

粒子法を用いた段落ち部における河川流体シミュレーション

群馬大学 学生会員 ○ 秋友 誠
パシフィックコンサルタンツ株式会社 正会員 坂野 アイカ
群馬大学 正会員 斎藤 隆泰
群馬大学 正会員 清水 義彦

1 はじめに

堰や床止め工などの段落ち部を有する河川横断構造物の下流では、河床洗掘を防止するために護床工が設置されている。しかしながら、近年、下流の河床低下に伴い護床工が不安定化し最終的に流失する事例が報告されている。護床工が流失すると、下流部の河床洗掘が進み、河川横断構造物の破壊に繋がるため極めて危険である。以上の一連の流れでは、流況、河床および護床工が動的に相互作用し合うため、従来の経験式等で評価することは非常に困難であり、そのメカニズムを解明するためには数値解析による詳細な計算が必要である。しかしながら、護床工の移動や河床の洗掘等も解析対象として考慮すれば、河川流体シミュレーションで従来利用されてきた方法では対応できない点もある。そこで、本研究では Lagrange 的な手法である粒子法¹⁾に着目する。粒子法は近年開発が進んでいる新しい数値解析手法であるが、河川流体シミュレーションへの応用研究では、さほど適用性能の議論が進んでいないのが現状である。そこで本研究では、粒子法を用いて河川横断構造物下流部における局所洗掘現象を解明する前段階として、河川段落ち部での流体シミュレーションを行い、流況の再現性を評価することを行う。

2 粒子法 (E-MPS 法) の定式化

粒子法は、連続体の運動を離散的な粒子群の運動によって近似する計算手法の 1 つである。そのため、差分法や有限要素法のようにメッシュ分割の必要がない。また、運動する粒子に関して計算を行う Lagrange 的な手法であるため、移流項を計算する必要がなく、界面の大変形を伴う解析等に特に有効である。本研究では、粒子法の 1 つである MPS を圧力に関して陽的に解いた E-MPS 法²⁾を使用する。流体の支配方程式は、時刻 t に対する連続の式とナビエ・ストークス方程式であり、それぞれ以下のように表される。

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{g} \quad (2)$$

ここで、 ρ 、 $\mathbf{u}$ 、 P 、 ν および $\mathbf{g}$ はそれぞれ、密度、流速、圧力、動粘性係数および重力加速度である。E-MPS 法では式 (2) の右辺第一項、第二項に含まれる勾配 ∇ 、ラプラシアン ∇^2

を以下に示すような粒子 i と粒子 j に対する粒子間相互作用モデルを用いて離散化する。

$$\langle \nabla P \rangle_i = \frac{d}{n_{\text{grad}}^0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{(P_j + P_i)(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2} w_{\text{grad}}(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \right] \quad (3)$$

$$\langle \nabla^2 \mathbf{u} \rangle_i = \frac{2d}{\lambda^0 n^0} \sum_{j \neq i} [(\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i) w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)] \quad (4)$$

ここで、 d 、 $\mathbf{r}$ 、 λ^0 は空間次元数、粒子座標、基準状態における粒子間距離の重み付き二乗平均である。また、 $w(|\mathbf{r}|)$ および n^0 はそれぞれ、重み関数および基準粒子数密度であり、これらにより重み付き平均をとる。式 (3)、(4) の重み関数の計算について、安定化のためにそれぞれ以下の式を用いる。

$$w_{\text{grad}}(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{r} - \frac{r}{r_e} & (r < r_e) \\ 0 & (r \geq r_e) \end{cases} \quad (5)$$

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{r} + \frac{r}{r_e} - 2 & (r < r_e) \\ 0 & (r \geq r_e) \end{cases} \quad (6)$$

ここで、 r は粒子間距離、 r_e は影響半径を表しており、影響半径外の粒子からの影響を無視することで、計算負荷を軽減している。また、無限遠まで格子状に流体を非圧縮性流体と仮定した状態の下で粒子を配置すれば、それぞれ式 (5)、(6) を用いた場合の重み関数の総和は、基準粒子数密度 n_{grad}^0 、 n^0 として、それぞれ以下のように定義される。

$$n_{\text{grad}}^0 = \sum_{j \neq i} w_{\text{grad}}(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (7)$$

$$n^0 = \sum_{j \neq i} w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (8)$$

また、E-MPS 法では、流体に微小な圧縮を許容し、圧力を密度の関数として次式のように表す。

$$P = \begin{cases} c^2(\rho - \rho^0) & (\rho > \rho^0) \\ 0 & (\rho \leq \rho^0) \end{cases} \quad (9)$$

ここで、 c は流体中の音速、 ρ^0 は圧力ゼロの状態における密度である。密度 ρ は重み関数の和に比例すると仮定して、次式のように与える。

$$\rho = \frac{\rho^0}{n^0} \sum_{j \neq i} w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (10)$$

