

対応原理を用いた粘土梁による圧密粘土の粘弾性定数の測定

東海大学大学院 学生会員 ○横溝 純一
東海大学工学部 正会員 本間 重雄

1. はじめに

粘土地盤上に構造物荷重が载荷されると、瞬間的な即時沈下とともにせん断変形による沈下や側方変位ならびに圧密沈下が生ずる。しかし即時変形の計算では载荷重による粘土の体積変化やせん断変形は瞬間的に生ずるとみなし、変形の時間的推移は圧密理論のみによって算定されている¹⁾。飽和粘土が作用応力により変形する際、間隙水の排出による圧密変形と同時に、せん断応力による飽和粘土全体の粘性変形がどのように進行するのかが興味ある問題である。それには、粘土固体全体の粘性定数を知る必要があり、それが知れば载荷重による地盤の圧密変形と同時に進行する粘性変形が評価できる。

本研究は圧密試験により圧密した粘土試料について粘土梁によるたわみ試験を行い、たわみ量の時間的変化から圧密粘土の弾性係数と粘性係数とを同時に求める方法について検討したものである。

2. 実験概要

たわみ試験用の矩形断面の粘土供試体を作成するため、図-1 に示す幅 2.0cm、長さ 14.1cm、圧密面積が標準圧密試験と同じ 28.3cm²の直方体圧密容器を製作した。実験には表-1 に示す彫塑粘土と海成粘土を用いた。



図-1 直方体圧密容器



図-2 圧密試験

表-1 彫塑粘土および海成粘土の物理試験結果

	彫塑粘土	海成粘土
土粒子密度	2.56 g/cm ³	2.62 g/cm ³
自然含水比	36.2%	65.2%
液性限界	58.2%	46.7%
塑性限界	18.7%	29.1%
75 μm 通過率	100%	100%
5 μm 通過率	77.5%	11.6%
塑性図による分類	CH(高液性限界粘土)	ML(低液性限界シルト)

圧密容器に粘土をセットし、標準圧密試験と同様に 20 kPa から 640 kPa までの载荷重を各一日载荷して圧密量を測定した。圧密終了後、粘土を取り出し、図-3 に示す粘土梁たわみ試験を実施した。

図-4 は圧密粘土供試体のたわみ試験結果を示したものである。たわみは梁の中央位置で測定し、試験開始時に求めた粘土梁の寸法と重量(自重)を図中に示した。粘土梁は最初急激にたわんだ後、自重によるたわみがゆっくりと増加していく様子がみられる。最初の数分間は、瞬間弾性たわみと粘性たわみとが重なった過渡的な変形(遅延弾性応答)がみられる。

