

音響インピーダンスを考慮したインパルス応答解析に関する研究

中央大学大学院	学生員	今井 啓太
清水建設(株)	正会員	谷川 将規
(株)JSOL	正会員	吉町 徹
中央大学	正会員	櫻山 和男

1. はじめに

既往の研究¹⁾では音場解析を効率的に行うため、波動音響理論に基づいたAMR(Adaptive Mesh Refinement:解適合格子法)法とCIP法を用いたインパルス応答解析手法と可聴化システムが構築されてきた。既往の手法では、反射境界において完全反射を想定した解析が行われてきたが、実際の路面や遮音壁はその特性により、反射による減衰と透過が生じる。そのため設計・計画への適用は困難であった。

本研究では解析手法に音響インピーダンスを考慮した境界条件の導入を行い、反射及び透過を表現した。

2. 数値解析手法

(1) 支配方程式と特性曲線法

空気中の波動伝播は運動方程式(1)、と連続式(2)で表され、1次元の場合は以下ようになる。

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho c^2 \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

ここで、 p は音圧[Pa]、 u は粒子速度[m/s]、 ρ は空気密度[kg/m³]である。式(1)に音速 c [m/s]を掛け、式(2)との和と差を作ると

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c u + p) + c \frac{\partial}{\partial x}(\rho c u + p) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c u - p) - c \frac{\partial}{\partial x}(\rho c u - p) = 0 \quad (4)$$

と表すことができる。この $\rho c u + p$ 、 $\rho c u - p$ を特性曲線に沿って移流させる。 $\rho c u + p$ を f_x^+ 、 $\rho c u - p$ を f_x^- とみると、各地点、各時間ステップにおける音圧 p と粒子速度 u は以下の様に求まる。

$$p = \frac{1}{2}(f_x^+ - f_x^-) \quad (5)$$

$$u = \frac{1}{2\rho c}(f_x^+ + f_x^-) \quad (6)$$

(2) CIP法

CIP法は特性曲線に沿って物理量を移流させる移流方程式の差分を用いた高精度の解法である。本論文では三次元伝播問題に対しより高精度な解析が可能なC型CIP法を用いている。詳細は参考文献²⁾を参照されたい。

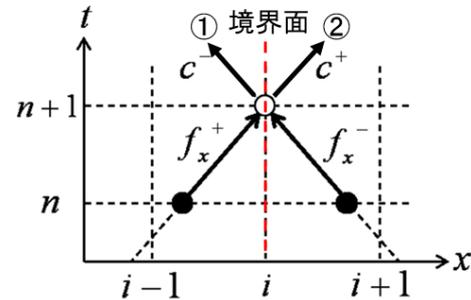


図-1 特性曲線と境界面

(3) 音響インピーダンスの導入

既往の手法では境界の特性を考慮しておらず、設計・計画への適用は困難であった。そこで本研究では新たに境界の特性を表す音響インピーダンスの導入を行った。境界における音響インピーダンスは以下の式(7)で表される。

$$Z_c = \rho_c c_c = -\frac{p_c}{u_c} \quad (7)$$

ここで、 Z_c は境界内の音響インピーダンス、 ρ_c は境界内の物質の密度、 c_c は境界内の音速、 p_c は境界内の音圧、 u_c は境界内の粒子速度である。既往の手法においては完全反射のみ表現し、境界上で以下の式で表される物理量の交換を採用していた。

$$f_x^+ = f_x^- \quad (8)$$

本手法における反射を表す物理量の交換の式の導出を示す。図-1の①方向について、境界における音響インピーダンスを表す式(7)に式(5)(6)を代入し、 ρc を新たに空気の音響インピーダンス Z_a を用いて書き換え、物理量 f_x^+ 、 f_x^- についてまとめると

$$f_x^+ = -\frac{1 - (Z_a/Z_c)}{1 + (Z_a/Z_c)} f_x^- \quad (9)$$

となる。

また、図-1の②方向について、音響インピーダンスを考慮した境界上での透過による物理量の式は、 f_x^+ を用いて以下のように表す。

$$\frac{2(Z_a/Z_c)}{1 + (Z_a/Z_c)} f_x^+ \quad (10)$$

ここで、(10)の係数部は反射と透過を合して1となるように決定した。

キーワード： AMR法、CIP法、音響インピーダンス、インパルス応答解析

連絡先： 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 中央大学 E-mail: a13.apg4@g.chuo-u.ac.jp

3. インパルス応答解析

インパルスとは非常に短い波であり、本手法では式(3)(4)に基づきこれを伝播させる。伝播に際し、AMR(解の勾配を指標とし部分的にメッシュの粗密付けを行う方法)を適用することで、使用メモリと計算時間の大幅な縮小を行うことができる。

本手法では、離散化の精度の観点から擬似インパルスを採用する。数値計算で使用する擬似インパルスには畳み込み積分の離散近似手法であるLubichのConvolution Quadrature Method(CQM)で提案された式の重み式を用いる。

$$\omega_n(\Delta t) \cong \frac{R^{-n}}{L} \sum_{L=0}^{L-1} \left(\frac{1}{4\pi r} e^{-\frac{sr}{c}} \right) e^{(-2\pi i \frac{nt}{L})} \quad (11)$$