なお、音速 c に関しては、実際よりも小さな仮想的な音速を与えることで、時間増分を大きくとることができる²⁾。一方で、式(2)における、ナビエ・ストークス方程式では非圧縮性流体を仮定している。そのため、流れ場を非圧縮性流体として近似できる範囲、すなわち、流速の大きさと音速の比で定義するマッハ数 $M_a = |u|/c$ が 1 よりも十分小さい必要がある。ここでは、マッハ数 M_a を $M_a=0.2$ とした次式により仮想的な音速を与える。

$$c = \frac{u_{\max}}{0.2} \quad (11)$$

ここで、 $u_{\max}$ は最大流速の予測値である。なお、解析の詳細は、文献^{1, 2)}等を参照されたい。

3 潜り噴流の再現解析

以下、E-MPS 法を用いた潜り噴流の再現解析結果を示す。

3.1 解析条件

解析は、文献³⁾で紹介されている実験と同様の水路条件を用いた。すなわち、段落ち高さ $h_{\text{step}} = 10\text{cm}$ 、単位幅流量 $q_{\text{in}} = 400\text{cm}^2/\text{s}$ (流入水深 $h_{\text{in}} = 5\text{cm}$ 、流入速度 $v_{\text{in}} = 0.8\text{m/s}$) とした。下流端水深に関しては、粒子法計算において直接境界条件として与えることが困難なため、底面から鉛直上向きの突起を設けることで調整した。そのため、本解析の下流端水深は $h_{\text{out}} = 11.27\text{cm}$ としたことに注意されたい。粒子径 d 、影響半径 r_e 、時間刻み Δt 、音速 c 、密度 ρ および動粘性係数 ν はそれぞれ $d = 5.0 \times 10^{-3}\text{m}$ 、 $r_e = 1.05 \times 10^{-2}\text{m}$ 、 $\Delta t = 1.0 \times 10^{-4}\text{s}$ 、 $c = 15.0\text{m/s}$ 、 $\rho = 1000\text{kg/m}^3$ および $\nu = 1.301 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ とした。また、底面および壁面部分の境界条件として、粒子法計算において一般的に使用される固定型の壁粒子¹⁾を配置し、壁粒子の流速をゼロとして与えた。

3.2 解析結果

解析から 30 秒後の水面形、流速ベクトル図をそれぞれ図 1、図 2 に示す。なお、図 1 中の黄線は文献³⁾で示されている実験による水面形を示していることに注意されたい。図 1 より、E-MPS 法における解析で得られた水面形に着目すると、実験による水面形と同様の傾向を示しており、段落ち後に比較的平坦な水面形が現れるという点も良好に再現できていると言える。両水面形でやや差異が見られるが、これは本解析における下流端水深が、文献³⁾における実験の場合 ($h_{\text{out}} = 10.92\text{cm}$) よりも大きいことが原因として考えられる。下流端水深の微調整をすることで、両水面形の差異は小さくなるだろう。また、底面での境界条件の与え方についても議論の余地がある。本解析では、一般的に使用されている固定型の壁粒子による簡便な境界処理を行ったが、この手法は厳密に境界条件を満足するものではない。そのため、正しく底面の影響を評価するためには境界条件について検討を重ねる必要があるだろう。しかしながら、

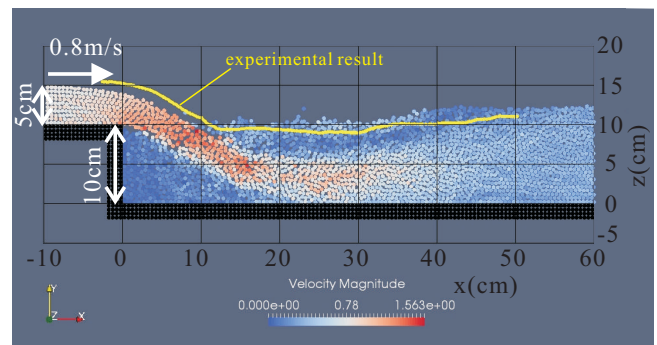


図1 解析から 25 秒後の水面形。

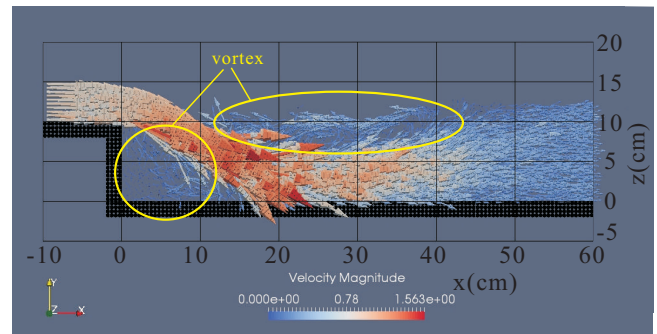


図2 解析から 25 秒後の流速ベクトル図。

図 2 の本解析における流速ベクトル図の黄丸でも確認できるように、 $(x, z) = (25\text{cm}, 10\text{cm})$ 付近の逆流する渦および $(x, z) = (5\text{cm}, 5\text{cm})$ 付近の渦が形成されているほか、段落ち部を流れ落ちる水流が水路床に沿って流下している等の点を確認でき、潜り噴流の流況特性を良く再現出来ている。以上より、本解析で概ね潜り噴流が再現できたと言える。

4 まとめ

本研究では、固定床の条件で粒子法 (E-MPS 法) を用いて河川段落ち部における潜り噴流の再現解析を行い、既往の実験結果と比較し妥当性を示した。今後は、移動床および護床工の流失を考慮したモデルの構築を目指す。なお、本稿では紙面の都合上割愛したが、発表当日は、波状跳水に関する解析結果等も示す予定である。

謝辞

本研究は、平成 29 年度高橋産業経済研究財団の研究助成支援の下行われた。

参考文献

- (1) 越塚誠一：粒子法入門 流体シミュレーションの基礎から並列計算と可視化まで、丸善株式会社、2014。
- (2) 大地正俊、越塚誠一、酒井幹夫：自由表面流れ解析のための MPS 陽的アルゴリズムの開発、日本計算工学会論文集, Vol.2010, No. 20100013, 2010。
- (3) 梶川勇樹、道上正規、松原雄平、檜谷治、中本英利：段落ち部における常射流混在の流れの数値計算、水工学論文集, 第 47 巻, pp.823-828, 2003。