

地域頻度解析手法を用いた東北・関東地方の太平洋沿岸における再現確率潮位推定

茨城大学大学院 学生会員 ○石津秀仁

茨城大学 正会員 信岡尚道

1. 研究の背景・目的

日本は、これまでも多くの高潮被害に見舞われてきた。その中でも 1959 年に発生した伊勢湾台風は日本で過去最大の高潮を引き起こした。このような想定外の高潮についてハード対策を進めただけではすべてを防ぐことは困難であると考えられるため、今後はソフトの防災も組み合わせた対策を進めていく必要がある。

東日本大震災では想定外の津波が起きてしまい、これまでの我が国の地震・津波対策のあり方に大きな課題を残した。高潮についても同じようなことが言え、数百年から数千年の確率で起きる最大クラスの被害についても考慮して防災対策をしていくことも必要になってくると考えられる。

確率的な極値統計手法として、これまでは単独地点の解析にとどまり、データの統計的変動性の影響を強く受けていた。最近では Hosking による L-モーメント法に基づく地域頻度解析手法が水文統計その他の分野で活用されている。過去にも河合らが地域頻度解析手法を用いて日本海岸の確率潮位推定を行っているが、東北・関東地方のみを対象とした確率潮位推定は行っていない。

本研究では、広い沿岸域の複数地点を同時に解析する地域頻度解析手法を用いて東北・関東地方の隣接する地点間の地域分類について検討し、高潮の極値統計手法を用いて再現期間ごとの再現確率潮位を推定することを目標としている。

3. 地域頻度解析手法

3.1 L-モーメント法

L-モーメント法は、同一の地域に所属するとみなされる複数地点の極値資料に対する母分布関数を求める手法（地域頻度解析と称される）の中心となっており、Hosking・Wallis(1997)の著した解説書が広く用いられている。L-モーメント法では、極値の標本について

独自に定義される 1~4 次の積率 ($\lambda_1 \sim \lambda_4$) ならびに L-skewness (L-ひずみ度) と L-kurtosis (L-尖鋭度), L-CV (L-変動係数) という量を求める。標本に当てはめる分布関数を選ぶと、その形状・尺度・位置母数がこれらの諸量から容易に求められる。

1~4 次の L-moments は次のようになる。

$$\lambda_1 = \beta_0 \quad (3.1)$$

$$\lambda_2 = 2\beta_1 - \beta_0 \quad (3.2)$$

$$\lambda_3 = 6\beta_2 - 6\beta_1 + \beta_0 \quad (3.3)$$

$$\lambda_4 = 20\beta_3 - 30\beta_2 + 12\beta_1 - \beta_0 \quad (3.4)$$

さらに、上記の L-moments から相互の比率を次のように定義する。

$$\text{L-CV (L-変動係数)} : \tau = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \quad (3.5)$$

$$\text{L-skewness (L-ひずみ度)} : \tau_3 = \frac{\lambda_3}{\lambda_2} \quad (3.6)$$

$$\text{L-kurtosis (L-尖鋭度)} : \tau_4 = \frac{\lambda_4}{\lambda_2} \quad (3.7)$$

いま、高波の観測・推算資料からある閾値を超える極値時系列データ (POT) が n 個、すなわち大きさが n の標本が得られたとすると、これを昇順に並べ替えて順序統計量に変換する。すなわち、 $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$ と並べ替える。この順序統計量から r 次平均量 b_r を計算する。

$$b_0 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j \quad (3.8)$$

$$b_1 = \frac{1}{n} \sum_{j=2}^n \frac{j-1}{n-1} x_j \quad (3.9)$$

$$b_2 = \frac{1}{n} \sum_{j=3}^n \frac{(j-1)(j-2)}{(n-1)(n-2)} x_j \quad (3.10)$$

一般に、

$$b_r = \frac{1}{n} \sum_{j=r}^n \frac{(j-1)(j-2) \dots (j-r)}{(n-1)(n-2) \dots (n-r)} x_j \quad (3.11)$$

キーワード 地域頻度解析, 極値統計, L-モーメント
確率潮位推定, 高潮

連絡先 〒316-8551 茨城県日立市中成沢町 4-12-1
茨城大学工学部都市システム工学科
TEL : 0294-38-5177

この r 次平均量 b_r を積率 β_r の普遍推定式, 標本 L-moments の値は, b_r を用いて次のように計算する.

