

地域頻度解析と最小二乗法を用いた再現確率潮位の分布推定

茨城大学院 学生会員 ○榎野公平
茨城大学 正会員 信岡尚道

1. 研究の背景と目的

日本は四方を海に囲まれた島国であり、これまでに幾度となく高潮災害に見舞われてきた。その中でも1959年に発生した伊勢湾台風は日本で過去最大の高潮を引き起こした。このような既往最高を大きく上回る想定外の高潮についてハード対策を進めただけではすべてを防ぐことは困難であると考えられるため、今後はソフトの防災も組み合わせた対策を進めていく必要がある¹⁾。

一方で、中央防災会議は「東北地方太平洋沖地震を教訓とした地震・津波対策に関する専門調査会」を設置し、波の規模や発生頻度に応じて基本的に2つのレベルの津波を想定するとしている²⁾。今後はレベル1の想定規模よりもまれなレベル2の数百年から数千年に移ってきたことが確率の範囲に関して重要な点となっている。高潮についても最大クラスの外力を想定して、ソフト対策に重点をおいて対応するという考え方が示されている³⁾。

確率的な極値統計手法として、これまでは単独地点の解析にとどまり、データの統計的変動性の影響を強く受けていた⁴⁾。最近ではHosking⁵⁾によるL-モーメント法に基づく地域頻度解析手法が水文統計その他の分野で活用されている⁶⁾。河合ら⁴⁾は日本沿岸の高潮偏差をこの手法を用いて解析しているが、地図上で隣接する地点であっても異なる地域に区分されるという不自然さが残った。

本研究では、茨城県沿岸およびその周辺を対象に、広い沿岸域の複数地点を同時に解析する地域頻度解析手法を用いて再現確率潮位の分布推定値を得るとともに、隣接する地点での比較、合田の最小二乗法の結果との比較検討を行うことを目的とする。

2. 地域頻度解析による極値統計解析手法

2.1 極値データの取得と無次元化

地理的な位置その他を勘案し対象とする地域を選定してその地域内の極値データを収集する。本研究では、代表港の年最高潮位観測記録の収集を行いT.P基準に換算した。収集には気象庁⁷⁾と日本海洋情報センター(JODC)⁸⁾を参照した。また地域共通の極値分布を探索するため各地点の潮位データをその平均値で除し無次元化した。

2.2 L-モーメント法による解析

L-モーメント法は、各種極値分布関数の母数推定法の1つであり、極値の標本について独自に定義される1~4次の積率ならびにL-CV(L-変動係数)、L-skewness(L-ひずみ度)、L-kurtosis(L-尖鋭度)を求める。これらは確率分布に対して定義されてきたが、実際は順序統計量の線形和として有限の標本から推定される。昇順に並べた標本数 n の標本に基づき、 r 次平均量 b_r を次式により計算した。

$$b_r = \frac{1}{n} \sum_{j=r+1}^n \frac{(j-1)!}{(n-r)!} x_{j:n} \quad (1)$$

ここで、 $x_{j:n}$ は n 個の標本のうち小さい方から j 番目の観測値である。 b_r を用いると、標本L-モーメント l_r は、次のようになる。

$$l_1 = b_0 \quad (2)$$

$$l_2 = 2b_1 - b_0 \quad (3)$$

$$l_3 = 6b_2 - 6b_1 + b_0 \quad (4)$$

$$l_4 = 20b_3 - 30b_2 + 12b_1 - b_0 \quad (5)$$

この標本L-モーメントを用いて標本L-モーメント比を次式によって算定した。

$$\text{L-CV(L-変動係数)} : t = l_2/l_1 \quad (6)$$

$$\text{L-skewness(L-ひずみ度)} : t_3 = l_3/l_2 \quad (7)$$

$$\text{L-kurtosis(L-尖鋭度)} : t_4 = l_4/l_2 \quad (8)$$

なお、 b_r 、 l_r 、 t 、 t_3 、 t_4 はすべて不偏推定量である。これらのL-モーメント比を用いれば各種極値分布関数の母数値を簡単な数式で推定できる。

