

二重円筒内における流動速度分布の二次関数形による定式化

東京大学大学院 学生会員 ○佐藤 成幸
東京大学生産技術研究所 フェロー会員 岸 利治

1. はじめに

コンクリート構造物の品質の向上において、施工性の良否を左右するフレッシュ性状の管理は肝要であるが、様々な混和剤の開発などによりスランプ試験による従来の性能評価手法のみでは流動性の評価が困難になってきている。そこで、定量的にフレッシュコンクリートの流動性を評価するために、レオロジー的検討が行われるようになってきた¹⁾。

流動性を評価するために、回転粘度計を用いた流動曲線の測定が一般的に行われているが、その測定においては、単純ずりが成り立つという仮定の下、見掛けせん断速度とせん断応力関係の評価している。ところが、近年、核磁気画像共鳴法 (MRI) を用いて回転二重円筒間の流動速度分布が計測されるようになる²⁾と、流動場は非線形であり、実験条件によって流動域と不動域に分かれる場合があることが様々な流体において報告されている。さらに、セメントペーストを対象とした研究において、流動域と不動域境界は不連続で、critical shear rate と呼ばれるロータの回転速度によらない一定の傾きを持つが、それは従来までのビンガムモデルや Herschel-Bulkley モデルでは表現することが出来ない現象であると報告されている³⁾。セメントペーストに限らず、現在

まで考案されている流動モデルの多くは、流動曲線の測定に基づく、見掛けせん断速度とせん断応力の関係から導かれているが、単純ずりが成り立つことを仮定して得られた値がもとになっている。したがって、見掛けの値ではなく実測値として得られる、流動速度分布に基づいた流動モデルの構築が必要であると考えられる。これに関して、山崎³⁾によって二次関数を用いて流動速度分布が近似可能であることが示唆されたが、検証は不十分であると考えられる。そこで、本検討では山崎の提案した二次関数形をもとに二重円筒間における流動現象の理解を深めることを目的として、二次関数形の意義を確認し、広く用いられる既存のべき乗則との比較を通じて、実測された種々の速度分布を表現可能であることを示すとともに、二次関数形を用いることで種々の流動曲線を導出した。

2. べき乗則と二次関数の比較

多くの流体の流動曲線を比較的広い粘度で表すことが可能で、かつ形式が簡易であるために広く用いられているべき乗則モデルと二次関数によるモデルを比較することとした。表-2にそれぞれの関数形を示す。なお、ロータ中心からの距離を r 、流動停止

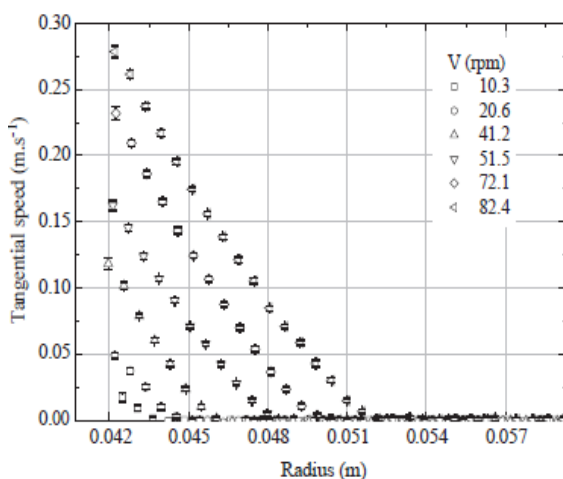


図-1 W/C35%セメントペーストの速度分布³⁾

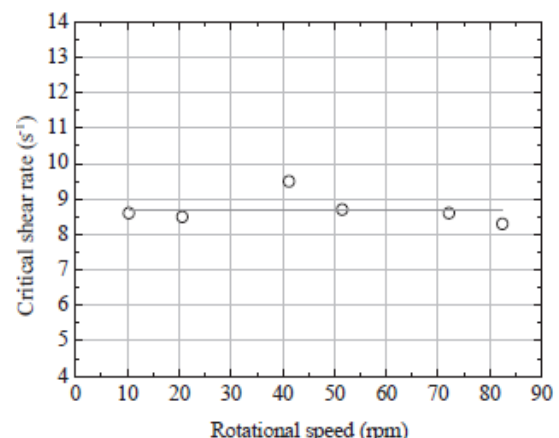


図-2 W/C35%セメントペーストの critical shear rate³⁾

キーワード フレッシュコンクリート、流動場、速度分布、流動曲線、レオロジーモデル

連絡先 〒153-8505 東京都目黒区駒場 4-6-1 Be403 TEL. 03-3358-6620 E-mail : sato1991@iis.u-tokyo.ac.jp

