

跳水内部の空気混入率分布に関する検討

日本大学大学院 学生会員 ○内田 健太
 日本大学理工学部 正 会 員 高橋 正行
 日本大学理工学部 フェロー 大津 岩夫

まえがき

一般にスルースゲート下流側に形成される跳水は、跳水中に空気を取り込まれ、多量の気泡が混入した流れとなっている。スルースゲート下流側に形成される跳水への流入射流は乱流境界層の発達状態（図1参照）によって Undeveloped inflow（以下UDと略す）、Partially developed inflow（PDと略す）、および Fully developed inflow（FDと略す）に分けられる。ここに、UDは縮流部に跳水始端が位置する場合、PDは乱流境界層が発達中の射流に跳水始端が位置する場合、FDは乱流境界層が水面まで到達した断面よりも下流側の射流に跳水始端が位置する場合である（図1参照）。

Takahashi and Ohtsu¹⁾は跳水始端のフルード数および乱流境界層の発達状態（UD、PD、およびFD）によって跳水内部の空気混入率 C [=空気の体積/（空気の体積+水の体積）] の分布に違いがあることを示した。しかしながら、乱流境界層の発達状態およびフルード数が跳水内部の空気混入率分布に与える影響については不明である。

本研究は、UD、PDおよびFDの定常跳水を対象にフルード数および乱流境界層の発達状態が跳水内部の空気混入率分布におよぼす影響について明らかにしようとしたものである。

実験

実験は、スルースゲートを有する水路幅 B の滑面長方形断面水平水路を用いて、定常跳水が形成される跳水始端のフルード数 F_{r1} ($= V_1/\sqrt{gh_1}$) とレイノルズ数 Re ($= V_1 h_1/\nu$) を対象²⁾に、表1に示す条件のもとで行われた。ここに、 g は重力加速度、 h_1 は跳水始端断面の射流水深、 V_1 は跳水始端断面の断面平均流速、 ν は水の動粘性係数である。UDの場合は $x_1=0$ 、FDの場合は $x_1=2x_{cp}$ となる x_1 、PDの場合は $\delta/h_1=0.5$ もしくは 0.8 となる x_1 (x_1 は跳水始端断面の座標、 x_{cp} は境界層厚 δ が水面に達して $\delta=h$ となる座標) とした。射流の乱流境界層厚 δ と水深 h_1 は Ohstu and Yasuda の方法³⁾を用いて計算し、表1の条件が得られるように流

量、スルースゲートの開口高、水路下流端の堰高を調整した。跳水内部の空気混入率 C の測定には2点電極型ボイド率計（probe 先端直径 $25\mu\text{mm}$ 、採取間隔 $50\mu\text{s}$ 、採取時間 45s ）を使用した。

表1 実験条件

Inflow condition	F_{r1} [-]	$Re \times 10^{-4}$ [-]	B [m]	δ/h_1 [-]
UD	5.2~8.2	6.2	0.4	0
PD	5.2~8.2	6.2	0.4	0.5 0.8
FD	5.2~8.2	6.2	0.4	1

跳水内部の空気混入率分布

跳水始端断面のアスペクト比が $B/h_1 \geq 10$ 、 $Re \geq 60000$ の場合、水路中央部 ($z=0$) での空気混入率 C は次のように示される¹⁾。

$$C = F \left(\frac{x-x_1}{h_1} \text{ or } \frac{x-x_1}{L_j}, \frac{y}{h_1}, F_{r1}, \frac{\delta}{h_1} \right) \quad (1)$$

ここに、 x は縮流部を原点とする水路流下方向の座標、 y は水路床を原点とする鉛直上向きの座標、 L_j は跳水長であり、 $L_j=5.5h_2$ ⁴⁾で求められている。跳水内部の空気混入率 C の実験値を(1)式の関係に基づき整理した結果の一例を図2に示す。図2に示されるように、与えられた F_{r1} 、 δ/h_1 、 y/h_1 に対して跳水始端断面近くでは空気混入率 C は大きく、下流側に向かうにつれて C の値は小さくなる。

