

弾塑性モデルと K_0 値

小野田ケミコ(株) 正会員 ○今井 誉人
 (株)新日本開発工業 正会員 赤石 勝
 東海大学 正会員 杉山 太宏
 金沢工業大学 正会員 外崎 明

1. 緒言

一次元圧縮状態からの応力変化に伴う軟弱地盤の変形計算に弾塑性応力ひずみ関係を用いる場合、初期応力状態を設定するには静止土圧係数 K_0 値が必要不可欠である。この K_0 値を実験により直接求めることは容易でないため、通常は実験式を利用し仮定されることが多い。 K_0 値を仮定した場合、計算結果にどの程度影響するのかについては十分に検討されていない。また、計算に利用する弾塑性モデルの塑性ポテンシャルによっては、初期の地盤内応力状態が実際と異なるものもあることが知られている¹⁾。この報告は、塑性ポテンシャルと一次元圧縮における応力ひずみ関係を、 K_0 値の再現性の点から検討している。

2. K_0 値と塑性ポテンシャル2.1 弾性せん断ひずみを無視した場合の K_0 値

式(1)のオリジナルカムクレイの塑性ポテンシャル Q_0 を用い、せん断ひずみ=塑性せん断ひずみ、すなわち、弾性せん断ひずみをゼロと仮定すれば近似 K_0 値を求める式(2)が得られる²⁾。

$$Q_0 = q - Mp \ln(p_0 / p) \quad (1)$$

$$K_0 = \frac{6 - 2M + 3(1 - \kappa / \lambda)}{6 + 4M - 6(1 - \kappa / \lambda)} \quad (2)$$

ここに、 q は偏差応力、 p は平均有効応力、 p_0 は塑性ポテンシャルのサイズパラメーター、 M は限界状態線 CSL の勾配、 λ は圧縮指数、 κ は膨張指数である。

式(3)の塑性ポテンシャル Q_A を用い、式(2)と同じ仮定を用いれば、近似 K_0 値に関する式(4)が得られる³⁾。

$$Q_A = q^2 - 2\gamma_p p q + \gamma_p^2 p p_0 + M^2(p^2 - p p_0) \quad (3)$$

$$\eta_0^2 + 3\left(1 - \frac{\kappa}{\lambda}\right)\eta_0 - M^2 - 3\left(1 - \frac{\kappa}{\lambda}\right)\gamma_p = 0 \quad (4)$$

ここに、 γ_p は係数、 $\eta_0 (= q_0 / p_0)$ は K_0 圧密時の応力比であり $K_0 = (3 - \eta_0) / (3 + 2\eta_0)$ である。

係数 $\gamma_p = 0$ とすれば、式(3)の塑性ポテンシャルは修正カムクレイモデルのそれと等しくなり、修正カムクレイモデルの近似 K_0 値が式(4)から計算される。 $\gamma_p \neq 0$ の場合、 γ_p 値の仮定によって得られる K_0 値は変化する。

2.2 応力ひずみ関係と静止土圧係数

土要素に生じる全ひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ は、弾性ひずみ速度成分 $\dot{\epsilon}_e$ と塑性ひずみ速度成分 $\dot{\epsilon}_p$ の和として式(5)で表わす。

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_e + \dot{\epsilon}_p \quad (5)$$

ここに“ \cdot ”は時間についての微分を表わす。

この報告では、弾性ひずみ速度成分はフックの法則、塑性ひずみ速度成分は超過応力型の粘塑性流動則式(6)を用いて計算する。粘塑性流動則を用いても定常状態であれば弾塑性解析である⁴⁾。

$$\dot{\epsilon}_p = \langle F \rangle \frac{\partial Q}{\partial \underline{\sigma}} \quad (6)$$

ここに、 F は降伏関数、 $\underline{\sigma}$ は応力成分である。 $F \leq 0$ ならば $\langle \rangle$ 内の値はゼロとし、 $F > 0$ ならば通常の括弧として扱う。

式(6)から明らかなように、塑性ひずみ速度成分は塑性ポテンシャル Q の応力勾配に比例するので、一次元圧縮において計算される水平有効応力、すなわち静止土圧係数は F でなく塑性ポテンシャル Q に影響される。この報告では、式(3)の係数 $\gamma_p = 0$ とした修正カムクレイモデルの降伏関数を用い、塑性ポテンシャルが静止土圧