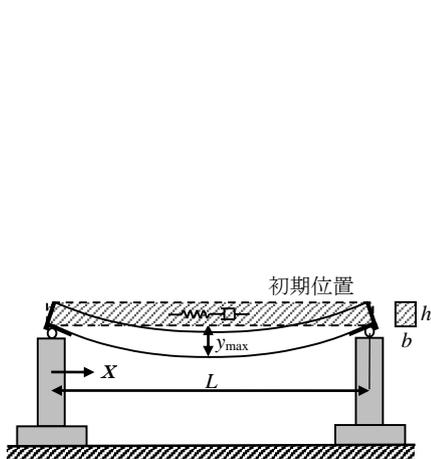


図-3 粘土梁たわみ試験

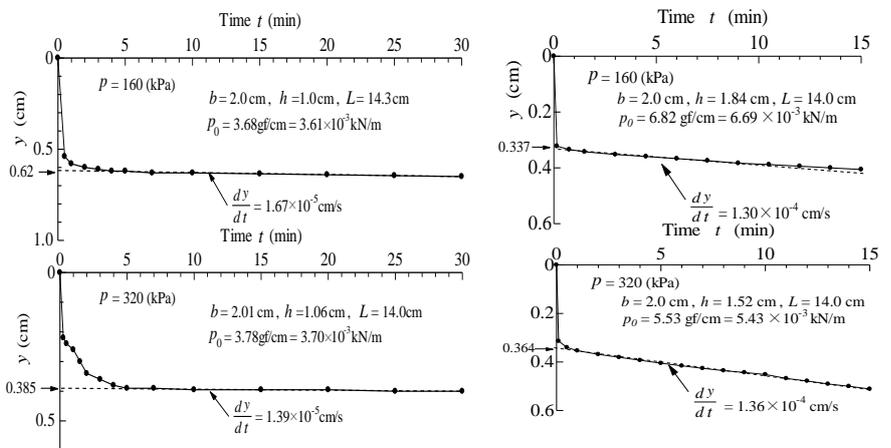


図-4 たわみ試験結果 (左, 彫塑粘土 右, 海成粘土)

キーワード：地盤の変形, 圧密, たわみ試験, 粘弾性, 対応原理

連絡先：〒259-1292 神奈川県平塚市北金目 1117 東海大学工学部 TEL 0463-58-1211 FAX 0463-50-2045

3. 圧密粘土の粘弾性圧縮特性

等分布荷重(自重) p_0 を受ける単純梁の最大たわみは次式で与えられる²⁾.

$$y_{\max} = \frac{5P_0L^4}{384EI} \quad (1)$$

式(1)において、梁の断面 2 次モーメント I と荷重強さ(自重) p_0 が与えられ、たわみ y_{\max} が測定されれば梁の弾性係数 E を求めることができる. 次に、弾性変形に引き続いて生ずる粘土の粘性変形を評価するため、線形粘弾性体である Maxwell 固体を考える.

線形 Maxwell 体に対する応力-ひずみ関係は次式で与えられる.

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{G} + \frac{\sigma}{\eta} \quad (2)$$

ここに G はせん断弾性係数、 η は粘性係数である. 粘弾性体の力学において弾性体と線形粘弾性体の応力-ひずみ関係に関する対応原理(correspondence principle)によれば

$$\begin{aligned} \text{弾性体} & & \text{粘弾性体} & & \\ S_{ij} = 2Ge_{ij} & & \bar{P}(s)\bar{s}_{ij} = 2\bar{Q}(s)\bar{e}_{ij} & & (3a,b) \end{aligned}$$

$$\sigma_{ii} = 3K\varepsilon_{ii} \quad \bar{\sigma}_{ii} = 3K\bar{\varepsilon}_{ii} \quad (4a,b)$$

- s_{ij}, e_{ij} : 偏差応力, 偏差ひずみ
- K : 体積弾性係数
- P, Q : 粘弾性演算子
- バーのついた量 : ラプラス変換
- s : その核

の関係がある²⁾. 上式の関係より弾性解に対する材料定数 G を \bar{Q}/\bar{P} に置き換えれば粘弾性体に対するラプラス変換解となり、その逆変換は粘弾性解となる. 式(1)に含まれる材料定数 $1/E$ をせん断弾性係数 G と体積弾性係数 K を用いて表すと

$$\frac{1}{E} = \frac{3K+G}{9KG} \quad (5)$$

となる. G に対し Maxwell 体に対する粘弾性演算子 $\{P\} = \{\partial_t + 1/\tau\}$, $\{Q\} = \{G\partial_t\}$ を用いてラプラス変換を行うと

$$\frac{3K/\tau + (3K+G)s}{9KGs^2} = \frac{1}{3\eta s^2} + \frac{3K+G}{9KGs} \quad (6)$$

となり ($\tau = \eta/G$: 遅延時間), この逆変換を行うと³⁾式(1)の粘弾性解は

$$y = \frac{5P_0L^4}{384I} \left(\frac{1}{E} + \frac{t}{3\eta} \right) \quad (7)$$

と求められる. さらに式(7)を時間 t に関して微分すると

$$\frac{dy}{dt} = \frac{5P_0L^4}{384I \cdot 3\eta} \quad (8)$$

となるので、圧密粘土の粘性係数 η が次式で求められる.