流入射流の水面と跳水の表面渦先端との交点である impingement point（図1）付近で取り込まれた気泡は跳水中で移流・拡散する。そのため、跳水内部の空気混入率 C の値は底面から y の増加に伴い大きくなり、空気混入率の極大値 $C_{\max}$ を経て $y = y_{C_{\min}}$ まで減少し、 $y = y_{C_{\min}}$ で極小値 $C_{\min}$ をとる（図3）。図3に示されるように $y \leq y_{C_{\min}}$ の領域は advective diffusion region と呼ばれている⁵⁾。一方、

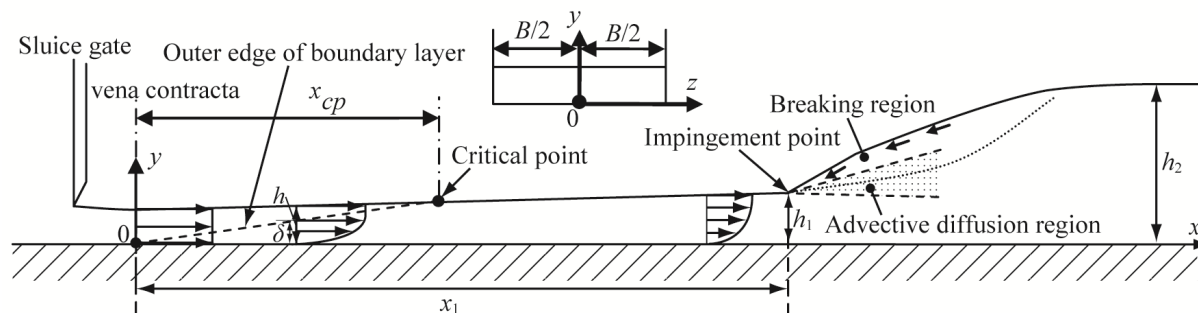


図1 定義図

キーワード 跳水、空気混入率、advective diffusion region、乱流境界層

連絡先 〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台 1-8-14 日本大学理工学部土木工学科 TEL.&FAX. 03-3259-0676