表1 土質定数

試料	K_0	M	λ	κ	f_0
日立	0.46	1.57	0.460	0.120	3.54
柏	0.40	1.57	0.200	0.030	2.37
柳井Ⅲ	0.38	1.89	0.304	0.022	2.28
柳井Ⅳ	0.40	1.61	0.532	0.032	2.57
福井	0.47	1.13	0.130	0.033	1.85
当別	0.57	1.16	0.200	0.070	2.44

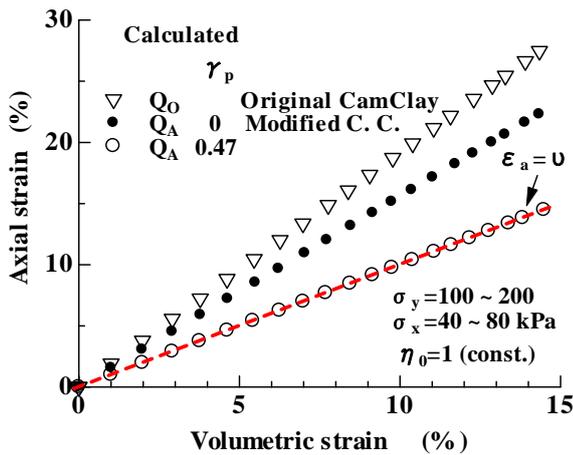


図-1 異なる塑性ポテンシャルで計算した K_0 条件における体積ひずみと軸ひずみの関係

係数に及ぼす影響と弾性せん断ひずみを無視しない場合の K_0 値について検討する. したがって, 修正カムクレイモデル以外は非関連流動則となる. 実測 K_0 値からポアソン比 $\nu (= K_0 / (1 + K_0))$ を求め, 式(7)でヤング係数 E を決定した. このため, 弾性ひずみは K_0 値の計算結果に影響しない.

$$E = 3(1 - 2\nu)f_0 p / \kappa \quad (7)$$

ここに, f_0 は初期体積比である.

3. 計算結果と考察

弾塑性土モデルから静止土圧係数 K_0 値を求めるため表-1 の土質定数を用いた. 試料の「日立」と「柏」は著者らの実験結果であるが, 柳井, 当別, 福井は参考文献 5)~7)から引用した.

