

極値降雨の統計的予測に基づく水害リスクの評価に関する研究

中央大学 学生会員 ○清水 啓太

中央大学 フェロー会員 山田 正

1. 研究背景と目的

現在の治水計画は過去の降雨記録や洪水記録に基づいて策定されており、ある確率年で生じうる水文量（降雨量、洪水流量）が決定論的に定められている。

近年、記録的な豪雨が増加傾向にある。例えば、平成28年8月北海道豪雨では、1週間のうちに3つの台風が北海道へ上陸し、その後台風10号が接近したことにより、観測史上初めて、1年間で降る雨量と同じ雨量が8月の後半だけで降り、道内に大規模な被害を与えた。このような記録的豪雨がすべて気候変動に起因するかどうかは断言できないが、気候変動の影響は今後、顕在化する可能性が非常に高いと予測されている¹⁾。したがって著者らは気候変動あるいはそのほかの要因により確率的に生じうる今までに経験したことのない豪雨を考慮した治水計画を策定する必要があると考えている。

本研究では水文頻度解析に現在の治水計画では考慮されていない予測区間を導入し、ある確率で生じうる水文量に幅を持たせることで可能となる豪雨災害に対するリスクマネジメントの理論的枠組みを示すことを目的としている。

2. 研究手法

本研究では年最大日降雨量について Gumbel 型極値分布による頻度解析を行った。予測区間は森口²⁾が提案した確率表現関数を用いた検定方法である確率限界法検定を用いて導出した。予測区間とは将来の観測値が取りうる範囲のことである。例えば、50%予測区間とは将来取りうるすべての観測値のうち50%が存在する範囲のことである。

2-1. 確率限界法検定について

確率限界法検定の検定方法を以下に示す。

1) 区間 $[0,1]$ の一樣分布 $u=x$ が有する諸所の特徴を用いて一樣分布に従う乱数の予測区間の上限値 Z_U 、下限値 Z_L を求める。すなわち、 $Z_L \leq u \leq Z_U$ なる関係が成立する。

2) 累積分布関数の値域に生起する値は区間 $[0,1]$ の一樣分布に従う。累積分布関数の逆関数を森口²⁾は確率表現関数と定義した。

$$\chi(u) = x \quad (1)$$

$$F(x) = u \quad (2)$$

式(1)に示す確率表現関数とは式(2)に示す累積分布関数の逆関数である。式(1)の関数形を図-1(a)、式(2)の関数形を図-1(a)に示す。

確率表現関数の定義域に生起する値は区間 $[0,1]$ の一樣分布に従うことから1)で求めた一樣分布における予測区間 $Z_L \leq u \leq Z_U$ という関係を用いると、確率表現関数における予測区間 $\chi(Z_L) \leq \chi(u) \leq \chi(Z_U)$ が求まる。確率限界法検定とは観測値が $\chi(Z_L) \leq \chi(u) \leq \chi(Z_U)$ から成る予測区間の外部に存在するとき有意な差があるとみなす検定手法である。

2-2. 区間 $[0,1]$ の一樣分布における予測区間の導出

n 個の観測値が得られたとき、区間 $[0,1]$ の一樣分布に従う乱数を n 個発生させ、大きさ n の標本を作る。本研究では同様に求めた標本を1000個作成した。区間 $[0,1]$ の一樣分布の場合、第 i 順序統計量 $x_{(i)}$ の分布は、母数 $i, n-i+1$ のベータ分布 $I_x(i, n-i+1)$ に従うため式(3)が成立する。また、順序統計量とは観測値を昇順に並べ変えて作成する標本のことである。 i 番目の観測値を第 i 順序統計量 $x_{(i)}$ とする。

$$\Pr\{x_{(i)} \leq x\} = I_x(i, n-i+1) \quad (3)$$

$$\alpha = \min_{1 \leq i \leq n} \{ \text{Min}[I_x(i, n-i+1), I_x(n-i+1, i)] |_{x=x_{(i)}} \} \quad (4)$$

α は x が取りうる上限値と下限値を求めるための仮の確率である。式(3)が α と等しくなるときの x の値を予測区間の下限値 $Z_{L(i)}$ 、 $1-\alpha$ と等しくなるときの x の値を予測区間の上限値 $Z_{U(i)}$ とする。

式(4)は第 i 順序統計量 $x_{(i)}$ に関する非超過確率と超過確率のうち、小さい方を抽出し、すべての順序統計量に対しても、同様な操作を行い、得られた n 個の確率のうちで最小となる確率を α とするということを意味している。工学上、この操作は危険側の確率を抽出しているということである。式(4)から1000個の α が得られる。この α を計算上の便宜を図るため $-\log_{10}(2\alpha)$ に変形し、1000個の $-\log_{10}(2\alpha)$ を使い、式(5)に示す Gumbel 型極値分布を作成した。

$$u = F(x) = \exp[-\exp(-(x-b)/c)] \quad (5)$$

式(5)に対応する確率表現関数は式(6)で表される。

$$\chi(u) = x = b - c \log(-\log(u)) \quad (6)$$

$n=54$ かつパラメータ $b=1.124, c=0.45256$ における式(5)の解を図-1(b)、式(6)の解を図-1(a) また、式(5)および式(6)における x は式(7)で表される。

$$x = -\log_{10}(2\alpha) \quad (7)$$

予測区間を導出する際に必要となる α を求める方法を95%予測区間を例に示す。95%予測区間に相当す

る α を求めるためには両側確率 5% を除けばよい. 図-2 より両側確率 5% 分は $0.95 \leq u \leq 1.0$ に相当するため, $u=0.95$ を式(6)に代入し, x を求め, 式(7)を α について解くことで 95% 予測区間に相当する α を得ることができる.

$$P(x_{(i)} \leq x) = \sum_{j=i}^n \binom{n}{j} x^j (1-x)^{n-j} \quad (8)$$

式(3)は二項分布の部分和として式(8)で表すことができる. 一様分布における予測区間を求める際には数値計算の簡便さから式(8)を用いる. ここで一様分布の場合, $p=F(x)=x$ となる. また, 式(7)より求めた α と式(8)を用いて, $Z_{L(i)}$, $Z_{U(i)}$ を求めることができる.

