

長大河川における河床砂礫の粒度分布形成に関する研究

中央大学 学生会員 ○福村 直之
中央大学大学院 学生会員 小石 一字
中央大学 フェロー会員 山田 正

1. はじめに

長江や黄河のような数千 km もある長大河川において、ダムの上砂流入の影響が、ダム下流部における生態環境変化や土砂の減少問題となっている。故に河床砂礫の粒度変化の正確な予測手法を確立することは、下流部の土砂堆積に関する検討を行う際、あるいは流路に関する検討を行う際にも極めて重要である。河床の粒度分布に関して山田ら¹⁾は、砂礫の特性変化を考慮した研究を行ってきた。砂礫の特性変化は大きく大別して粉砕・摩耗作用と選択分級作用があり、各作用を示した概念図を図-1、図-2に示す。Sternberg²⁾は下流方向に移動するにつれて指数関数的に粒径が減少するといういわゆる摩耗説を説き、モデル式を立てて理論的に示した。一方、粒径の異なる粒子の沈降速度の差により、粒径の大きいものから順に上流に残される選択分級作用がある。

本研究では、分級作用と粉砕・摩耗作用の両効果を導入した山田・大前の式に、緩勾配の長大河川で起こる移流拡散を考慮した方程式を導出して、定常状態の粒度分布の変化を解析的に求めた。

2. 拡散項を入れていない場合の粒度分布の解析解

1) 河床砂礫の粒度分布の基礎式の導出

河床砂礫の粒度変化の主な原因は、分級作用と粉砕・摩耗作用によるものである。それぞれの作用を考慮すると、粉砕過程を表す基礎式と粒径別の流砂量連続式によって表すことが出来、次式のように表される。

$$\frac{\partial f(r, x, t)}{\partial t} \quad (1)$$

$$= -f(r, x, t)S(r) + \int_r^{r_{\max}} f(p, x, t)S(p)C(r, p)dp \quad (1)$$

$$\frac{\partial q(r, x, t)}{\partial t} + c(r) \frac{\partial q(r, x, t)}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

$$q(r, x, t) = v(r) f(r, x, t) \quad (3)$$

ここで、 r : 粒径 (m), x : 上流端からの距離 (m), t : 時間 (s), $f(r, x, t)$: 粒度分布 (確率密度), $S(r)$: 単位時間当たりの粒径 r の粉砕される割合 (選択関数), $C(r, p)$: 遷移関数 ($p \geq r$ で p がこわれて $r \sim r + dr$ になる確率), $q(r)$: 粒径別の流砂量である。(1)式の左辺は粒度分布の時間変化を表しており、右辺第1項は粒径 r のものが粉砕して r より小さな粒子の生成する割合を表す粒子の粉砕効果、右辺第2項は粒径 r より大きな粒子が粉砕されて $r \sim r + dr$ になる積算量を表しており、右辺はまとめて粉砕・摩耗作用を表す項である。

キーワード 長大河川, 河床砂礫, 粒度分布, 粉砕・摩耗作用, 分級作用

連絡先 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 中央大学理工学部 TEL: 03-3817-1805 E-mail: a14.mf8j@g.chuo-u.ac.jp

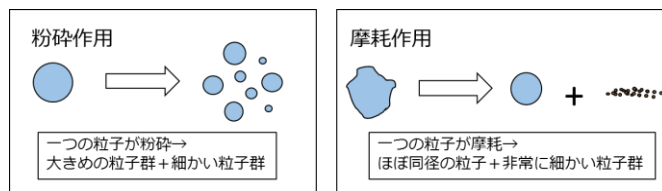


図-1. 摩耗・粉砕作用の概念図 (上図: 粉砕作用による図, 下図: 摩耗作用による図)

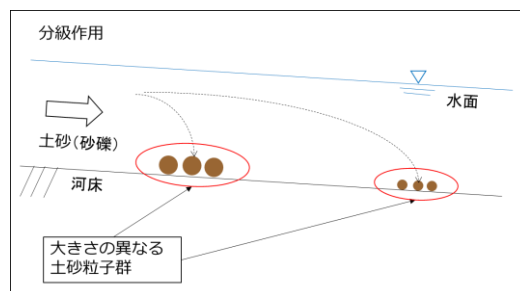


図-2. 分級作用の概念図 (同粒径の粒子群は大体同じ沈降速度のため落下地点が近くなる)

また、(2)式は粒径別の流砂量の連続式であるが、これは粒子の分級作用を表す式である。粒度分布と流砂量を関連付ける(3)式と以上の(1), (2)式より、粒度分布の基礎式は次式のように表せる。

$$\frac{\partial f(r, x, t)}{\partial t} + c(r) \frac{\partial f(r, x, t)}{\partial x} = -f(r, x, t)S(r) + \int_r^{r_{\max}} f(p, x, t)S(p)C(r, p)dp \quad (4)$$