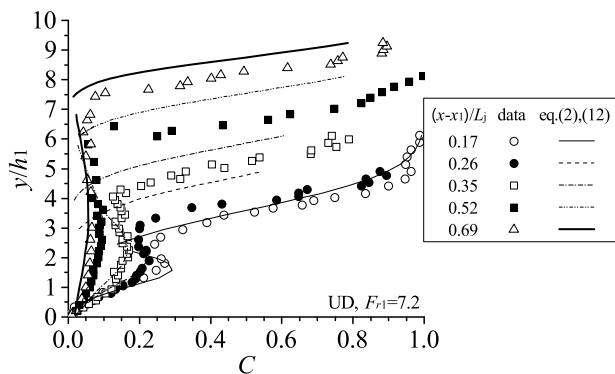
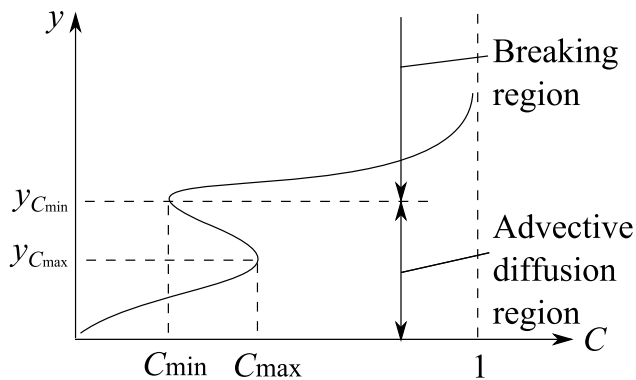
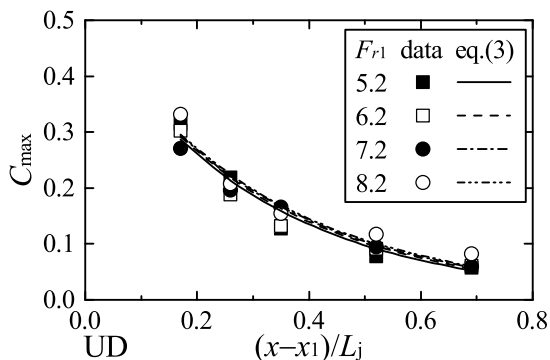
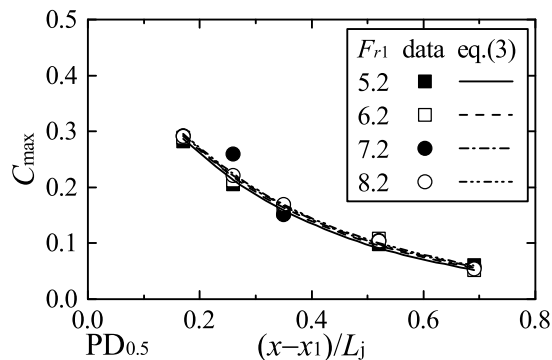
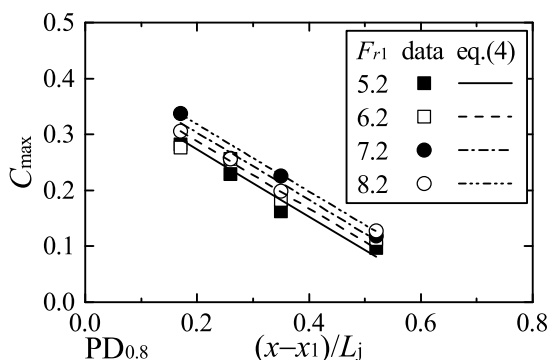
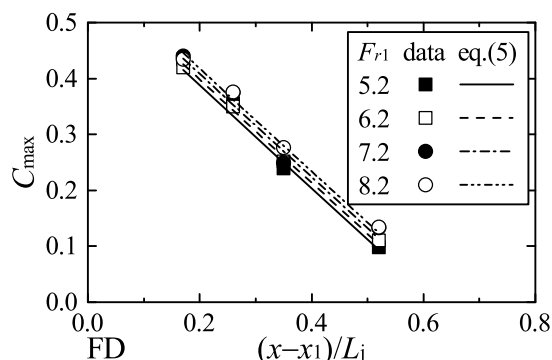
図2 跳水内部の空気混入率分布 ($F_{r1}=7.2$, FD)

図3 空気混入率分布概略図



(a) UD

(b) PD_{0.5}(c) PD_{0.8}

(d) FD

図4 $C_{\max}$ の流下方向変化

$y \geq y_{C_{\min}}$ の領域では、跳水の表面渦の水面の breaking により空気を取り込まれるため、 y の増加に伴い C の値は 1 に近づく。この領域は breaking region と呼ばれている⁶⁾。

