

湿度による浮力を考慮した温熱環境解析手法の構築

中央大学大学院 学生員 ○ 田中 洋志
中央大学 正会員 檜山 和男

1. はじめに

近年、都市域において産業の発展、構造物の増加・高層化、人口の増加が進行し、ヒートアイランド現象が発生している。それにより気温の上昇により熱中症患者、熱帯夜の増加だけでなく、局所的・突発的豪雨の増加や上昇流・循環流の発生にともない大気汚染物質が蓄積するといった問題も誘発している。ヒートアイランド現象の対応策として換気効率の改善があり、これには屋上緑化や都市内河川周辺環境の有効利用などが挙げられるが、水域や植生が存在することは蒸発・蒸散の効果を考慮することが重要であり、それらには湿度が大きく影響している。

著者らの既往の研究¹⁾では、安定化有限要素法による都市の温熱環境解析手法の構築が行われたが、湿度による影響について十分な検討がなされていなかった。そこで、本研究では、湿度による影響の検討の一つとして湿度による浮力を考慮した温熱環境解析を行った。

2. 数値解析手法

(1) 基礎方程式

流体は非圧縮性粘性流体を考え、Boussinesq 近似を仮定する。これにより密度の変化を重力と結びつけた項でのみ表すことができ、他の項には一定の密度を用いるため、温度差のみで浮力を表現でき、計算負荷を減らすことが可能になる。そのとき、運動方程式、連続式、エネルギー方程式、絶対湿度の輸送方程式はそれぞれ式 (1), (2), (3), (4) で表される。

運動方程式；

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right\} + g\beta_\theta (\theta - \theta_0) \delta_{i3} = 0 \quad (1)$$

連続式；

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

エネルギー方程式；

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u_j \frac{\partial \theta}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \right) = 0 \quad (3)$$

絶対湿度の輸送方程式；

$$\frac{\partial q}{\partial t} + u_j \frac{\partial q}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(D \frac{\partial q}{\partial x_j} \right) = 0 \quad (4)$$

ここで、 u_i , p , θ , q はそれぞれ流速 [m/s], 圧力 [Pa], 温度 [°C], 絶対湿度 [kg/m³] である。また、 β_θ は温度におけ

る体膨張係数 [1/T], α , D はそれぞれ温度と絶対湿度の拡散係数 [m²/s] となる。

続いて湿度による浮力を考慮するに当たって、boussinesq 近似と同様に密度変化を重力と結びつけた部分にのみ表現をし、定式化には体膨張係数と湿度差を用いて行う。このことで計算負荷を抑えたまま解析を行えるようにする。そのときの運動方程式は式 (5)³⁾ で表される

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right\} + g\beta_\theta (\theta - \theta_0) + \beta_q (q - q_0) \delta_{i3} = 0 \quad (5)$$

ここで、 β_q は絶対湿度における体膨張係数 [m³/kg] である。

(2) 離散化手法

基礎方程式、式 (1), (2), (5) に対して SUPG/PSPG 法に基づく安定化有限要素法を、式 (3), (4) に対して SUPG 法に基づく安定化有限要素法を用いて空間方向の離散化を行う。時間方向の離散化には、Crank-Nicolson 法により離散化を行い、連立 1 次方程式の解法には Element-by-Element Bi-CGSTAB2 法を用いた。

3. 数値解析例

(1) 解析条件

湿度による影響の検討として解析領域 図-1 に示すように、水域を有する領域にて解析を行った。解析領域・解析条件は⁴⁾⁵⁾を参考にしており、水域部分における温度の境界条件には式 (6) により得られた値を与え、絶対湿度の境界条件は式 (6) で得られた温度における飽和絶対湿度を与えた。流入境界には式 (7) で得られる値を y 軸中心で最大となり、上端下端で 0 となる流速を、温度は 22.4 °C を与え、絶対湿度は流入境界温度及び相対湿度 17.9 % を与えた。流出境界には Traction-free 条件とし、流出・流入境界以外の壁面においては non-slip 条件とした。温度の体膨張係数は 0.00343, 絶対湿度の体膨張率は 0.513, 時間増分量は $\Delta t = 10^{-3}$ s とした。

$$-k \frac{\partial T}{\partial y} = h_{fg} D \frac{\partial q}{\partial y} \quad (6)$$

$$w = \left(\frac{m+1}{m} \right) \left(\frac{n+1}{n} \right) \left(\frac{Re\mu}{\rho D_h} \right) \quad (7)$$

ここで、Re は Reynolds 数, μ は粘性係数 [N・s/m²], D_h は径深 [m], m , n は式 (8), 式 (9) で与えられる。 h_{fg} は気化潜熱 [J/kg], k は熱伝導率 [W/m・k] である。

$$m = 1.7 + (0.5 (\gamma)^{-1.4}) \quad (8)$$

KeyWords： 安定化有限要素法, 絶対湿度の輸送方程式, 湿度による浮力

連絡先： 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 中央大学 E-mail: a12.werf@g.chuo-u.ac.jp

$$n = 2 + 0.3 \left(\gamma - \frac{1}{3} \right) \quad (9)$$

ここで、 γ はアスペクト比である。

(2) 解析結果

図－2、図－3、図－4に湿度による浮力を考慮した場合の x 軸及び z 軸における鉛直断面の流線、 x 軸及び z 軸中心における温度分布、絶対湿度分布を示す。 x 軸断面における流線は一様に現れており、温度・絶対湿度分布はその流れのもと移流していることが確認できる。一方で、 z 軸断面における流線においては水平方向に流線が発生しているだけでなく、側壁面近傍にて渦を巻いていることから浮力による影響が発生していることが確認できる。しかしながら流線やの側壁面近傍で発生している渦の影響による z 軸断面における温度・絶対湿度分布による移流が起きておらず伝導による変化のみが確認できる。