$$\ell_1 = b_0 \quad (3.12)$$

$$\ell_2 = 2b_1 - b_0 \quad (3.13)$$

$$\ell_3 = 6b_2 - 6b_1 + b_0 \quad (3.14)$$

$$\ell_4 = 20b_3 - 30b_2 + 12b_1 - b_0 \quad (3.15)$$

そして, この標本 L-moments を用いて次のような標本 L-moments 比を算定する.

$$\text{L-CV(L-変動係数)} : t = \ell_2 / \ell_1 \quad (3.16)$$

$$\text{L-skewness (L-ひずみ度)} : t_3 = \ell_3 / \ell_2 \quad (3.17)$$

$$\text{L-kurtosis (L-尖鋭度)} : t_4 = \ell_4 / \ell_2 \quad (3.18)$$

3.2 母数推定式

Hosking・Wallis(1997)は 11 種類の当てはめ分布関数の L-モーメントおよび母数推定式を提示している. その中で 4 母数型および 5 母数型分布も扱っているが, 合田ら(2009)は 3 母数型の極値分布関数で, 一般化極値分布(GEV), 一般化パレート分布(GPA), およびワイブル分布(WBL)の 3 種類の分布関数を取り上げている. これらはいずれも 3 母数型の分布であり, L-モーメント法を用いることにより, 3 母数の値を簡単な数式で推定できる. ここでは各分布関数の母数推定式を提示する.

3.2.1 一般化極値分布(GEV)

$$k \approx 7.8590c + 2.9544c^2, c = \frac{2}{3 + \tau_3} - \frac{\log 2}{\log 3}$$

$$A = \frac{\lambda_2 k}{(1 - 2^{-k}) \Gamma(1 + k)},$$

$$B = \lambda_1 - \frac{A\{1 - \Gamma(1 + k)\}}{k} \quad (3.19)$$

3.2.2 一般化パレート分布(GPA)

$$k = \frac{(1 - 3\tau_3)}{(1 + \tau_3)}, A = (1 + k)(2 + k)\lambda_2$$

$$B = \lambda_1 - (2 + k)\lambda_2 \quad (3.20)$$

3.2.3 ワイブル分布(WBL)

$$k = 285.3\lambda_3^6 - 658.6\lambda_3^5 + 622.8\lambda_3^4 - 317.2\lambda_3^3 + 98.52\lambda_3^2 - 21.256\lambda_3 + 3.5160$$

$$A = \frac{\lambda_2}{\left(1 - 2^{-\frac{1}{k}}\right) \Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)}$$

$$B = \lambda_1 - A\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right) \quad (3.21)$$

3.3 地域区分の設定指標による不一致性の評価

Hosking⁴⁾による地域頻度解析では, 地域内の諸地点の L-CV, L-skewness および L-kurtosis の 3 つの量を 3 次元空間にプロットしたときに, 全体の重心から各地点がどれだけ離れているかを表す D_i という値を計算する. あるグループの中に N 地点あるとする. 地点 $i (= 1, 2, \dots, N)$ に対する t, t_3, t_4 を含むベクトルとして, $u_i = \{t^{(i)}, t_3^{(i)}, t_4^{(i)}\}^T$ を作る. D_i を次式で評価される.

$$D_i = \frac{1}{3} N(u_i - \bar{u})^T A^{-1} (u_i - \bar{u}) \quad (3.22)$$

ここで, $\bar{u}$ と A は次のように表される.

$$\bar{u} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i \quad (3.23)$$

$$A = \sum_{i=1}^N (u_i - \bar{u})(u_i - \bar{u})^T \quad (3.24)$$

Hosking⁴⁾は D_i に対する閾値を地点数の関数として与えているが, 地点数が多くなっても D_i 値が 3 を超える状況は許容すべきでないとしている.

表 1 D_i に対する臨界値

地点数	臨界値	地点数	臨界値
5	1.333	10	2.491
6	1.648	11	2.632
7	1.917	12	2.757
8	2.140	13	2.869
9	2.329	14	2.971
		15以上	3

引用: Hosking・Wallis(1997)⁴⁾

3.4 不均質性の評価指標の計算

合田は, 大規模な数値実験に基づいて L-モーメント比の変動係数の経験的推定式を導き, これに基づいて不均質性を評価する方法を提案した.