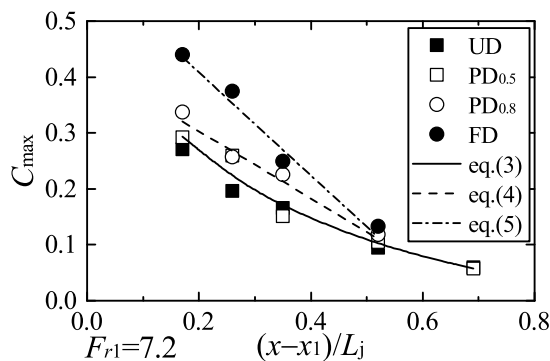
Advective diffusion region 内の空気混入率分布

Advective diffusion region 内の空気混入率分布は、気泡の拡散モデル⁵⁾に基づいた

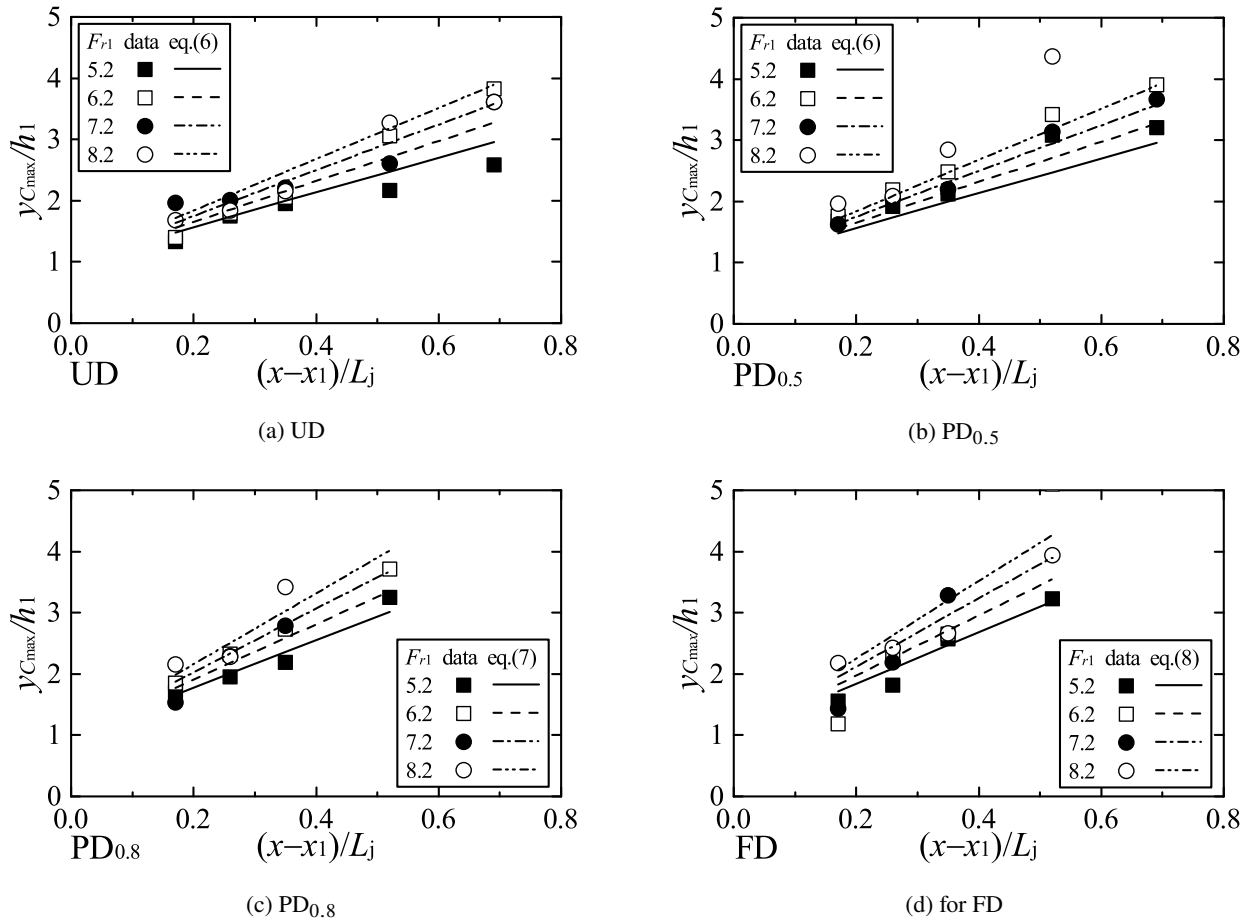
$$C = C_{\max} \times \exp \left\{ -\frac{1}{4D^{\#}} \left(\frac{y}{h_1} - \frac{y_{C_{\max}}}{h_1} \right)^2 \right\} \quad (2)$$

によって、定常跳水の場合は近似されることを確認した。ここに、 $D^{\#}$ は無次元化された乱流拡散係数 [$D^{\#} = D_t / (V_1 h_1)$]; D_t は空気混入流中の気泡の拡散係数] である。