2.3 地域区分の設定指標による不均質性の評価

Hosking⁹⁾による地域頻度解析では、地域内の諸地点のL-CV、L-skewnessおよびL-kurtosisの3つの量を3次元空間にプロットしたときに、全体の重心から各地点がどれだけ離れているかを表す D_i という値を計算する。あるグループの中に N 地点あるとする。地点 i ($i = 1, 2, \dots, N$)に対する t 、 t_3 、 t_4 を含むベクトルとして、 $u_i = \{t^{(i)}, t_3^{(i)}, t_4^{(i)}\}^T$ を作る。 D_i を次式で評価した。

キーワード 地域頻度解析, 極値統計, L-モーメント

連絡先 〒316-8551 茨城県日立市中成沢町4-12-1

茨城大学工学部都市システム工学科

E-mail : nobuoka@mx.ibaraki.ac.jp

$$D_i = \frac{1}{3} N(u_i - \bar{u})^T A^{-1} (u_i - \bar{u}) \quad (9)$$

ここで、 \bar{u} と A は次のように表される。

$$\bar{u} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i \quad (10)$$

$$A = \sum_{i=1}^N (u_i - \bar{u})(u_i - \bar{u})^T \quad (11)$$

Hosking⁹⁾は D_i に対する閾値を地点数の関数として与えているが、地点数が多くなっても D_i 値が 3 を超える状況は許容すべきでないとしている。

2.4 不均質性の評価指標の計算

合田¹⁰⁾は、大規模な数値実験に基づいて L-モーメント比の変動係数の経験的推定式を導き、これに基づいて不均質性を評価する方法を提案した。

地点ごとに変動係数を用いて、各 L-モーメント比の標準偏差を算定する。それを使って偏心率と称するパラメータを求める。L-CV, L-skewness, および L-kurtosis それぞれについて、偏心率を次式で計算した。

$$\psi_{k,i} = \frac{[\xi_{k,i} - \mu(\xi_k)]}{\sigma(\xi_k)} : k = 1,2,3; i = 1,2,\dots,N \quad (12)$$

ここに、 ξ_1 , ξ_2 , および ξ_3 はそれぞれ標本の L-CV[t], L-skewness[t₃], および L-kurtosis[t₄]を代表とする。さらに、2次元座標上の距離に関する偏心率として次の2つを定義し、それを計算した。

$$\psi_{4,i} = \left[\frac{[\xi_{1,i} - \mu(\xi_1)]^2 + [\xi_{2,i} - \mu(\xi_2)]^2}{\sigma^2(\xi_1) + \sigma^2(\xi_2)} \right]^{1/2} \quad (13)$$

$$\psi_{5,i} = \left[\frac{[\xi_{2,i} - \mu(\xi_2)]^2 + [\xi_{3,i} - \mu(\xi_3)]^2}{\sigma^2(\xi_2) + \sigma^2(\xi_3)} \right]^{1/2} \quad (14)$$

ψ_4 は L-CV と L-skewness の相関図上の偏心率、 ψ_5 は L-kurtosis と L-skewness の相関図上の偏心率を表す。各地点の偏心率の分散の度合いを正規分布と比べるには、偏心率の最大値を用いるのが簡便である。

$$\Psi_k = \max\{|\psi_{k,j}| : i = 1,2,\dots,n\} : k = 1,2,\dots,5 \quad (15)$$

2.5 極値分布関数の選定と確率潮位の計算

2.2 節で求めた L-モーメントを各確率分布モデルの母数と L-モーメントの関係を表す連立方程式に代入することにより各確率分布モデルの母数を求めることができる。分布関数の母数値が推定されると、昇順の順位ごとの確率統計量が計算される。その計算値と標本のデータとの間の相関係数を算定し、その相関係数が最も 1 に近い分布を最適関数と判定した。