地点ごとに変動係数を用いて, 各 L-モーメント比の標準偏差を算定する. それを使って偏心率と称するパラメータを求める. L-CV, L-skewness, および L-kurtosis それぞれについて, 偏心率を次式で計算する.

$$\psi_{k,i} = \frac{[\xi_{k,i} - \mu(\xi_k)]}{\sigma(\xi_k)} : k = 1, 2, 3; i = 1, 2, \dots, N \quad (3.25)$$

ここに, ξ_1, ξ_2 , および ξ_3 はそれぞれ標本の L-CV[t], L-skewness[t₃], および L-kurtosis[t₄]を代表とする. さらに, 2 次元座標上の距離に関する偏心率として次の 2 つを定義し, それを計算する.

$$\psi_{4,i} = \left[\frac{[\xi_{1,i} - \mu(\xi_1)]^2 + [\xi_{2,i} - \mu(\xi_2)]^2}{\sigma^2(\xi_1) + \sigma^2(\xi_2)} \right]^{1/2} \quad (3.26)$$

$$\psi_{5,i} = \left[\frac{[\xi_{2,i} - \mu(\xi_2)]^2 + [\xi_{3,i} - \mu(\xi_3)]^2}{\sigma^2(\xi_2) + \sigma^2(\xi_3)} \right]^{1/2} \quad (3.27)$$

ψ_4 は L-CV と L-skewness の相関図上の偏心率, ψ_5 は L-kurtosis と L-skewness の相関図上の偏心率を表す. 各地点の偏心率の分散の度合いを正規分布と比べるには, 偏心率の最大値を用いるのが簡便である.

$$\Psi_k = \max\{|\psi_{k,j}| : j = 1, 2, \dots, n\} : k = 1, 2, \dots, 5 \quad (3.28)$$

正規分布であれば, 偏心率の最大値が 1.6 を超える確率は 11%, 2.0 を超える確率は 4.6% であるので, 5 種類の偏心率について正規分布と比較しながら均質性を調べることができる.

3.5 極値分布関数の適合度判定

地域頻度解析では, 各極値分布関数の確率分布が L-モーメント法により当てはめられ, L-kurtosis t_4 の類似性により最適な分布が決定される. いずれの確率分布も, 当てはめた観測データが基準化されているために 1 次の L-モーメント λ_1 は 1 であり, また L-CV t および L-skewness t_3 は, 確率分布の当てはめに用いられたため, 確率分布と観測データとで等しい. しかし, 確率分布の当てはめに用いられなかった L-kurtosis t_4 は, 確率分布によって値が異なる. ここでは, t_4 が観測データの値に近い確率分布ほど適合度が高いとみなされる.

3.6 極値分布関数の選定

各分布関数の母数値が推定されると, 昇順の順位ごとの確率統計量が計算され, その計算値と標本のデータとの間の相関係数を算定し, その相関係数が最も 1 に近い分布を最適関数と判定した.

3.7 地点ごとの確率統計量の推計

地点共通の極値分布関数が選定されると, 一般化極値分布(GEV), 一般化パレート分布(GPA), ワイブル分布(WBL)については形状母数 k , 尺度母数 A , および位置母数 B の値が推定される.

再現期間 R 年に対する再現確率統計量は次式で推計する.

$$x_R = F^{-1}(P_R) = B + A \cdot y_R : P_R = 1 - 1/(\lambda R) \quad (3.29)$$

ここに, λ は平均発生率, y_R は分布関数ごとに与えられる基準化変量である.

4. 計算結果

4.1 各地点の L-モーメント比と地域区分

大湊港, 八戸港, 宮古港, 釜石港, 大船港, 鮎川港, 相馬港, 小名浜港, 大洗港, 銚子漁港, 布良港, 千葉港の各地点の年最高潮位観測記録をもとに L-モーメントの不偏推定量を計算し, その相互関係として L-CV と L-skewness の相関図, L-kurtosis と L-skewness の相関図を図 2, 図 3 に示す.

また, 大湊港から千葉港までの 5 地点を 1 つの地域とみなす場合それぞれの不均質性指標を計算し地域区分の検証を行った結果を表 2 に示す.