$$\eta = \frac{1}{3} \left(\frac{5P_0L^4}{384I} \right) / (dy/dt) \quad (9)$$

4. 圧密粘土の粘弾性変形特性

表-2 および表-3 は彫塑粘土, 海成粘土のたわみ試験から得られた弾性係数 E と粘性係数 η をまとめたものである. 圧密圧力の増加につれ、 E および η とも増大していく結果がみとれる. 図-5 は圧密試験から得られた体積圧縮係数 m_v とたわみ試験による弾性係数の逆数 $1/E$ (圧縮率)を比較したものである. 圧密試験から得られる m_v は、圧密理論で導入された有効応力に係わる粘土構造骨格の圧縮率であり、一方たわみ試験から求められた圧縮率は粘土粒子および間隙水を含めた粘土全体の巨視的な圧縮率を示す. 図-6 は圧密圧力に対する弾性係数の変化を示したものである. 両粘土とも弾性係数は圧密圧力に比例して増大している. 図-5, 6 から、海成粘土は初期含水比が大きいため体積収縮、弾性係数の増加率は彫塑粘土に比べて大きくなったと推測される. 図-7 は圧密圧力の変化に対する粘土の粘性係数の変化を示したものである. 海成粘土の粘性係数の対数は圧密圧力の対数に対して 1.6 倍の増加率を示し、彫塑粘土では $p=320$ kPa のときの値が若干小さく現れていることを除けば、全体的に粘

表-2 彫塑粘土のたわみ試験結果

圧密圧力 p (kPa)	弾性瞬間たわみ y_E (m)	弾性係数 E (kN/m ²)	dy/dt (m/s)	粘性係数 η (kPa·s)
20	1.68×10^{-2}	6.30×10^2	1.58×10^{-6}	2.23×10^3
40	1.03×10^{-2}	1.04×10^3	5.00×10^{-7}	7.13×10^3
80	7.60×10^{-3}	1.47×10^3	3.30×10^{-7}	1.10×10^4
160	6.20×10^{-3}	1.89×10^3	1.67×10^{-7}	2.35×10^4
320	3.85×10^{-3}	2.48×10^3	1.39×10^{-7}	2.66×10^4
640	6.30×10^{-3}	5.59×10^3	1.17×10^{-7}	9.77×10^4

表-3 海成粘土のたわみ試験結果

圧密圧力 p (kPa)	弾性瞬間たわみ y_E (m)	弾性係数 E (kN/m ²)	dy/dt (m/s)	粘性係数 η (kPa·s)
40	1.29×10^{-2}	1.04×10^2	3.33×10^{-6}	1.34×10^5
80	4.98×10^{-3}	3.37×10^2	2.40×10^{-6}	2.32×10^5
160	3.37×10^{-3}	8.15×10^2	1.30×10^{-6}	7.05×10^5
320	6.64×10^{-3}	1.25×10^3	1.36×10^{-6}	1.12×10^6
640	3.44×10^{-3}	2.44×10^3	5.77×10^{-7}	4.85×10^6