3.1 粘塑性流動則による K_0 値の計算例

表-1 に示した試料「柳井Ⅳ」に対し, 異なる 3 つの塑性ポテンシャルで K_0 応力増分 ($d\sigma_x / d\sigma_y = 40/100$

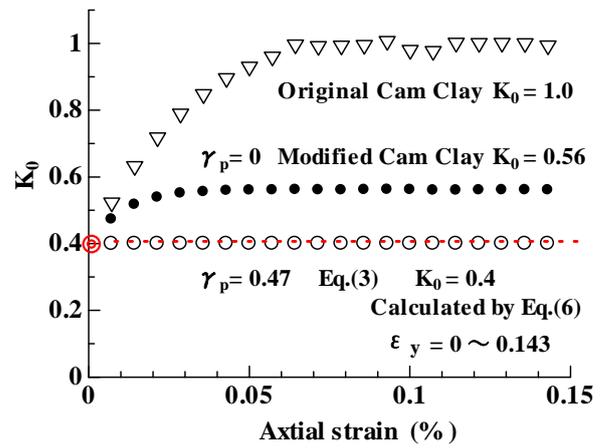


図-2 異なる塑性ポテンシャルで計算した軸ひずみと K_0 の関係

kPa ; $\sigma_{y0} = 100$ kPa) を加えた計算を行い鉛直ひずみと体積ひずみ関係について比較した結果が図-1 である. 式(3)の係数 $\gamma_p = 0.47$ とした○印の一次元圧縮量は, 理論値 $\epsilon_y = \lambda \ln(\sigma_y / \sigma_{y0}) / f_0 = 0.143$ と一致した. 決定した値である. γ_p 値は目安として式(4)から求めることができる. 例えば, 式(4)の初期応力比 $\eta_0 = 1$ ($K_0 = 0.4$) とすれば $\gamma_p = 0.44$ となり, この値から鉛直ひずみと体積ひずみが等しくなるように試行錯誤で計算して $\gamma_p = 0.47$ を得た. ▽印のオリジナルカムクレイと, $\gamma_p = 0$ とした●印の修正カムクレイでは, 一次元圧縮にもかかわらず軸ひずみが理論値の約 1.5 倍, 2 倍と過大に計算されることが明らかで, これは仮定する塑性ポテンシャルの不具合によるものと考えられる.

図-1 の計算で生じた鉛直ひずみ 0.143 を 20 等分し, 段階的に変形を与えたひずみ制御による一次元圧縮の再現計算で得られた K_0 値と ϵ_y の関係が図-2 である. カムクレイモデルの K_0 値は ϵ_y の増加とともに初期値 $K_0 = 0.4$ から増加するが, $\epsilon_y > 0.06$ ではほぼ一定値に収束している. 修正カムクレイも同様に, K_0 値は 0.4 から 0.56 まで増加する. しかし, Q_A の係数 $\gamma_p = 0.47$ とした計算の K_0 値は初期から変化せず終始一定値を維持する結果が得られている.

例えば, 試料「柳井Ⅳ」の実測 K_0 値が不明であるとして, 式(2)のような近似式から得られる $K_0 = 0.7$ を代用して計算した一次元圧縮における弾塑性応力ひずみ関係が図-3 である. 一次元圧縮ひずみの増加とともにオリジナルカムクレイモデルの K_0 値は増加するが, 係数 $\gamma_p = 0$ (修正カムクレイ) と $\gamma_p = 0.47$ とした塑性ポテンシャルでは, K_0 値は仮定した初期 $K_0 = 0.7$ より減少

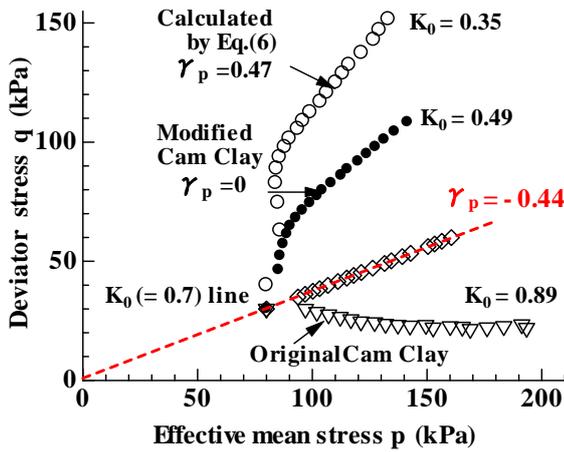


図-3 式(2)の近似式から求めた K_0 値(=0.7)による有効応力経路の計算結果

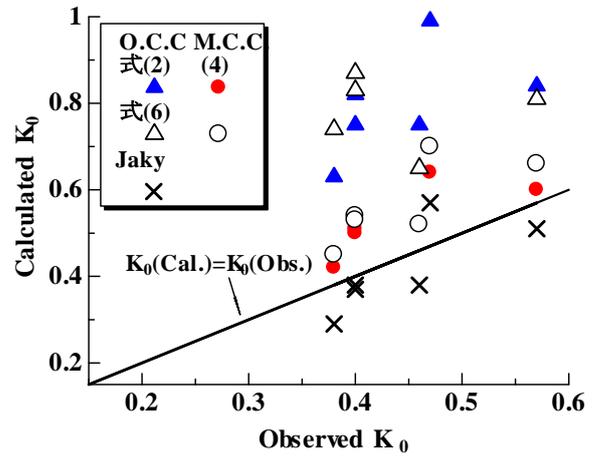


図-4 K_0 値の実測値と計算値の比較

表-2 K_0 の実測値と計算値の比較

試料	実測 K_0 値	計算 K_0 値			計算 K_0 値 式(6)		式(6)で 実測 K_0 = 計算 K_0 となる γ_p 値
		Jaky 式	式(2)	式(4)	Original Cam Clay	Modified CamClay $\gamma_p = 0$	
日立	0.46	0.38	0.75	0.50	0.65	0.52	0.26
柏	0.40	0.38	0.75	0.50	0.83	0.54	0.52
柳井Ⅲ	0.38	0.29	0.63	0.42	0.74	0.45	0.26
柳井Ⅳ	0.40	0.37	0.82	0.51	0.87	0.53	0.47
福井	0.47	0.57	0.99	0.64	1.01	0.70	0.62
当別	0.57	0.51	0.84	0.60	0.81	0.66	0.28

