

Cuckoo Search による都市貯留関数モデルのパラメータ同定について

首都大学東京 都市環境科学研究科 学生会員 ○金塚 匠
 首都大学東京 都市環境科学研究科 正会員 河村 明
 東京都 土木技術支援・人材育成センター 正会員 高崎 忠勝
 首都大学東京 都市環境科学研究科 正会員 天口 英雄

1. はじめに

最適化手法は経済学や工学の分野で必須のツールとなっており、その手法の開発も盛んに行われている。昨今、メタヒューリスティクスと呼ばれる特定の問題に依存しない手法が提案されており、その一つである粒子群最適化¹⁾(PSO: Particle Swarm Optimization)のアルゴリズムを用いてタンクモデルのパラメータ同定が行われている²⁾。ところで、托卵というカッコウの特殊な生態に着目してアルゴリズム化された Cuckoo Search(CS)は、PSO よりも強力な探索性能を持つとされている³⁾。しかし、CS を用いた流出解析モデルのパラメータ同定の事例は見当たらない。

そこで、本研究では著者らの提案する都市貯留関数モデル⁴⁾に所定のパラメータと仮定の降雨を入力して流量を計算し、それらの降雨と流量から、メタヒューリスティックな大域的探索法である、CS, PSO, そして流出解析モデルへの適用事例が多く、その有効性が示されている SCE-UA 法⁵⁾(Shuffled Complex Evolution method - University of Arizona)の 3 手法を用いて真値パラメータ同定を行い、それぞれの探索性能について比較検討を行った。

2. 都市貯留関数モデル

都市貯留関数モデルでは都市流域の流出機構を考慮した流域の総貯留高に關係する流入出成分を組み込んでいる。流域内に入ってくる成分としては降水の他に、都市特有の流入成分として下水処理場からの放流水、水道管からの漏水、環境用水等の導水、灌漑水、他流域からの地下水流入がある。一方流域外へ出ていく成分としては河川表面水、下水道による流域外への雨水排出、地下水に關連した損失とみなされる流出、河川や地下水からの取水、蒸発散等がある。また、合流式下水道が普及している地域では雨水の一部が合流式下水道により流域外へ運ばれるため、この雨水排出も流域からの流出として考慮されている。以上を踏まえた総貯留高 s (mm)の流入出概念図を図-1に示す。なお、降雨終了後に河川流出量の逓減部を良好に再現するため、地下水關連損失量の浸透孔高 z (mm)を導入している。

図-1 に示した都市流域の総貯留高 s の關係を二価関数の貯留関数モデルとして次のように定式化する。

$$s = k_1(Q + q_R)^{p_1} + k_2 \frac{d}{dt} \{(Q + q_R)^{p_2}\} \quad (1)$$

$$\frac{ds}{dt} = R + I - E - O - Q - q_R - q_l \quad (2)$$

$$q_l = \begin{cases} k_3(s - z) & (s \geq z) \\ 0 & (s < z) \end{cases} \quad (3)$$

$$q_R = \begin{cases} \alpha(Q + q_R - Q_0) & (Q + q_R - Q_0) < q_{Rmax} \\ q_{Rmax} & (Q + q_R - Q_0) \geq q_{Rmax} \end{cases} \quad (4)$$

ここに、 t : 時間(min), Q : 河川流出量(mm/min), Q_0 : 初期河川流出量(mm/min), R : 降水量(mm/min), I : 降水量以外の流入成分(mm/min), E : 蒸発散量(mm/min), O : 取水(mm/min), q_R : 合流式下水道による流域外への雨水排水量(mm/min), q_{Rmax} : 最大雨水排水量(mm/min), q_l : 地下水關連損失量(mm/min), $k_1, k_2, k_3, p_1, p_2, z, \alpha$: モデルパラメータ。

式(1), (2)を 1 階の非線形 2 元連立常微分方程式に変換すると、この微分方程式は 7 つのパラメータが既知であれば、種々の数値解法を利用して解くことができる。本研究ではそのうち比較的計算が速く、精度も高い Runge-Kutta-Gill 法を用いた。計算の結果 $(Q + q_R)$ の値が算定されると、式(4)により q_R が求まるので、結果として河川流出量 Q を得ることができる。