詳細は参考文献³⁾を参照されたい。

4. 数値解析例

新たに音響インピーダンスを導入した本手法の妥当性を検証するために以下に示す条件で解析を行った。

(1) 解析条件

解析領域は図-2に示す通りであり、最小空間離散化幅0.015625m、時間離散化幅を0.020525ms(CFL=0.45)で解析を行った。入射境界から1m, 2m, 3mの位置に受音点を、4mの位置に反射境界を設置し、仮想音源と入射境界の距離を1mとした。音響インピーダンスの値として $Z_c=1224 \text{ Pa}\cdot\text{s/m}$, $Z_a=408 \text{ Pa}\cdot\text{s/m}$ を設定した。 Z_c は仮定の音響インピーダンスであり、完全反射の場合と比較して反射波の音圧値が0.5倍になるような値(基準値)とした。

(2) 解析結果

図-3に可視化結果を、図-4に図-2の各受音点における時刻歴を示す。図-4の第1波は直接波であり、第2波は反射波である。実線が完全反射の場合、点線が音響インピーダンスを考慮した場合の解析結果である。表-1より、それらの音圧値の比率は基準値(0.5)と良い一致を示している。なお、透過波に関する解析結果は、発表当日に示すものとする。

5. おわりに

本研究では、解析手法へ音響インピーダンスを考慮した境界条件の導入を行った。その結果、任意の反射において基準値と良い一致を示し、その有用性を確認することができた。

今後の課題として、実際の遮音壁を想定した解析を行う予定である。

表-1 各受音点の音圧値

	完全反射	インピーダンス考慮	比率
point1	0.0618033	0.0312282	0.505
point2	0.0705853	0.0356187	0.505
point3	0.0826740	0.0419102	0.505

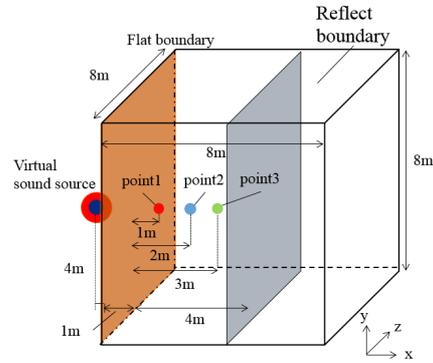


図-2 解析領域

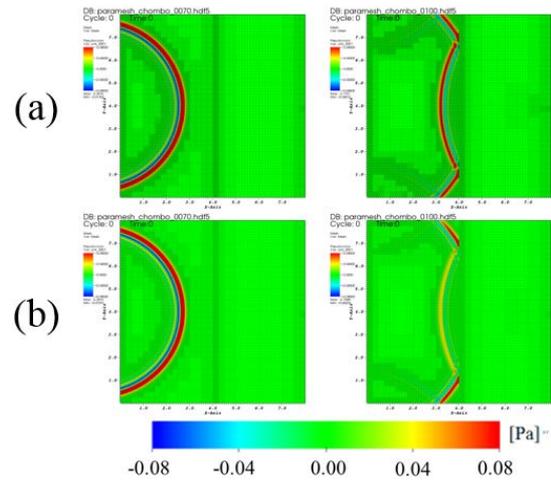


図-3 可視化結果:(a) 完全反射 (b) 音響インピーダンス考慮

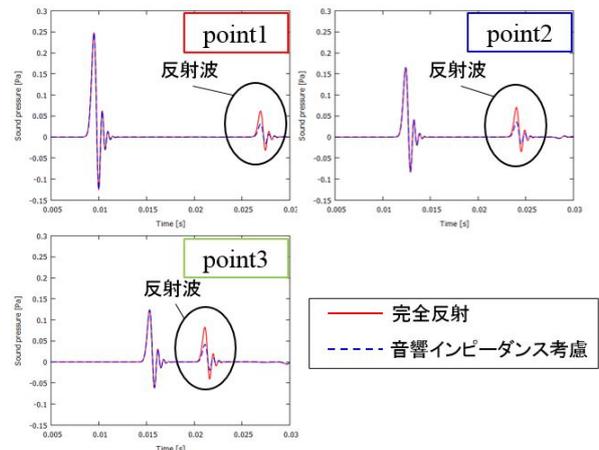


図-4 各受音点での時刻歴

参考文献

- 1) 吉町徹, 谷川将規, 櫻山和男: 波動音響解析における擬似インパルス応答解析手法土木学会論文集 A2 (応用力学) Vol. 71 No. 2 pp.349-357 2015.
- 2) H.Takewaki, A.Nishiguchi and T.Yabe: Cubic interpolated equations, J. Comput.Phys., 61, (1985), pp. 261-268.
- 3) Lubich, C.: Convolution quadrature and discretized operational calculus I Numer. Math., 52, (1988), pp. 129-145.