3. 地域頻度解析による極値統計の計算結果

3.1 各地点の L-モーメント比と地域区分

小名浜港, 大洗港, 銚子漁港, 布良港, 千葉港の 5 地点について、各地点の年最高潮位観測記録をもとに L-モーメントの不偏推定量を計算した。その相互関係として L-CV と L-skewness の相関図, L-kurtosis と L-skewness の相関図を図-1, 図-2 に示した。すべての地点の L-モーメント比は、L-CV が 0.06~0.10, L-skewness が 0.15~0.30 と狭い範囲に分布しており、L-kurtosis についても同様に 0.15~0.27 と範囲に分布している。

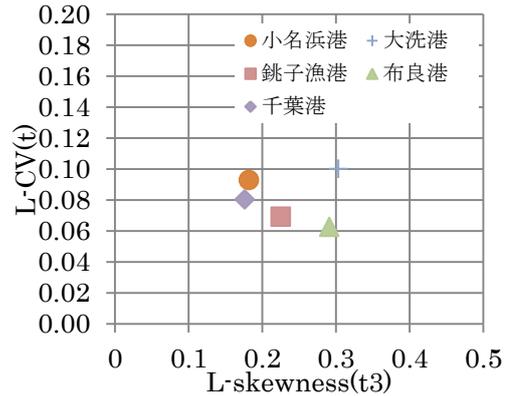


図-1 L-CV と L-skewness の相関図

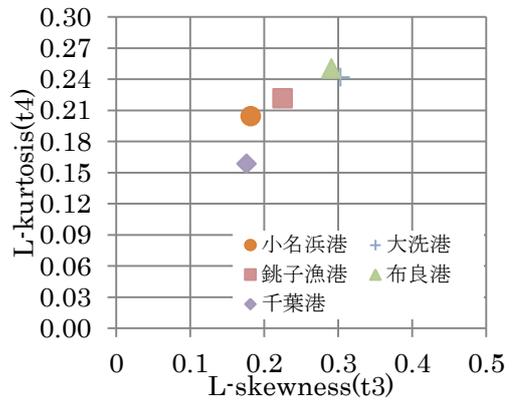


図-2 L-kurtosis と L-skewness の相関図

L-モーメント比が図-1, 図-2 に示すような範囲に分布している中で、小名浜港から千葉港までの 5 地点を 1 つの地域とみなす場合について不均質性指標を計算し地域区分の検証を行った結果を表-1 に示す。表-1 の結果では、 D_i 値がどの地点も 3 を超えず、偏心率も 2.0 を超えず小さな値となったので、Hosking⁹⁾の基準に従えばこれらを 1 つの地域として取り扱うことに問題がない。

表-1 GEV 分布の偏心率の計算結果

地点名	Di	不均質性指標としての偏心率				
		ψ_1 (L-CV)	ψ_2 (L-skew)	ψ_3 (L-krt)	ψ_4 (CV-skew)	ψ_5 (krt-skew)
小名浜港	1.1219	1.2438	-0.5681	-0.09	0.5829	0.4021
大洗港	1.2723	0.544	0.6836	0.2401	0.6705	0.4826
銚子漁港	0.3885	-1.113	-0.05	0.0848	0.1193	0.0708
布良港	0.8957	-1.7085	0.7043	0.3639	0.7282	0.5303
千葉港	1.3216	0	-0.6451	-0.8065	0.6417	0.7124
最大値		1.7085	0.7043	0.8065	0.7282	0.7124

3.2 各地域への極値分布関数の当てはめ

一般化極値分布(GEV), 一般化パレート分布(GPA), ワイブル分布(WBL)の3種類の分布関数を当てはめ対象として, 各分布関数の母数推定式を用いて母数値を推計した. これらはいずれも3母数型であり, L-モーメント比を用いることで母数値を直接的に求めることができる.

表-1に示した各地点について計算した結果を表-2に示す.