3. 最適化手法

3-1 Cuckoo Search (CS)

CS はカッコウの托卵という特殊な生態を模した手法であり、Yang と Deb によって提案された。托卵とは、カッコウの親鳥が他の種の鳥の巣に卵を産み付け、先に孵ったひなが巣を乗っ取るものである。宿主の鳥はカッコウの卵を発見して排除することもあり、CS ではこれらの行動がアルゴリズム化されている。ここで、図-2 に CS アルゴリズムの擬似コードを示す。

3-2 粒子群最適化 (PSO)

PSO は Kennedy と Eberhart によって提案された最適化手法であり、鳥や魚の群れの振る舞いに着想を得たものである。生物に見立てた粒子群が、目的関数と位置の情報を共有しながら解空間を探索する。 m 個の粒子($i = 1, \dots, m$)は式(5),(6)のように、 k 回目の位置 x_i^k と速度 v_i^k を用いて $k + 1$ 回目の更新を行う。

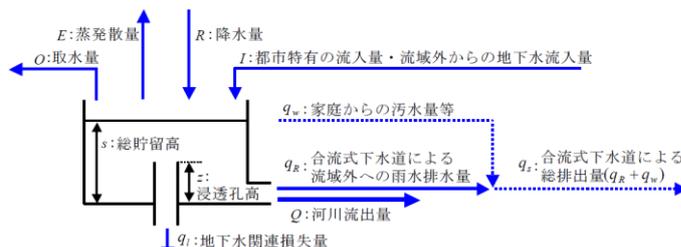


図-1 都市貯留関数モデルの流出概念図

キーワード 都市貯留関数モデル, 進化的計算手法, Cuckoo Search, PSO, SCE-UA

連絡先 〒192-0397 東京都八王子市南大沢 1-1 首都大学東京 E-mail: kanazuka-takumi@ed.tmu.ac.jp

```

1  目的関数  $f(x)$ ,  $x = (x_1, \dots, x_d)^T$ 
2  初期の巣の個体群  $n$  を作成  $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 
3  while ( $t <$  最大繰返し回数  $t_{max}$ ) or (その他終了基準)
4  Lévy Flights を利用して, ランダムに選んだ巣に
   新たなカッコウの卵  $x_i^t$  を作る
5   $x_i^t$  を評価する  $f_i$ 
6  ランダムに卵  $x_j^{t-1}$  を選択する
7  if ( $f_i > f_j$ )
8   $x_j^{t-1}$  を新しい解  $x_i^t$  と取り替える
9  end
10 一定確率 ( $p_a$ ) で成績の悪い巣を破棄し,
   Lévy Flights によって新しい巣を作る
11 巣を並び替え, 最良の巣を保持する
12 end while
    
```

図-2 Cuckoo Search の疑似コード

$$x_i^{k+1} = x_i^k + v_i^{k+1} \tag{5}$$

$$v_i^{k+1} = wv_i^k + c_1r_1(x_{pbesti}^k - x_i^k) + c_2r_2(x_{gbesti}^k - x_i^k) \tag{6}$$

ここに, x_{pbesti}^k : 粒子 i の k 回目の探索までの最良位置, x_{gbesti}^k : 粒子群全体での k 回目の探索までの最良位置, w : 粒子の慣性パラメータ, c_1 : 粒子 i の既往最良位置へ戻ろうとする強度パラメータ, c_2 : 群全体の最良位置へ近づこうとする強度パラメータ, r_1, r_2 : $[0,1]$ の一様乱数.

3-3 SCE-UA 法

Duan⁹⁾らによって提案された SCE-UA 法はシンプレックス法, ランダム探索, 競争進化, 集団混合の概念を組み合わせたアルゴリズムを持つ大域的探索法であり, モデルパラメータ同定手法として強力かつ効率的な手法であることが示されている.

4. パラメータ同定結果

都市貯留関数モデルに入力した降雨は, クリーブランド型の降雨強度式によるもので, 20年確率(東京管区気象台), 降雨継続時間 180 分, 中央集中型とした. また都市貯留関数モデルのパラメータの真値として表-1 の通りに与えた.