Advective diffusion region 内の最大空気混入率 $C_{\max}$ の流

図5 乱流境界層の発達状態による $C_{\max}$ の変化

下方向の変化を図4, 5に示す。図4に示されるように、同一の F_{r1} に対して、 $(x-x_1)/L_j$ の値が増加するにつれて $C_{\max}$ の値は減少する。また、同一の δ/h_1 , $(x-x_1)/L_j$ に対して、

図6 $y_{C_{max}}/h_1$ の流下方向変化

F_{r1} の増加に伴い C_{max} の値は増加する。これは、 F_{r1} が増加すると表面渦の水面勾配が大きくなり、表面渦の breaking による水面近くの空気混入率が増加し、impingement point から跳水内部に取り込まれる空気の量が大きくなったためである¹⁾。

図5に示されるように、同一の F_{r1} , $(x-x_1)/L_j$ に対して UD と PD_{0.5} よりも FD の C_{max} の値が大きい。また、PD_{0.8} は UD と FD の中間の値を示す。これは、UD と PD_{0.5} の場合、流入射流の水面は滑らかであるのに対して、FD の場合、流入射流の水面には凹凸を伴う変動が存在するため、impingement point から流入する空気が多くなったためである¹⁾。

F_{r1} と乱流境界層の発達状態が C_{max} におよぼす影響を考慮に入ると、 C_{max} の実験式は以下のように示される。

$$C_{max} = 0.5 \times \exp \left\{ -\frac{\sqrt{8F_{r1}^2 + 1} - 1}{F_{r1} - 1} \times \frac{x - x_1}{L_j} \right\} \quad (3)$$

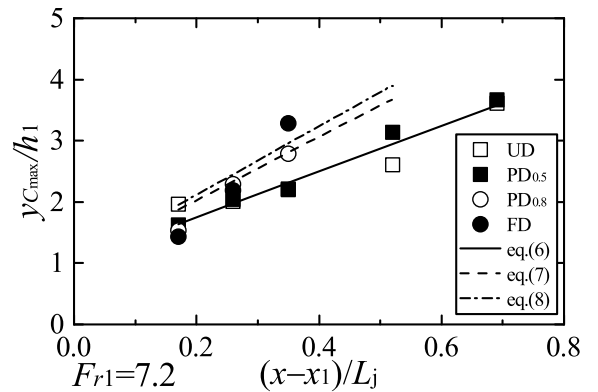
for UD ($R^2 = 0.95$) and PD_{0.5} ($R^2 = 0.98$)

$$C_{max} = 0.015 (F_{r1} + 21) - 0.6 \times \frac{x - x_1}{L_j} \quad (4)$$

for PD_{0.8} ($R^2 = 0.96$)

$$C_{max} = 0.01 (F_{r1} + 52) - 0.92 \times \frac{x - x_1}{L_j} \quad (5)$$

for FD ($R^2 = 0.99$)

図7 乱流境界層の発達状態による $y_{C_{max}}/h_1$ の変化

C_{max} の生じる位置 $y_{C_{max}}/h_1$ の流下方向の変化を図6, 7に示す。図6に示されるように、同一の F_{r1} に対して、 $(x-x_1)/L_j$ の値の増加に伴い $y_{C_{max}}/h_1$ の値は増加する。また、同一の δ/h_1 , $(x-x_1)/L_j$ に対して、 F_{r1} が増加すると $y_{C_{max}}/h_1$ の値は増加する。これは、 F_{r1} が増加すると advective diffusion region に多量の空気が混入するため、浮力効果で気泡が上昇したものと考えられる¹⁾。

図7に示されるように、 $(x-x_1)/L_j \geq 0.2$ の場合、同一の F_{r1} , $(x-x_1)/L_j$ に対して UD と PD_{0.5} よりも FD の $y_{C_{max}}/h_1$ の値が大きい。また、PD_{0.8} は UD と FD の中間の値を示す。これは、FD と PD_{0.8} は UD と PD_{0.5} よりも advective diffusion region に多量の空気が混入することから、気泡の浮力の効果もあって $y_{C_{max}}/h_1$ が上昇したものと