各地点のL-モーメント比を使って3種類の分布関数の母数値を推計し, 最小残差法に基づいて適合度を比較したところ, GEV分布を最適とするのが5地点となりGPA分布, WBL分布への適合度は低かった. こうして当てはめたGEV分布と各地点の潮位データとの比較を, 再現期間に対するプロットとして図-3に示す.

表-2 地域共通分布の母数推計値

地点名	年数	関数	母数		
			形状	尺度(m)	位置(m)
小名浜港	48	GEV	-0.092	0.0842	0.7402
		GPA	0.2519	0.1805	0.653
		WBL	3.1575	0.3629	0.4723
大洗港	31	GEV	-0.092	0.0932	0.819
		GPA	0.2519	0.1997	0.7225
		WBL	3.1575	0.4016	0.5226
銚子漁港	34	GEV	-0.092	0.0958	0.8423
		GPA	0.2519	0.2054	0.743
		WBL	3.1575	0.413	0.5375
布良港	47	GEV	-0.092	0.1025	0.9008
		GPA	0.2519	0.2197	0.7947
		WBL	3.1575	0.4417	0.5748
千葉港	49	GEV	-0.092	0.138	1.2131
		GPA	0.2519	0.2958	1.0701
		WBL	3.1575	0.5948	0.774

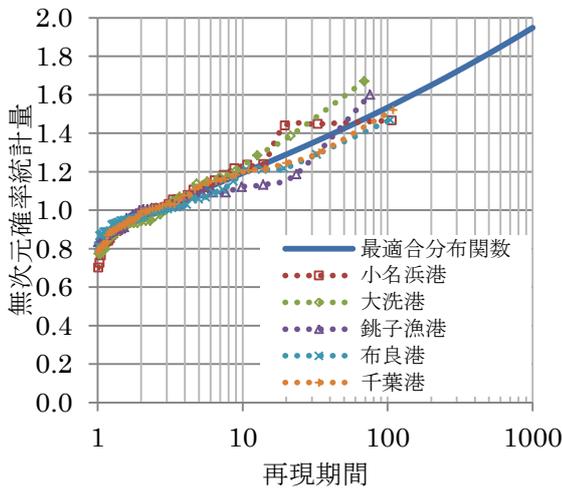


図-3 地域共通分布との適合状況

地域頻度解析というのは, 図-3に見られるように所定の再現期間に対する地点ごとの無次元確率統計量の値が分散するものの, 分散は標本の統計的変動性によるものとみなし, 地域共通の極値分布を用いて確率潮位を推計するものである. この地域の5地点のデータは最適分布のまわりに集中しており, この手法が地域全体を代表する分布関数を選定できることを表している.

4. 最小二乗法による極値統計解析との比較

極値分布関数の候補には, 合田の最小二乗法に基づく極値統計解析法¹¹⁾と同じで, 極値I型分布, 極値II型分布で形状母数 k を2.5, 3.33, 5.0と10.0とした4種類および3パラメータのワイブル分布で形状母数 k を0.75, 1.0, 1.4, 2.0とした4種類で, 総計9種の関数を用いた. 各分布関数に当てはめて計算を行なったあと, DOL基準, REC基準による棄却検定を行い, 相関係数, MIR基準により各最適関数を算出した.