2-3. 観測値から推定した極値分布における予測区間の導出

観測値から推定した Gumbel 型極値分布の確率表現関数より予測区間の上限値 $\chi(Z_{U(i)})$, 下限値 $\chi(Z_{L(i)})$ を求めることができる.

3. 結論

図-2 は利根川水系八斗島観測所における年最大日降雨量と Gumbel 型極値分布の理論曲線, 予測区間を記入した確率紙である. ここで, 図-2 を作成するにあたり, 水文水質データベースから取得した利根川水系八斗島観測所における 54 年間分の年最大日降雨量³⁾を用いた. また, 図-2 中における予測区間は 50%, 60%, 70%, 80%, 90%, 95%, 99% に相当するものを記入した.

図-2 より, 治水計画を策定する際, ある確率年に相当する降雨量を指定した場合, 必ずある確率をもってその降雨量よりも大きな降雨量が発現することがわかる. 例えば, 図-2 から 100 年確率に相当する年最大日降雨量は理論上約 215 mm/day であるが, 仮にこの値で計画を策定しても 99% 予測区間の範囲の確率降雨である 305 mm/day の降雨量をもたらす雨が降るリスクは毎年 1% 存在する. その確率は, 確率年 $\times$ リスク ($0.01 \times 0.01 = 0.0001$) である. したがって, 予測区間を設けることで計画降雨量よりも大きな雨が降る確率を計算することができた.

また, 予測区間を導入したことでハード対策とソフト対策の線引きを行えるようになった. 例えば極値分布の理論曲線(図-2 中の青で示した実線)が示す値にはハード対策で対応し, 予測区間の理論曲線の内側で極値分布の理論曲線を超過した分には避難や警報などのソフト対策で対応するといったリスクマネジメントが可能となった.

4. まとめ

現在の治水計画では取り入れられていない予測区間を森口²⁾が提案した確率限界法検定を応用し求めた. 予測区間を考慮することで, ある確率年に相当

する降雨量に分布を持たることができ, 極値分布の理論曲線で定まる値を超過する確率の計算方法やハード対策及びソフト対策の線引きを行う手法など水災害に対するリスクマネジメントの理論的な枠組みを示した.

5. 参考文献

- 1) 環境省:日本の気候変動とその影響, 2012
- 2) 森口 繁一:確率表現関数の検定について—Kolmogorov-Smirnov 検定を考え直す—, 日本統計学会, 第 25 巻, 233-244, 1995
- 3) 水文水質データベース:八斗島観測所, 経年雨量状況表

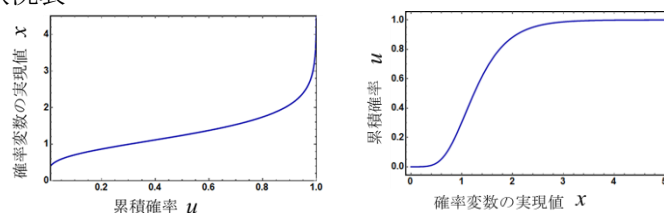


図-1 (a)

図-1 (b)

図-1 (a) 1000 個の $-\log_{10}(2\alpha)$ から作成した Gumbel 型極値分布の確率表現関数

図-1 (b) 1000 個の $-\log_{10}(2\alpha)$ から作成した Gumbel 型極値分布 y

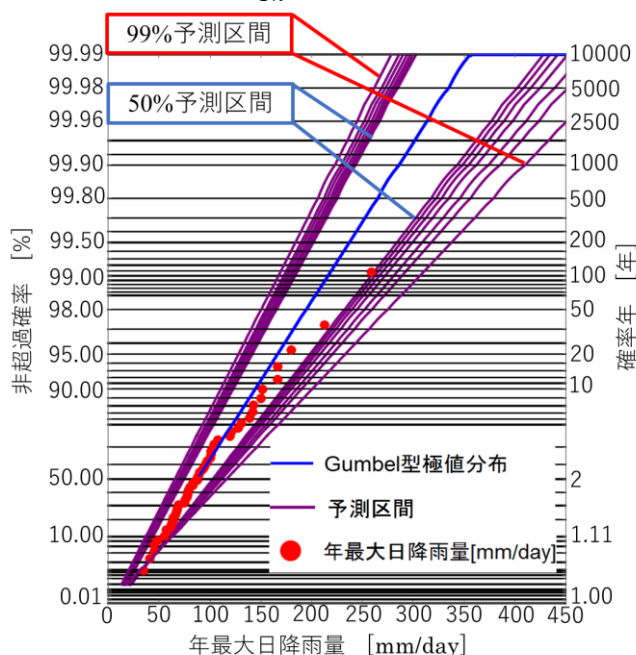


図-2 予測区間を記入した Gumbel 型確率紙