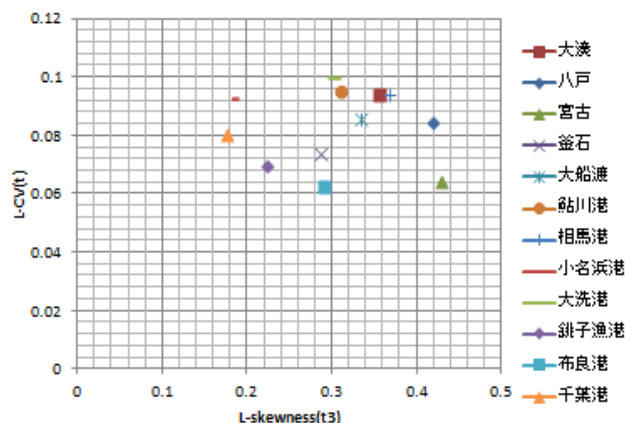


図 2 L-CV と L-skewness の相関図

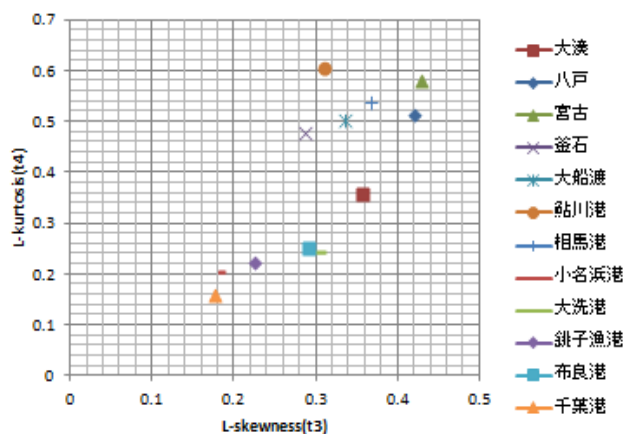


図 3 L-kurtosis と L-skewness の相関図

表 2 GEV 分布の偏心率の計算結果

地点名	Di	不均質性指標としての偏心率				
		$\psi_1(L-CV)$	$\psi_2(L-skew)$	$\psi_3(L-kurt)$	$\psi_4(CV-skew)$	$\psi_5(kurt-skew)$
大湊	-0.25751	0.5449092	0.56662593	-0.2850352	0.56548238	0.38512832
八戸	0.52906	0.0644693	0.97418675	0.54267097	0.94660951	0.65945823
宮古	2.631862	-0.850261	1.01288421	0.73392823	1.0079188	0.7988576
釜石	-0.09587	-0.901613	-0.2793698	0.47477055	0.30315387	0.44923848
大船港	0.241521	0.1536205	0.30814909	0.53093367	0.30363624	0.50292473
鮎川港	2.544269	0.7191419	0.01807988	0.85488319	0.14217057	0.80773994
相馬港	0.398722	0.4418556	0.58873587	0.60397195	0.58136468	0.60168191
小名浜港	1.687955	0.9944708	-1.4994403	-2.1988305	1.4935945	1.89011072
大洗港	-0.04665	0.7952649	-0.0538401	-1.2383589	0.16704051	0.93749448
銚子漁港	0.328744	-1.364169	-0.8236692	-1.5827889	0.83044846	1.28784143
布良港	1.830151	-1.950375	-0.207672	-1.3966417	0.31039855	1.0816111
千葉港	0.796012	-0.293402	-1.5906503	-3.5480251	1.58265923	2.54059223
最大値		1.850375	1.59065025	3.5480251	1.58265923	2.54059223

4.2 各地域への極値分布関数の当てはめ

一般化極値分布(GEV), 一般化パレート分布(GPA), ワイブル分布(WBL)の 3 種類の分布関数を当てはめ対象として, 各分布関数の母数推定式を用いて母数値を推計した結果を表 2 に示す。

また,年最高潮位観測記録とそれに対応する確率統計量との間の相関係数の残差値と最小残差法より,地点ごとに残差値が最小の分布を最適関数とみなした結果は表 4 のようになった。

表 3 地域共通分布の母数推計値

地点名	年数	関数	母数		
			形状	尺度(cm)	位置(cm)
大湊	57	GEV	-0.20612	8.652219	83.99702
		GPA	0.056101	16.39533	75.65806
		WBL	1.067427	16.21505	75.37412
八戸	47	GEV	-0.20612	8.502465	82.54318
		GPA	0.056101	16.11155	74.34856
		WBL	1.067427	15.9344	74.06953
宮古	47	GEV	-0.20612	8.583222	83.32718
		GPA	0.056101	16.26458	75.05473
		WBL	1.067427	16.08574	74.77304
釜石	54	GEV	-0.20612	8.714853	84.60513
		GPA	0.056101	16.51402	76.20581
		WBL	1.067427	16.33244	75.9198
大船渡	51	GEV	-0.20612	8.714853	84.60513
		GPA	0.056101	16.51402	76.20581
		WBL	1.067427	16.33244	75.9198
鮎川港	49	GEV	-0.20612	8.266969	80.25695
		GPA	0.056101	15.66531	72.2893
		WBL	1.067427	15.49306	72.01799
相馬港	43	GEV	-0.20612	9.056832	87.92505
		GPA	0.056101	17.16204	79.19614
		WBL	1.067427	16.97333	78.89891
小名浜港	48	GEV	-0.20612	7.564439	73.43668
		GPA	0.056101	14.33406	66.14613
		WBL	1.067427	14.17645	65.89788
大洗港	31	GEV	-0.20612	8.369523	81.25256
		GPA	0.056101	15.85964	73.18607
		WBL	1.067427	15.68525	72.9114
銚子漁港	34	GEV	-0.20612	8.607556	83.56342
		GPA	0.056101	16.31063	75.26751
		WBL	1.067427	16.13135	74.98503
布良港	47	GEV	-0.20612	9.205856	89.3718
		GPA	0.056101	17.44443	80.49926
		WBL	1.067427	17.25262	80.19714
千葉港	49	GEV	-0.20612	12.39677	120.3497
		GPA	0.056101	23.49099	108.4018
		WBL	1.067427	23.23269	107.9349