続いて浮力の有無における影響の定量的な検討を行うために図－5に湿度による浮力の有無における z 軸・ y 軸中心における y 軸方向流速、温度、絶対湿度のグラフを示す。このとき、 y 軸方向流速は側壁面近傍でわずかに差が生じるだけであった。そして、温度及び絶対湿度は側壁近傍で移流が発生しているが、流速には差がほとんどなかったため、浮力による影響による差が発生しなかったと言える。最後に流速の差について着目する。流速の差は湿度による浮力による差であるため、その値の比較を行うと流速差が 1.5

$\times 10^{-4} \text{ m/s}$ であるのに対し、計算した場合の値は $2.4 \times 10^{-4} \text{ m/s}$ となり、およその大きさは一致していることが確認でき、浮力の評価としては妥当といえる。

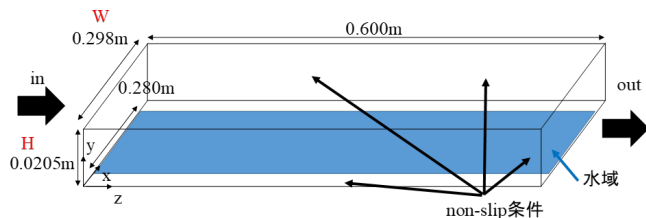
4. おわりに

本報告では、湿度による浮力を考慮した温熱環境解析を行い、その結果、湿度による浮力の大きさは理論値と比べおおむね一致したが、本解析例題では浮力による差が表れない結果となった。

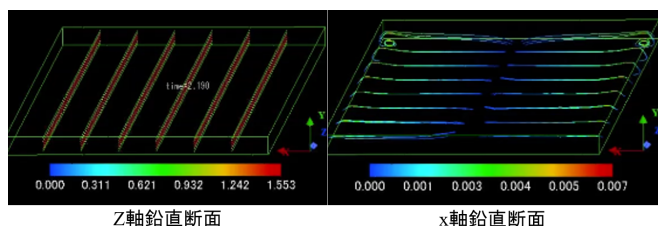
今後の課題として、植生キャノピーモデルにおける潜熱輸送による湿度の影響の検討及び実地形における解析が挙げられる。

参考文献

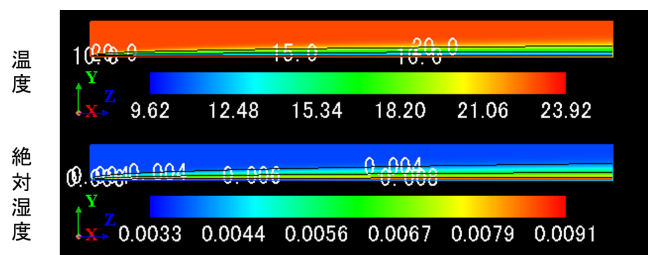
- 1) 池田哲也ら：安定化有限要素法による都市の温熱環境解析手法の構築，応用力学論文集，Vol.15，68，pp.107-114，2013。
- 2) T.E.Tezduyar:Stablized finite element formulations for incompressible flow computations，*Advance in Applied Mechanics*，28，pp.1-44，1992。
- 3) 近藤靖史ら：気流と物質拡散（湿気輸送）の連成解析手法およびケーススタディ，空気調和・衛生工学会学術講演会講演論文集，pp.1401-1404，1998。
- 4) C.R.Iskra，*et al.*:Convective mass transfer coefficient for a hydrodynamically developed airflow in a short rectangular duct，*International Journal of Heat and Mass transfer*，51，pp.2376-2393，2007。
- 5) P.Talukdart，*et al.*:Combined heat and mass transfer for laminar flow of moist air in a 3D rectangular duct:CFD simulation and validation with experimental data，*International Journal of Heat and Mass transfer*，51，pp.3091-3102，2008。



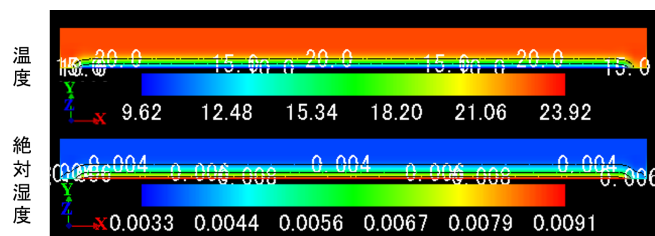
図－1 解析領域



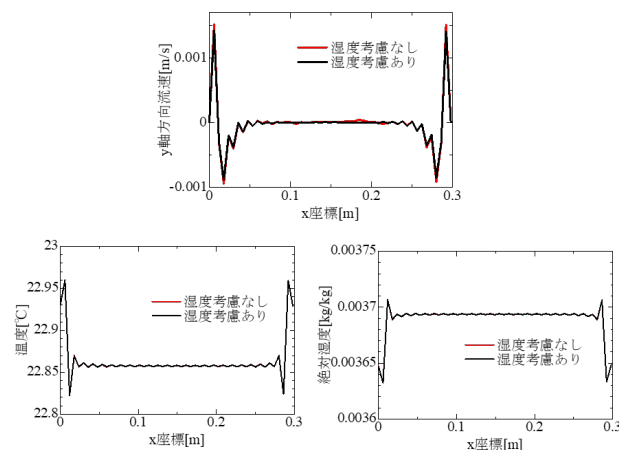
図－2 流線分布図



図－3 x 軸中心鉛直断面における分布図



図－4 z 軸中心鉛直断面における分布図



図－5 y 軸・ z 軸中心における湿度による浮力の有無による y 軸流速、温度、絶対湿度の分布結果