考えられる¹⁾。

F_{r1} と乱流境界層の発達状態が $y_{C_{max}}/h_1$ におよぼす影響を考慮に入れると、 $y_{C_{max}}/h_1$ の実験式は以下のように示される。

$$\frac{y_{C_{max}}}{h_1} = 1 + (0.5 + 0.45F_{r1}) \times \frac{x - x_1}{L_j} \quad (6)$$

for UD ($R^2 = 0.89$) and PD_{0.5} ($R^2 = 0.90$)

$$\frac{y_{C_{max}}}{h_1} = 1 + (0.55 + 0.64F_{r1}) \times \frac{x - x_1}{L_j} \quad (R^2 = 0.8) \quad (7)$$

$$\frac{y_{C_{max}}}{h_1} = 1 + (0.55 + 0.7F_{r1}) \times \frac{x - x_1}{L_j} \quad (R^2 = 0.76) \quad (8)$$

本研究による advective diffusion region 内の C の測定値を用いると、 $D^\#$ は UD と PD_{0.5} の場合 (9) 式、PD_{0.8} の場合 (10) 式、FD の場合 (11) 式で近似される。

$$D^\# = 0.001 + 0.012(1.6 + F_{r1}) \times \frac{x - x_1}{L_j} \quad (9)$$

for UD and PD_{0.5}

$$D^\# = 0.0013 + 0.012(3.4 + F_{r1}) \times \frac{x - x_1}{L_j} \quad \text{for PD}_{0.8} \quad (10)$$

$$D^\# = 0.007 + 0.012(4 + F_{r1}) \times \frac{x - x_1}{L_j} \quad \text{for FD} \quad (11)$$

Advective diffusion region 内の C は、UD と PD_{0.5} のとき (3), (6), (9) 式を (2) 式に使い、PD_{0.8} のとき (4), (7), (10) 式を (2) 式に使い、FD のとき (5), (8), (11) 式を (2) 式に用いることで求められる。この計算値の一例を図 2 の各線に示す。Advective diffusion region 内の C の計算値と実験値は、UD の場合 $R^2 = 0.90$ 、PD_{0.5} の場合 $R^2 = 0.81$ 、PD_{0.8} の場合 $R^2 = 0.82$ 、FD の場合 $R^2 = 0.92$ となった。なお、実験式の適用範囲は定常跳水の範囲を網羅しており、UD と PD_{0.5} の場合、 $0.17 \leq (x - x_1)/L_j \leq 0.69$ 、 $5.2 \leq F_{r1} \leq 8.2$ であり、FD と PD_{0.8} の場合、適用範囲は $0.17 \leq (x - x_1)/L_j \leq 0.52$ 、 $5.2 \leq F_{r1} \leq 8.2$ である。

Breaking region 内の空気混入率分布

Breaking region 内の空気混入率分布は (12) 式によって近似する方法が提案なされている⁷⁾。

$$C = \frac{1}{2} \times \left\{ 1 + \operatorname{erf} \left(\frac{\frac{y - y_{0.5}}{h_1}}{2 \times \sqrt{\frac{x - x_1}{h_1} \times D^*}} \right) \right\} \quad (12)$$

ここに、 $y_{0.5}$ は空気混入率 $C = 0.5$ となる y 、 D^* は breaking region 内の無次元化された乱流拡散係数 [$D^* = D_t'/(V_1 h_1)$]; D_t' は breaking region における乱流拡散係数] である。

$y_{0.5}$ の流下方向の変化を図 8 に示す。なお、図 8 中の実線は跳水表面渦の水面を目視観察で定めた水深 h の実験式⁴⁾

$$\frac{h - h_1}{h_2 - h_1} = 1 - \left(1 - \frac{x - x_1}{L_j} \right)^{1.9} \quad (13)$$

である。図 8 に示されるように、同一の $(x - x_1)/L_j$ と F_{r1} に対して $0.2 \leq (x - x_1)/L_j$ では、UD と PD_{0.5} の $y_{0.5}$ の値はほぼ等しく、FD と PD_{0.8} の $y_{0.5}$ の値はほぼ等しい。また、