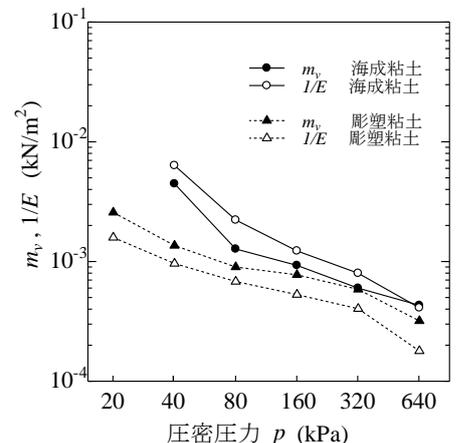


図-5 圧縮率の変化

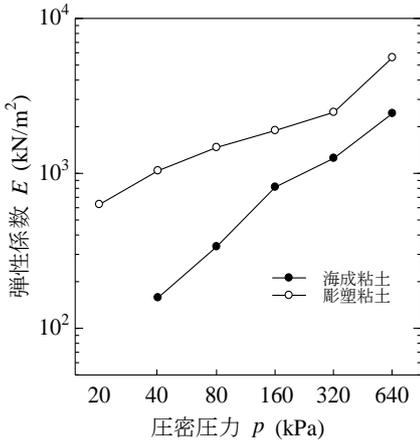


図-6 弾性係数の変化

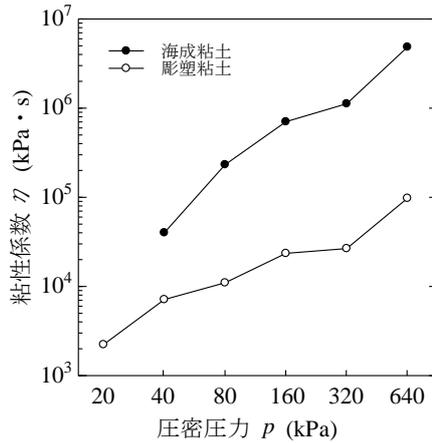


図-7 粘性係数の変化

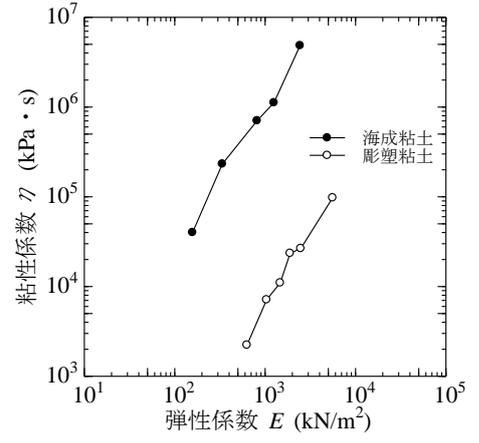


図-8 弾性係数と粘性係数の関係

性係数の対数は圧密圧力の対数に対して90%の増加率であることがわかる。図-8はたわみ試験から得られた粘土の弾性係数と粘性係数の関係を示したものである。弾性係数の増加に対して海成粘土の粘性係数は1.6倍、彫塑粘土の粘性係数は1.5倍の割合で増加し、どちらも似た増加率を示した。このことは、圧密により粘土骨格が収縮すると、その弾性的な変形に比して粘性変形が大きく低下し、さらに粘土骨格の体積圧縮係数は粘土の巨視的弾性係数と同様の变化を示すことから、せん断による粘土地盤の粘性変形は圧密が進行するにつれ大きく減少するものと考えられる。

5. 粘弾性 FEM 解析

地盤の弾性解析 FEM⁴⁾に用いる材料マトリックスに対応原理を適用することで粘弾性 FEM 解析を行うことができる。材料定数 $1/G$ を \bar{P}/\bar{Q} で置き換え、Maxwell 体に対する粘弾性演算を行うと

$$\begin{Bmatrix} P \\ Q \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \partial t + 1/\tau \\ G\partial t \end{Bmatrix} \quad (10)$$

となり、ここに $\tau = \eta/G$ は応力緩和時間である。 $1/G$ をラプラス変換すると

$$\frac{S+1/\tau}{GS^2} = \frac{1}{GS} + \frac{1}{G\tau S^2} \quad (11)$$

となり、この逆変換を行うと $1/G$ は

$$\frac{1}{G} + \frac{t}{\tau} = \frac{1}{G} \left(1 + \frac{t}{\tau} \right) \quad (12)$$

となる。よって弾性解析におけるせん断弾性係数 G は Maxwell 体に対しては

$$\frac{G}{(1+t/\tau)} \quad (13)$$

となる。弾性解析における平面応力状態に対する材料マトリックスは

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E}{1-\nu^2} & \frac{E\nu}{1-\nu^2} & 0 \\ \frac{E\nu}{1-\nu^2} & \frac{E}{1-\nu^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} \quad (14)$$