2) 粉砕・摩耗に関する遷移関数の表現

粉砕・摩耗作用は $S(r)$ と $C(r, p)$ の2つの関数を、また分級作用は粒径別移流速度 $c(r)$ を定義することにより記述することが出来る。特性量 $c(r)$, $S(r)$ の関数形, $C(r, p)$ の関数形として3通りのものを考え(7), (8), (9)式, またそれぞれの式に用いるパラメータとして(10), (11)式をそれぞれ与えた。

$$c(r) = v_0 \exp(-\alpha r) \quad (5)$$

$$S(r) = k \left(\frac{r}{r_{\max}} \right)^n \quad (6)$$

$$C(r, p) = \frac{m}{r} \left(\frac{r}{p} \right)^m \quad (7)$$

$$C(r, p) = \frac{1}{p} \frac{1}{B(q, s)} \left(\frac{r}{p} \right)^{q-1} \left(1 - \frac{r}{p} \right)^{s-1} \quad (8)$$

$$C(r, p) = \frac{1}{p} \frac{1}{Be} Rp \quad (9)$$

$$Be = B(q_1, s_1) + B(q_2, s_2) - bB(q_3, s_3) \quad (10)$$

$$Rp = \left(\frac{r}{p}\right)^{q_1-1} \left(1 - \frac{r}{p}\right)^{s_1-1} + \left(\frac{r}{p}\right)^{q_2-1} \left(1 - \frac{r}{p}\right)^{s_2-1} - b \left(\frac{r}{p}\right)^{q_3-1} \left(1 - \frac{r}{p}\right)^{s_3-1} \quad (11)$$

ここに、 r : 粒径 (m), p : 粒径 (m), $S(r)$: 選択関数, k : 選択関数を決めるパラメータ, $C(r, p)$: 遷移関数, m , q_i , s_i : ($i: 1, 2, 3$) 遷移関数のパラメータ, $B(q, s)$: によって関数である。

(8)式は礫が完全粉碎し、大礫が粉々に粉碎し非常に小さな粒径になる割合が大きい場合、(9)式は大礫が壊れて中間の小礫になる割合が大きい場合、(10)式は礫が摩耗されほぼ同径のものが残るとともに非常に小さい粒径のものが生産される場合をそれぞれ表現している。計算仮定として、(6), (7), (8)式を用い、定常状態に達した場合を計算する。境界条件は $f(r, 0) = 1.0$ を与えて計算した。

結果の図-3より、下流に行くに従い粒径の大きいものは減り、上流から2.0 km地点より下流では粒径0.5 m以下になっていることがわかる。

3. 拡散項を入れた場合の粒度分布の解析解

河床砂れきの粒度分布基礎式は、本来非定常の式であるため、本質的に拡散項を持つ移流拡散方程式になる。本研究では、基礎式に拡散項を考慮した以下の式を用いる。

$$\frac{\partial f(r, x, t)}{\partial t} + c(r) \frac{\partial f(r, x, t)}{\partial x} = -f(r, x, t)S(r) + \int_r^{\max} f(p, x, t)S(p)C(r, p)dp + K \frac{\partial^2 f(r, x, t)}{\partial x^2} \quad (12)$$

ここで(12)式に、2(2)と同様に計算仮定先(6), (7), (8)式を用いた。解析解を求めると以下の式のようにになる。

$$f(r, x) = \frac{-0.02ax}{\sqrt{1+4aKr^{0.02}}r^{0.98}} \left\{ C_1(r)e^{\frac{1}{K}\left(1-\sqrt{1+4aKr^{0.02}}\right)x} - C_2(r)e^{\frac{1}{K}\left(1+\sqrt{1+4aKr^{0.02}}\right)x} \right\} + \frac{dC_1(r)}{dr} e^{\frac{1}{K}\left(1-\sqrt{1+4aKr^{0.02}}\right)x} + \frac{dC_2(r)}{dr} e^{\frac{1}{K}\left(1+\sqrt{1+4aKr^{0.02}}\right)x} \quad (13)$$

$C(r, p)$ は境界条件によって決まる関数である。この解析解を用いて、境界条件 $f(r, 0) = 1.0$, $f(r, x_{\max}) = 0.001$ とし、拡散係数 $K=3.0$ で計算し、図-4の結果が得られた。

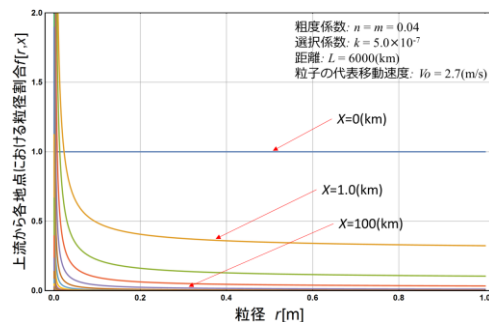


図-3. 数値解析結果(拡散項なし)

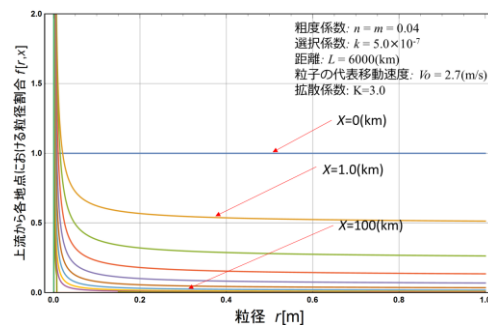


図-4 数値解析結果(拡散係数K=3.0)

4. 結論

緩勾配の長大河川を対象にした、河床の粒度分布に関する移流方程式を、定常状態における解析解を導出することが出来た。その解析解を上流からの1 km毎にプロットした結果より、拡散項を考慮していない解析解の図と比較すると、河川全体に異なる粒径の砂礫が分布することが見て取れる。

参考文献

- 1) 山田正, 大前智敬: 粉碎・摩耗を考慮した河床材料の粒度分布の形成機構と河床縦断面形状に関する理論的研究, pp17-25, 1990.
- 2) 山田正, 大前智敬: 山地河川における河床砂礫の粒度分布の形成に関する研究, 水工学論文集 第35巻, pp465-470, 1991.