表 4 相関係数の残差値

地点名	相関係数の残差値			最適合分布
	GEV	GPA	WBL	
大湊	0.029493	0.043284	0.040994	GEV
八戸	0.052445	0.040449	0.041344	GPA
宮古	0.068997	0.068744	0.068234	WBL
釜石	0.109263	0.101475	0.005732	WBL
大船渡	0.067602	0.061967	0.062129	GPA
鮎川港	0.109567	0.116868	0.115892	GEV
相馬港	0.047922	0.050679	0.049679	GEV
小名浜港	0.035199	0.026102	0.026627	GPA
大洗港	0.003716	0.008438	0.007414	GEV
銚子漁港	0.030853	0.051871	0.048736	GEV
布良港	0.007288	0.011922	0.010799	GEV
千葉港	0.018748	0.016255	0.015841	WBL
最適合地点数	6	3	3	

そして,再適合分布が一番多かった GEV 分布を最適分布関数として各地点の潮位データとの比較を図 4 に示す。

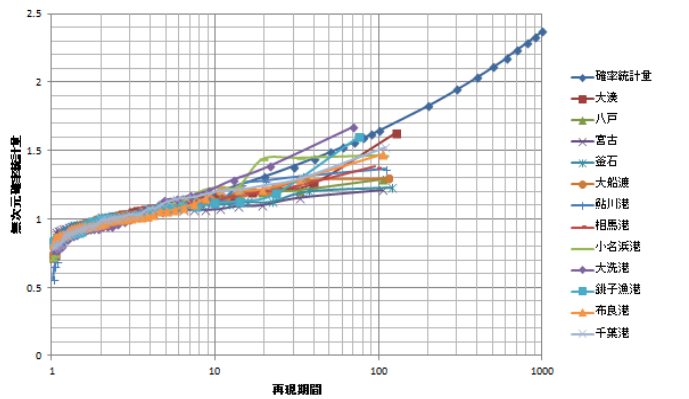


図4 地域共通分布(GEV)との適合状況

5. 結論

地域頻度解析を行った結果, 地域分類の段階で臨界値は表1の値を満たしているが, 偏心率の最大値が2を超えていること, 相関係数の残差値による再適合分布がすべて等しくならなかったことからこの12地点では1つの地点として扱うことが難しいため再現確率潮位を推定するまでは至らなかった。

しかし既往の研究¹⁾では小名浜港,大洗港,銚子漁港,布良港,千葉港の5地点での地域頻度解析による再現確率潮位推定には成功している.このため地域頻度解析を行う地点をある程度限定してその地域ごとに地域頻度解析を行えば再現確率潮位を推定できるのではないかと考えられる。

参考文献

1) 槇野公平(2016) : 地域頻度解析を用いた茨城県沿岸における確率的な高潮浸水推定, 平成 27 年度茨城大学修士学位論文
2) 高波の極値統計解析に対するL-moments法の適用と分布関数の選択について
<http://www.ecoh.co.jp/comp/paper/pdf/ECOHNo.10.pdf>
3) 河合弘泰,合田良実,久高将信,仲井圭二 : 地域頻度解析手法によるわが国沿岸の高潮偏差の極値統計解析, 土木学会論文集 B2(海岸工学)Vol.66, No.1, pp121~125, 2010.
4) Hosking, J. R. M. and J. R. Wallis (1997) : " Regional Frequency Analysis." Cambridge Univ. press, 224p.
5) 日本海洋データセンター(参照日 H28 年 10 月 24 日)
http://www.jodc.go.jp/jodcweb/JDOSS/index_j.html