で与えられる⁴⁾

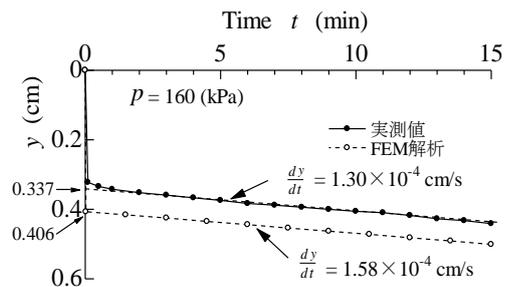
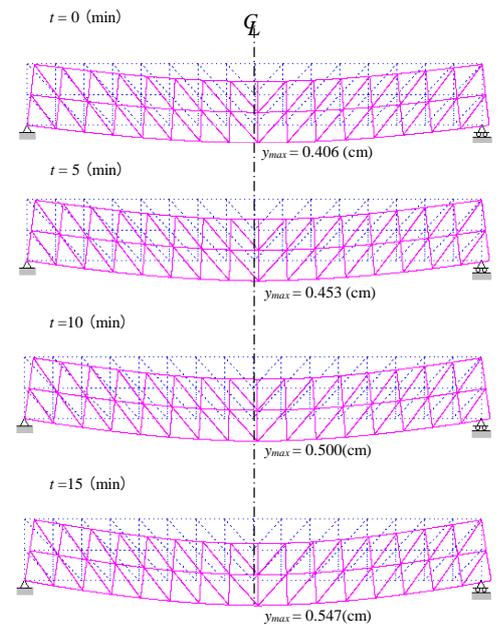


図-9 圧密海成粘土梁の FEM 解析

式(14)に含まれる材料定数 E とポアソン比 ν をせん断弾性係数 G と体積弾性係数 K を用いて表すと

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{2G(3K+G)}{3K+4G} & \frac{G(3K-2G)}{3K+4G} & 0 \\ \frac{G(3K-2G)}{3K+4G} & \frac{2G(3K+G)}{3K+4G} & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \quad (15)$$

表-4 実測と解析の比較結果 (海成粘土)

圧密圧力 p (kPa)	実測		FEM 解析	
	弾性瞬間 たわみ y_E (m)	dy/dt (m/s)	弾性瞬間 たわみ y_E (m)	dy/dt (m/s)
40	1.44×10^{-2}	1.89×10^{-5}	1.81×10^{-2}	2.38×10^{-5}
80	4.98×10^{-3}	2.40×10^{-6}	6.89×10^{-3}	3.33×10^{-6}
160	3.37×10^{-3}	1.30×10^{-6}	4.06×10^{-3}	1.58×10^{-6}
320	3.64×10^{-3}	1.36×10^{-6}	3.71×10^{-3}	1.42×10^{-6}
640	3.44×10^{-3}	5.77×10^{-7}	2.80×10^{-3}	4.58×10^{-7}

となる. 式(15)に含まれる G を式(13)で置き換えることにより弾性平面応力問題を粘弾性平面応力問題へ換えることができる. 平面応力問題に対しても同様の操作を行うことで粘弾性平面歪問題へ置き換えることができる.

図-9 は梁のたわみ試験から得られた弾性係数および粘性係数を用い, 粘弾性 FEM 解析により 160kPa で圧密された梁のたわみを再現したものである. 表-4 はたわみ試験 (実測) と FEM 解析結果との比較であり, 粘性たわみの時間変化はほぼ一致する結果となった. しかし弾性係数による瞬間たわみは圧密圧力 640kPa を除いて FEM による計算たわみの方が大きい結果となった. これは, 弾性変形から粘性変形へと移行する際の遅延弾性応答による影響, たわみ試験を行う際に生じる粘土試料の乱れによるものであると推測できる.

最後に, 盛土が荷重された飽和粘土地盤の変形を粘弾性平面歪問題として FEM 解析を行った. ここでは 80kPa で圧密された飽和海成粘土地盤を想定し, 梁のたわみ試験から得られた弾性係数と粘性係数を用いた. 図-10 は盛土荷重直後の瞬間変形と時間とともに進行する粘性変形を示したもので, 変形は 10 倍のスケールで示している. 弾性瞬間変形量に比べ粘性変形量のほうが大きく, また粘性変形は 8~10 時間ほどで一定量に落ち着くことが示された.