表-1 フィッティングに用いる関数形

二次関数	べき乗則
$V(r) = \alpha(r_c - r)^2 + \beta(r_c - r)$	$V(r) = \alpha \left\{ \left(\frac{r}{r_c} \right)^{-m} - \left(\frac{r}{r_c} \right) \right\}$

表-2 両関数形における一回微分および二回微分

	二次関数	べき乗則
一回微分	$-\beta$	$-\alpha(m+1)/r_c$
二回微分	2α	$\frac{\alpha m(m+1)}{r_c} \left(\frac{r}{r_c} \right)^{-(m+2)}$

端の位置を r_c としており、二次関数における α 、 β やべき乗側における α 、 m は材料定数である。流動速度分布の形状に関しては、Raynaud²⁾らにより、一定の critical shear rate を持つことが報告されている（図-1、図-2）。両関数形においてそれぞれ $V(r)$ を微分し $r=r_c$ を代入すると二次関数形は $-\beta$ となり定数になるのに対し、べき乗側は $-\alpha/r_c (m+1)$ となり、 r_c はロータの回転速度に応じた変数であるため、一定値であることを表現できない（表-1）。また、二次関数は二回微分を取ると -2α となり定数になる。（表-2）これは速度の傾きの変化率、すなわち速度の減衰の割合（減衰率と呼ぶこととする）が α で表されることを示している。べき乗側においては速度分布における材料定数 α 、 m の物理的意味は明確ではない。したがって、式の形としては非常に簡易な形式でありつつも、 α が減衰率を示し、 β が critical shear rate そのものを示す二次関数形の方が、流動場を表現するに当たって適切であると考えられる。ここで、実際に二次関数形を用いて、種々の速度分布がフィッティング可能であることを確認する必要があると考えられるが、山崎は³⁾ベントナイト懸濁液の結果に対してべき乗側との比較を行うにとどまっている。そこで本検討ではMRIによって速度分布が測定されている事例をまとめ、べき乗側とフィッティングの誤差の比較を行うこととした。

3. 速度分布のフィッティング

表-3 に示した、種々の流体に対し二次関数とべき乗側による近似を行い、残差分散の平均値による比較を行った。速度分布の形状について、部分流動である場合には相似性を有する場合があるという報告がある³⁾ことを踏まえ、速度分布の相似性を確認す

表-3 対象とした論文及び材料のまとめ

Author	Material
Raynaud et al. (2002) ⁶⁾	3.2% Bentonite suspension
Coussot et al. (2002) ⁵⁾	Soft-Glassy materials
Roussel et al. (2004) ⁷⁾	3.2% Bentonite suspension
Wasenius et al. (2005) ⁸⁾	46% PMMA core-shell latex
Jarny et al. (2008) ⁹⁾	W/C35% Cement paste
Gabriele et al. (2009) ¹⁰⁾	Sunflower oil
Rodts et al. (2005) ¹¹⁾	Foam
Ragouilliaux et al. (2006) ¹²⁾	Drilling mud
Drappier et al.(2006) ¹³⁾	Surfactant solutions

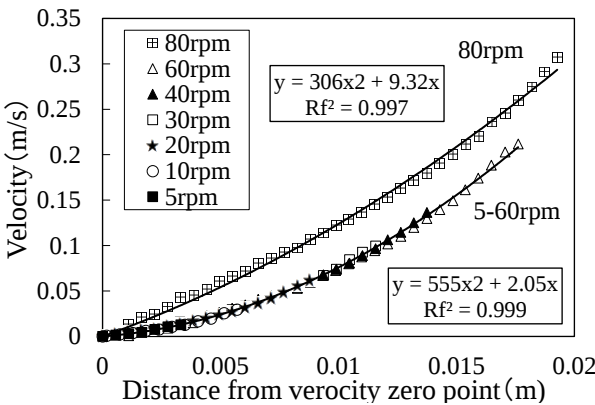


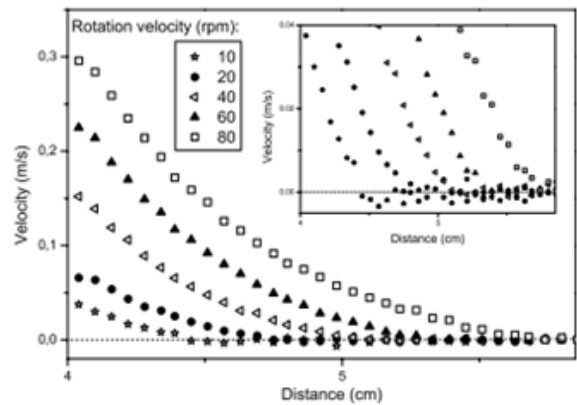
図-3 ベントナイト懸濁液の速度分布の相似性⁴⁾

るために、フィッティングに際して、流動停止端あるいは、二重円筒間で全域流動しているものに対しては外円筒の位置を原点に取り直したグラフを用いてフィッティングを行った。