UD よりも FD の $y_{0.5}$ の値が大きいものの、 $h \approx y_{0.5}$ であることが確かめられた。

本研究による breaking region 内の C の測定値を用いると、 D^* は (14) 式で近似される。

$$D^* = \frac{1}{100} \times \left\{ \left(\frac{x - x_1}{L_j} \right)^{-1.1} - 1 \right\} \quad (14)$$

Breaking region 内の C は、(13), (14) 式を (12) 式に用いることで求められる。この計算値の一例を図 2 に示す。Breaking region 内の C の実験値と計算値は、UD の場合 $R^2 = 0.85$ 、PD_{0.5} の場合 $R^2 = 0.86$ 、PD_{0.8} の場合 $R^2 = 0.69$ 、FD の場合 $R^2 = 0.62$ となった。なお、実験式の適用範囲は定常跳水の範囲を網羅しており、UD と PD_{0.5} の場合、 $0.17 \leq (x - x_1)/L_j \leq 0.69$ 、 $5.2 \leq F_{r1} \leq 8.2$ であり、FD と PD_{0.8} の場合、適用範囲は $0.17 \leq (x - x_1)/L_j \leq 0.52$ 、 $5.2 \leq F_{r1} \leq 8.2$ である。

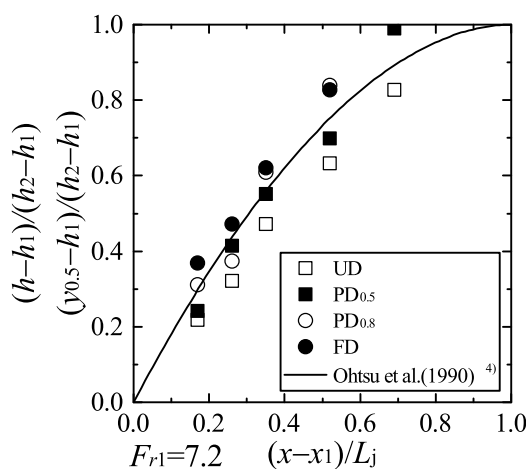


図 8 跳水の水面形状

まとめ

スルースゲートを有する長方形断面水平水路に形成される定常跳水を対象に、跳水始端のフルード数および乱流境界層の発達状態が跳水内部の空気混入領域におよぼす影響を考慮に入れた跳水内部の空気混入率分布の予測式を提示することができた。

参考文献

- 1) Takahashi, M. and Ohtsu, I.: Effect of inflows on air entrainment in hydraulic jumps below a gate, *J. Hydraul. Res.*, DOI: 10.1080 / 00221686.2016.1238016, 2016.
- 2) 持田俊, 安田陽一, 高橋正行, 大津岩夫: 自由跳水の流況形成に対するレイノルズ数の影響, 土木学会年次講演会概要集, 65, II 部門, 391-392, 2010.
- 3) Ohtsu, I. and Yasuda, Y.: Characteristics of supercritical flow below sluice gate, *J. Hydr. Eng.*, 120(3), 332-346, 1994.
- 4) Ohtsu, I., Yasuda, Y. and Awazu, S.: Free and submerged hydraulic jumps in rectangular channels, *Report of Res. Inst. of Sci. and Tech.*, Nihon Univ., 35, 1-50, 1990.
- 5) Chanson, H.: *Air bubble entrainment in free surface turbulent shear flow*, Academic Press, London, U.K., 1997.
- 6) Takahashi, M. and Ohtsu, I.: Effect of inflow condition on air entrainment characteristics in hydraulic jumps, *Proc. 33rd IAHR Congress*, 4917-4924, 2009.
- 7) Murzyn, F., Mouaze, D. and Chaplin, J.R.: Optical fibre probe measurements of bubbly flow in hydraulic jumps, *Int. J. Multiphase Flow*, 31(1), 141-154, 2005.