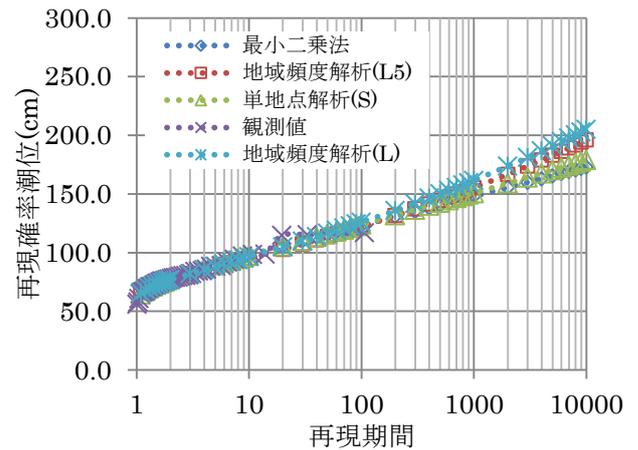


図-4 小名浜港における各最適関数の比較

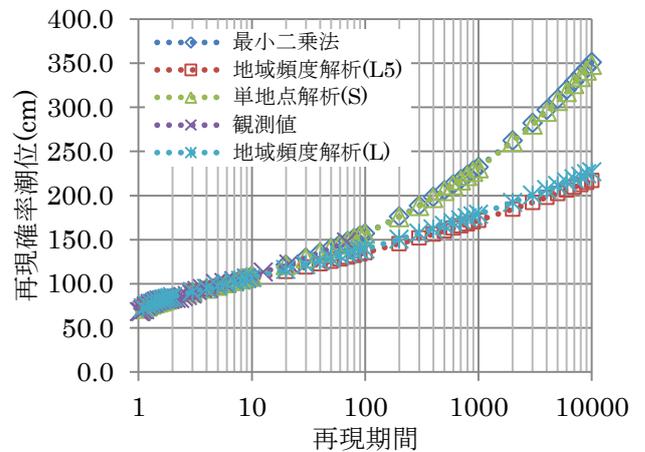


図-5 大洗港における各最適関数の比較

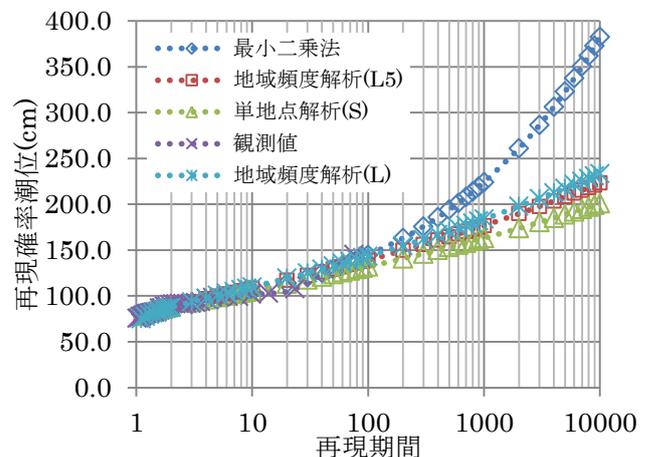


図-6 銚子漁港における各最適関数の比較

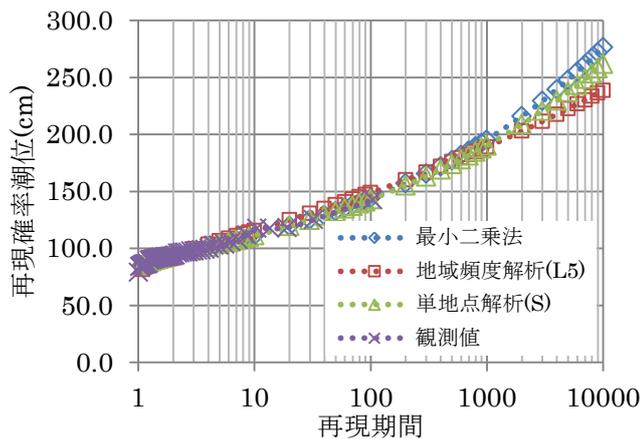


図-7 布良港における各最適関数の比較

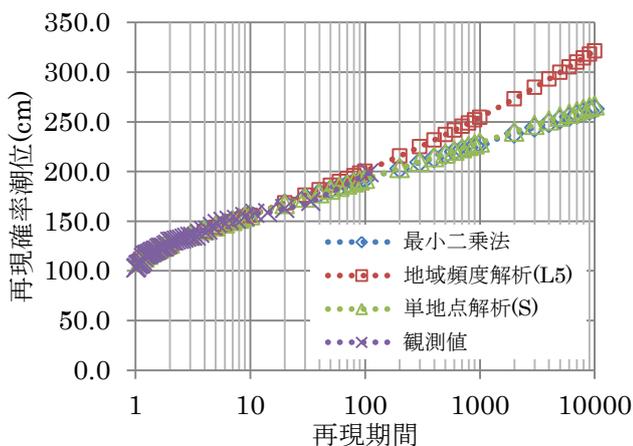


図-8 千葉港における各最適関数の比較

最小二乗法による最適関数，小名浜港から千葉港までの5地点の地域頻度解析による最適関数(L5)，小名浜港から銚子漁港までの3地点の地域頻度解析による最適関数(L)，単地点のL-モーメント比による最適関数(S)，それぞれの場合について比較を行った結果を図-4~8に示す。

小名浜港，布良港，千葉港については各手法それぞれ最適関数の曲線がほぼ重なる結果となったが，大洗港，銚子漁港については再現期間100年を超えたあたりから最小二乗法と地域頻度解析の曲線が大きく異なる結果となった。地域共通分布は複数地点の無次元潮位のばらつきをまとめるような関数になっているのに対し，最小二乗法による分布関数を用いる極値データの統計年数や大きさに応じて変動が激しく，形状母数として離散的な値しか取り扱えないことに起因していると考えられる。

5. まとめ

小名浜港から千葉港までの5地点を対象として，地域頻度解析と最小二乗法を用いて再現確率統計量の推定を行なったところ，地点単独に当てはめると隣接する地点間で確率統計量がかなり異なるのに対し，地域共通分布

を用いることで，データの変動幅が相対的に狭くなることが分かった。また最小二乗法によって選定された関数の曲線の形状は大きく変化するのに対し，地域頻度解析による曲線はなだらかに変化しやすいことが分かった。

今後は地点ごとにより信頼度の高い推定値を得るために，用いる極値データとその基準面の取り方や地域頻度解析による地域分けが重要な課題として考えられる。謝辞 本研究はJSPS 科研費 25350503(基盤研究(c)「不確実性を考慮した確率的沿岸浸水リスクの時空間評価手法開発と評価結果の活用法」)の助成を受けたものです。

6. 参考文献