表-3 に残差分散の算出結果を示した。誤差が小さい、すなわち精度の良い方を黄色で示している。残差分散の比較からは必ずしも二次関数による近似が優れているとは言えないが、広く用いられているべき乗側と同様に、二次関数形においても種々の流体の速度分布を近似可能であることが確認された。また、速度分布の相似性に関して、全域流動していない場合であっても必ずしも速度分布は相似にならないことが確認された（図-4、図-5）。ただし、泡の速度分布に関して、ロータの回転速度が遅い場合には相似性を有しており、回転速度が速く、流動停止端が外壁に近い 80rpm で速度分布がずれていることから、速度分布が相似になる条件は、部分流動であるだけでなく、回転速度が一定以下であることが必要であると考えられる。原因として、流動停止端が

表－４ 残差分散の算出結果

種類		二次関数	べき乗
Soft-Glassy materials	(a)Bentonite	1.78E-06	1.08E-06
	(b)Bentonite	5.706E-06	3.136E-06
	(c)Mayonnaise	1.181E-05	3.477E-06
	(d)Silica	9.714E-07	4.877E-07
	(d)honey	3.868E-06	3.178E-06
	(e)Cement paste	1.31E-06	1.73E-06
3.2% Bentonite suspension		2.69E-06	3.13E-06
46% PMMA core-shell latex	1Hz, 2Hz	4.565E-08	1.334E-08
	0.16, 0.8Hz	1.246E-08	1.652E-08
W/C35% Cement paste		8.74E-06	1.07E-05
Sunflower oil		1.354.E-06	1.595.E-06
Foam		2.076E-05	8.560E-06
Drilling mud		1.31E-06	1.73E-06

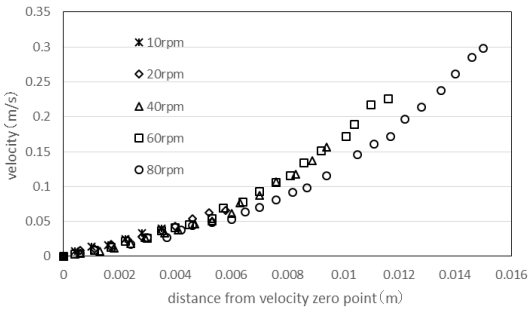


図－４ 泡の速度分布¹⁰⁾

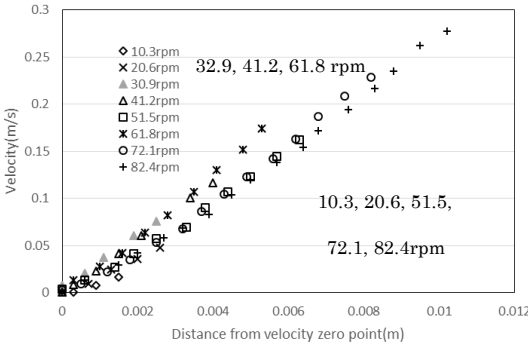
外壁に達せずとも、近くなると外壁の影響を受け、流動性が変化する可能性が考えられる。また、セメントペーストについては、二つのグループに分かれているようであるが、回転速度の大小によるものではない（図－6）。速度分布の測定に際して、各回転速度において新しく練った試料を用いていることが理由であると考えられるが、すべての回転速度で別々の形状になるのではなく、二つのグループに分かれていることは興味深い。理由については不明であるが、微妙な配合条件などの差で流動機構が二種類に分かれ、それぞれ相似形の速度分布を持つに至った可能性が考えられる。

4. 二次関数形を用いた流動曲線の導出

本検討では最後に、二次関数形を用いた場合の流



図－５ 泡の速度分布の相似性



図－６ セメントペーストの速度分布の相似性

動曲線の導出を行った。速度分布が相似であることを踏まえ、同じ材料では α を一定とする。また壁面における Non-slip 条件を用いると、ニュートンの粘性法則よりロータ壁面におけるせん断応力は次式で表される。

$$\tau = \mu \left(\frac{\dot{\gamma}(r_1 - r_0)}{r_0} + \sqrt{\beta^2 + 4\alpha\dot{\gamma}(r_1 - r_0)} \right)$$
 (1)

