 2x_4x_5 - 2y_4y_5}{2z_4} - \frac{(r_4 - r_1)}{z_4} r_5 \quad (18)$$

この座標を条件式(12)~(15)に代入し、条件を満たすような r_5 の近似値を誤差 0.001 になるよう逐次計算で求めた。

4.間隙径の推定結果と考察

今回、粒径比が 2, 1, 0.5, 0.25, 0.12 の 5 種類の球を用いて間隙径を考えた。5 種類の球を用いて 4 球の組み合わせを考えると全 70 パターン存在する。また 1~3 球目の間隙に 4 球目が入り込み間隙球を形成出来ない組み合わせが 7 パターン存在した。求めた間隙径 r_5 と 1~4 球目の粒径比の 63 パターンの中から計算例を表 1 に、間隙径の分布を図 3 に示す。

表 1 粒径比と間隙径の推定値の一例

組み合わせ	1~4 球目の粒径比				間隙径
	r_1	r_2	r_3	r_4	
ケース 1	2.000	2.000	2.000	2.000	0.450
ケース 2	2.000	1.000	0.500	0.250	0.144
ケース 3	1.000	1.000	0.500	0.250	0.127
ケース 4	0.500	0.250	0.250	0.250	0.065
ケース 5	0.025	0.025	0.025	0.250	0.027

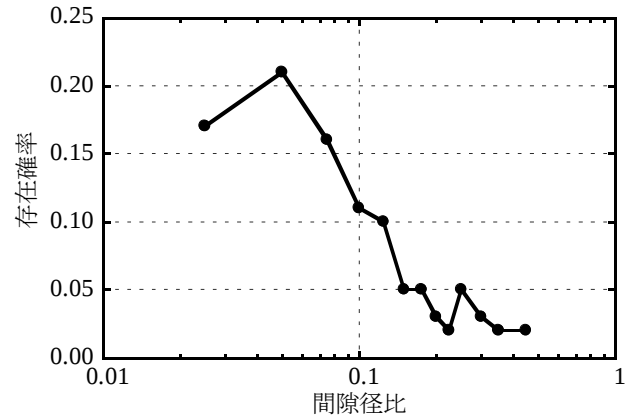


図 3 間隙径の分布

図 3 は、前述の 5 種類の粒径比をもった球の組み合わせにより形成される間隙径の分布である。5 種類の球が同数存在し、それぞれの球の接触確率が等しい時の間隙径の推定分布である。5 種類の球のそれぞれの数が異なる場合や、粒径比が異なる場合には、間隙径の分布も異なることに注意する必要がある。

今回の条件では間隙径の多くは粒径比 0.027~0.075 程度となった。これは実現象に例えるならば、粒度分布の良い、粒径 0.120~2.000mm の土をよく締固めた場合、土粒子間に形成される間隙径は 0.027~0.075mm 程度になると推定されるということになる。

5.結論

様々な粒径をもつ土粒子間に形成される間隙径の算出方法の検討を行い、比較的常識的な推定結果が得られた。今後粒径比や球種の数を変えたパターンの計算を行うとともに最終的にはガラスビーズを用いた実験を行い、推定値の妥当性の評価、および実際の土粒子に適用できるかなどを検討していく。