各最適化手法の目的関数は, 入力した流量と計算流量の平方根平均二乗誤差 RMSE とし, 計算設定は, CS では $n = 30, t_{max} = 2500, p_a = 0.25$, PSO は $m = 50, k_{max} = 3000, w = 0.0004, c_1 = 1.2, c_2 = 0.012$ とし, それぞれ目的関数の評価回数は 150,000 回とした. これらの設定は, 都市貯留関数モデルと同じ 7 変数の Ackley 関数, Rastrigin 関数によってベンチマークを行って決定した. SCE-UA 法は Duan らの推奨設定(集団数 20)とし, 計算終了の条件を 50 世代までとすると評価回数は 23,000 回前後であった. 3 つの最適化手法に対して, 発生させる乱数の種を変化させ, それぞれ

表-1 都市貯留関数モデルに与えたパラメータの真値

k_1	k_2	k_3	p_1	p_2	z	α
50	500	0.005	0.4	0.3	5	0.5

表-2 各 100 回試行して RMSE < 10^{-4} に収束した確率

CS	PSO	SCE-UA 法
62%	0%	99%

100 回ずつパラメータ同定を行った. 同定結果が RMSE < 10^{-4} 以下に収束した確率を表-2 に示す.

5. 考察

表-2 を見ると, SCE-UA 法が最も良い探索性能を示していることがわかる. SCE-UA 法もメタヒューリスティックな最適化手法であると言われているが, もともと概念的流出モデルの最適化手法として提案されていることから, 今回比較対象とした他の手法と比べて有効だったと考えられる. 一方, CS は 62% が RMSE < 10^{-4} に収束しており, PSO の 0% と比較すると, 非常に良い結果を残している. PSO はパラメータが真値付近に収束しておらず 100 回の試行で全てが局所解に陥っていた. PSO にはパラメータ設定の調整や, 局所解脱出機能を持たせる試みもあるが, 今回はどの手法もオリジナルに近い条件で計算を行ったため, このような結果になったと考えられる. なお Yang らは, CS には PSO と比べて設定すべきパラメータの項目が少ない点を挙げており, その優位性を述べている³⁾.

目的関数の評価回数という点では, CS と PSO が 150,000 回, SCE-UA 法が 23,000 回前後であったことを考えると, SCE-UA 法が効率的にパラメータ同定を行っていることは明らかである. パラメータ同定にかかる計算時間は目的関数の評価回数に比例しており, SCE-UA 法は他の 2 手法と比較して 15% 程度の計算時間であった.

6. むすび

本研究では, 都市貯留関数モデルに降雨強度式による仮定の降雨と所定のパラメータを与えて得られた流量に対し, 目的関数を RMSE とし, メタヒューリスティックな大域的探索法である Cuckoo Search (CS), 粒子群最適化 (PSO), SCE-UA 法によって真値パラメータの同定を行った. その結果, SCE-UA 法が最も強力かつ効率的な探索性能を持っていることがわかった. 次点で CS が有効であり, PSO と比べてチューニングすべき設定項目が少ない点の優位性と, 探索性能の高さが明らかとなった.

7. 参考文献

- 1) Kennedy, J. and Eberhart, R. : Particle Swarm Optimization, Proc. The 1995 IEEE International Conference on Networks IV, pp.1942-1948, 1995.
- 2) 多田 毅: PSO アルゴリズムによる流出モデルパラメータの最適化, 水文・水資源学会誌 Vol.20, No.5, pp450-461, 2007.
- 3) Yang, X.-S., and Deb, S. (2010), "Engineering Optimisation by Cuckoo Search", Int. J. Mathematical Modelling and Numerical Optimisation, Vol. 1, No. 4, 330-343 (2010).
- 4) 高崎忠勝, 河村明, 天口英雄, 荒木千博: 都市の流出機構を考慮した新たな貯留関数モデルの提案, 土木学会論文集 B Vol.65 No.3, pp.217-230, 2009.
- 5) Duan, Q., Sorooshian, S. and Gupta, V.K. : Effective and efficient global optimization for conceptual rainfall-runoff models, Water Resources Research, Vol.28, No.4, pp.1015-1031, 1992.