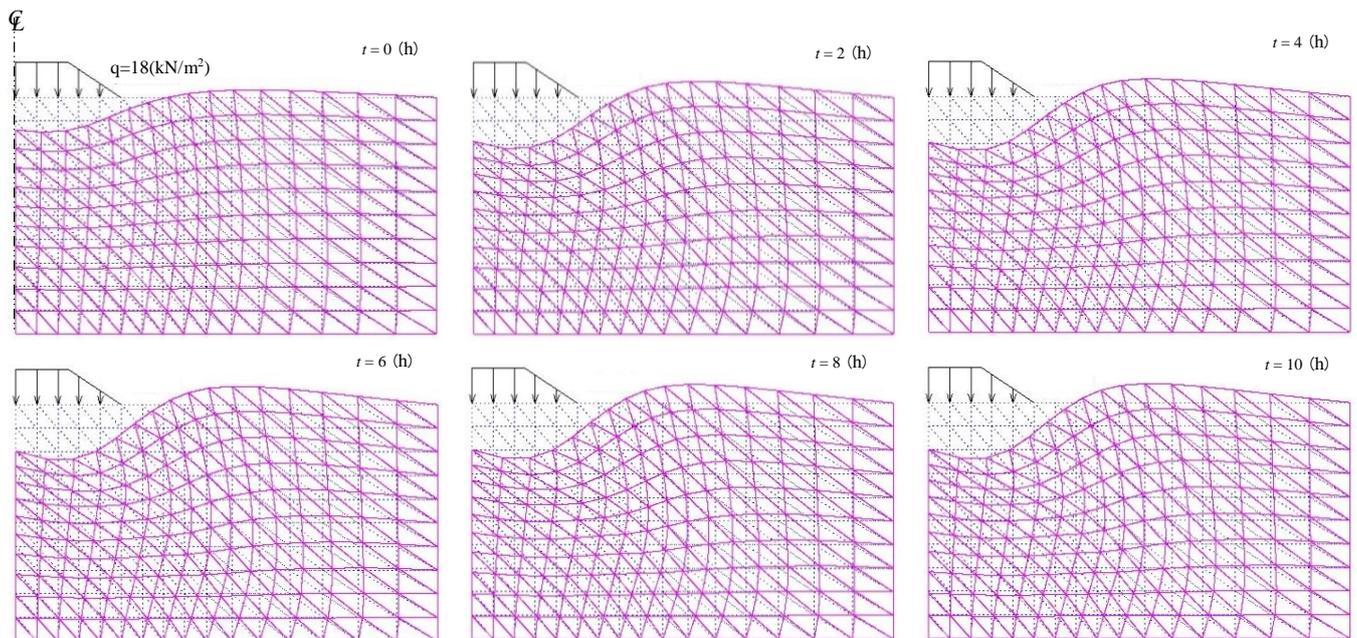


図-10 盛土荷重が荷重された飽和粘土地盤の変形挙動

6. まとめ

本研究は, 飽和粘土の変形特性を表す弾性係数と粘性係数を粘弾性理論に基づく梁のたわみ試験から求める方法について検討し, 圧密圧力の強さによって粘土の粘弾性特性がどのように変化するかを実験的に究明したものである. 外力が作用する弾性体内の応力や変位についてはすでに多くの理論解が求められている⁹⁾. これらに対し, 弾性体と線形粘弾性体の応力-ひずみ関係に関する対応原理を適用すれば, 地盤全体の粘弾性挙動を解析することができることを示した.

参考文献

- 1) 稲田倍穂: 軟弱地盤の調査から設計施工まで, 鹿島出版会, pp.147-178 (1975)
- 2) G.E. Mase: Continuum Mechanics, Chapter9 Viscoelasticity, McGraw-Hill, pp.196-216 (1970)
- 3) 近藤次郎: ラプラス変換とその応用, 培風館, pp.1-40 (1977)
- 4) 遠田良喜: 有限要素法の基礎, 培風館, pp.85-96 (1984)
- 5) 木村孟: 土の応力伝播, 土質工学基礎叢書 5, 鹿島出版会, pp.9-96 (1978)