- 1) 国土交通省：ハザードマップを活用した総合的な津波・高潮防災対策，第4回研究会資料-1(2003.6.17).
- 2) 国土交通省：防災のありかたの転換(2011.6)
<http://www.mlit.go.jp/hakusyo/mlit/h23/hakusho/h24/html/n1131000.html> (参照日 H27年3月8日)
- 3) 国土交通省；高潮浸水想定区域図作成の手引き(H.27.7)
http://www.mlit.go.jp/report/press/sabo02_hh_000016.html (参照日 H27年11月17日)
- 4) 河合弘泰，合田良実，久高将信，仲井圭二：地域頻度解析手法によるわが国沿岸の高潮偏差の極値統計解析，土木学会論文集 B2, Vol.66, No.1, pp121~125, 2010.
- 5) Hosking (1990): L-moments: Analysis and estimation of distributions using linear combinations of order statistics, j. Roy. Statistical Soc., Series B, 52, pp105~24.
- 6) 合田良実，久高将信，河合弘泰：L-moments法を用いた波浪の極値統計解析について，土木学会論文集 B2(海岸工学)Vol.B2-65, No.1, pp161~165, 2009.
- 7) 気象庁：潮汐観測資料 (参照日 H27年11月10日)
<http://www.data.kishou.go.jp/kaiyou/db/tide/genbo/>
- 8) 日本海洋情報センター：潮汐カタログ (参照日 H27年11月10日) http://www.jodc.go.jp/index_j.html
- 9) Hosking, J. R. M. and J. R. Wallis (1997): "Regional Frequency Analysis." Cambridge Univ. press, 224p.
- 10) 合田良実:L-moments法を用いた高波の極値統計解析におけるプロットングポジション公式の選択と各種統計量の信頼区間，ECOH/YG 技術論文 No.13, 2010年10月11日, 29p.
- 11) 合田良実(2008)：港湾海岸構造物の耐波設計，鹿島出版会，pp327~354.