する。一次元圧縮過程で K_0 値一定 ($K_0=0.7$) とするためには、塑性ポテンシャル Q_A の係数 $\gamma_p = -0.44$ と、負値にする必要があることを図-3 の計算結果で示した。弾塑性FE解析では初期静止土圧状態からの応力変化に伴う地盤の変形を考える場合が多い。弾塑性応力ひずみ関係に基づくより精度の高い地盤の変形の予測には、適切な塑性ポテンシャルの選択が重要であることを示すものである⁸⁾。

3.2 K_0 値の評価

実測により K_0 値が既知の6試料に対し、弾性せん断ひずみをゼロと仮定する K_0 値の近似式(2)と(4)、ならびに弾性せん断ひずみが計算される式(6)の粘塑性流動則を用いて計算した K_0 値を、Jaky式による推定値と合わせて表-2 と図-4 にまとめて示した。弾性せん断ひずみをゼロと仮定した近似式(2)と(4)による K_0 値(記号●, ▲)は、実測値よりも大きな値を示し特にオリジナルカ

ムクレイにおいてその傾向が顕著である。弾性せん断ひずみを考慮した式(6)による K_0 値の計算結果もまた過大である。Jaky式による予測の方が実測 K_0 値に近い。いずれも弾塑性モデルの塑性ポテンシャル Q の不具合によるものであり、係数 γ_p を利用するように Q の修正が必要である。

試料「日立」と「柏」のせん断抵抗角 ϕ は同じ値のため、Jaky式による予測 K_0 値は同値となるが、弾性せん断ひずみを無視した近似式(2)と(4)による計算 K_0 値も過大ながら同じ値となる点が注目される。各試料において Q の係数 γ_p を表-2 のようにすれば、実測値に一致する K_0 値が計算される。

4. むすび

弾塑性FE解析で初期静止応力状態の設定に静止土圧係数 K_0 値を利用する場合、弾性せん断ひずみを無視した K_0 値の予測式は、実測 K_0 値と大きく異なる可能性

があること、弾塑性応力ひずみ関係で初期応力状態、すなわち K_0 応力状態を再現するには、適切な塑性ポテンシャルの仮定が重要であることを示した。

参考文献

- 1) 飯沼孝一, 今井誉人, 赤石勝, 外崎明: K_0 値と塑性ポテンシャル, 第12回地盤工学会関東支部発表会, CD-ROM, 2015年10月.
- 2) 地盤工学会編: 弾塑性有限要素法がわかる, pp.211, 2003.
- 3) Dafalias, F.Y., Manzari, M.T. and Akaishi, M.: A simple anisotropic clay plasticity model, Mechanical Research Communication, Vol.29, 241-245.
- 4) D.R.J.Owen & E.Hinton: Finite elements in plasticity, Pineridge Press, 1980.
- 5) 森脇武夫, 藤井秀憲, 網干寿夫: 飽和粘土の K_0 値に関する実験的研究, 土質工学会論文報告集, Vol.28, No.2, pp.205-215, 1988.
- 6) Arai, K.: Relationship between time effects in triaxial test and secondary compression, Vol.34, NO.3, pp.59-69, 1994.
- 7) 林宏親: 泥炭地盤の変形挙動解析に用いる地盤定数の評価法に関する研究, 寒地土木研究所報告, No.400, pp.1-138, 2007.
- 8) 太田秀樹, 鍋谷雅司, 藤井信二, 山本松生: 弾・粘塑性有限要素解析の入力パラメーター決定における一軸圧縮強度の利用, 土木学会論文集, No.400 III-10, pp.45-54, 1988.