（ただし r_1 は外円筒の位置、 r_0 はロータ壁面の位置、 γ は見掛けのせん断速度を表す。）
一般的な流動曲線の形式に合わせて横軸に見掛けせん断速度、縦軸にせん断応力を取ったグラフを描くと図－7 のようになり擬塑性流動を表現することが可能である。特に、 α の値が小さい場合はグラフの非線形性が小さくなりビンガム流動に近づく。そして、 α 、 β の値がともに小さい場合、ニュートン流動を表現できることが確認された。ここで、 α の値が小さいとは速度の減衰率が小さいということであり、速度分布形状は単純なりに近づくが、同時にこれは流動曲線が線形に近づくことを意味する。また β で表される critical shear rate は、特定のせん断速度以下では不動になるという意味を持つので、降伏値と関連があると考えられる。実際二次関数から導かれる速度分布では、せん断速度が 0 の時のせん断応

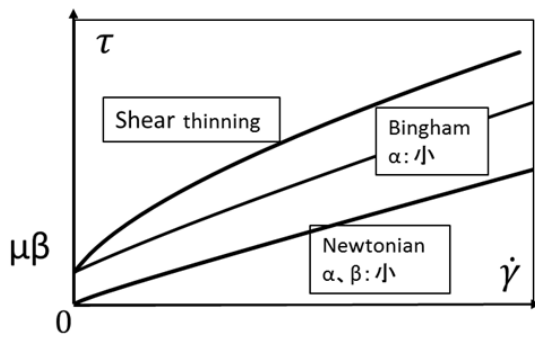


図-7 二次関数を用いた場合の流動曲線

力が粘性係数 $\mu \times \beta$ で表されている。すなわち β の値が小さくなれば、降伏値も小さくなるためニュートン流動に近づくことになる。以上のように、二次関数形を仮定すると、ニュートン流動、ビンガム流動、擬塑性流動といった種々の流動曲線が導出できることが確認でき、その挙動は α 、 β の物理的な意味とも合致していることが確認された。ただし、ダイラタント流動については表現することが出来ないこと、流動速度分布の相似形が確認されているのは、少なくとも全域流動していない場合に限られるので、導出した流動曲線を広いせん断速度範囲に適用させることが課題として挙げられる。

5. 結論

本検討のまとめを以下に示す。

1. 二次関数形において、定数 α が速度の減衰率を表し、 β が critical shear rate を表すことを示した。
2. 二次関数形を用いて種々の速度分布が近似可能であることを確認した。
3. 速度分布を二次関数形とした場合の流動曲線を導出し、 α や β の値を変化させることでニュートン流動やビンガム流動、擬塑性流動を表現できることを確認した。

最後に、二次関数形を流動モデルとして確立するためには、力学構成則についても検討する必要があるが、今後の検討課題である。

参考文献

- 1) 李柱国：ビンガム流動近似したフレッシュモデルタルが示すレオロジー挙動の焦点性，日本建築学会構造系論文集，第 80 巻 第 710 号，527-537，2015.，日本建築学会構造系論文集，

第 80 巻 第 710 号，527-537，2015.

- 2) Raynaud, J.S. et al.: Direct determination by nuclear magnetic resonance of the thixotropic and yielding behavior of suspensions, Journal of Rheology, Vol.46, No.3, pp.709-732, May.2002
- 3) Jarny, S. et al.: Rheological behavior of cement pastes from MRI velocimetry, Cement and Concrete Research, Vol.35, No.10, pp.1873-1881, Oct.2005
- 4) 山崎慈生，岸利治：二重円筒間のセメントペーストの流動特性と粒子分散系の流動速度分布に関する研究，コンクリート工学年次論文集，Vol.38, No.1, pp.1341-1346, 2016
- 5) Coussot, P. et al.: Coexistence of liquid and solid phases in flowing soft-glassy materials, Physical Review Letters, Vol.88, No.21, 218301, May.2002
- 6) Roussel, N.: Steady and transient flow behavior of fresh cement pastes, Cement and Concrete Research, Vol.35, No.9, pp.1656-1664, Sep.2005
- 7) Wassenius, H. and Callaghan, P. T.: NMR velocimetry studies of the steady-shear rheology of a concentrated hard-sphere colloidal system, The European Physical Journal E, Vol.18, pp.69-84, Sep.2005
- 8) Jarny, S. et al.: Rheological behavior of cement pastes from MRI velocimetry, Cement and Concrete Research, Vol.35, No.10, pp.1873-1881, Oct.2005
- 9) Gabriele, D. et al : Characterisation of dairy emulsions by NMR and rheological techniques, Food Hydrocolloids 23, pp.619-628, 2009
- 10) Rodts, S. et al : From “discrete” to “continuum” flow in foams, Europhys. Lett., 69(4), pp.636-642, 2005
- 11) Ragouilliaux, A. et al : Flow instability and shear localization in a drilling mud, Rheol. Acta 46, pp.261-271, (2006)
- 12) Drappier, J. et al. : Correlation between birefringent bands and shear bands in surfactant solutions