

# 有限被覆法による流体-構造連成解析の有効性の検討

中央大学 学生員 ○野口 祐司  
中央大学大学院 学生員 太田 真貴子  
中央大学 正会員 檜山 和男

## 1. はじめに

流体-構造連成解析において最も重要となる点は、流体と構造の境界面の再現と、そこでの境界条件の正確な考慮である。境界面の再現方法は、移動メッシュを用いる Lagrange 的解法である界面追跡法と、固定メッシュを用いる Euler 的解法である界面捕捉法に区別される。

本研究では、境界面が大きく移動する流れ解析を対象とするため、界面捕捉法に着目する。しかし、界面捕捉法は固定メッシュであるため構造物の境界形状とメッシュが一致しない。従って、流体と構造物の界面での境界条件を正確に与えることが困難となる。そこで本研究では、固定メッシュにおいて任意の境界面で境界条件を考慮することが可能な有限被覆法<sup>1)</sup> (Finite Cover Method, 以下 FCM) を採用する。また、境界条件の処理方法としてペナルティ法を用いる。本手法の妥当性及び有効性を検討するため、二次元円柱の渦振動問題の解析を行う。

## 2. 流体に関する定式化

Euler 記述された非圧縮性粘性流れの運動方程式と連続の式はそれぞれ式 (1), (2) で表される。

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} - \mathbf{f} \right) - \nabla \cdot \sigma(\mathbf{u}, p) = 0, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (2)$$

ここで、 $\rho$  は密度、 $\mathbf{u}$  は流速ベクトル、 $p$  は圧力、 $\mathbf{f}$  は物体力ベクトルを表している。

また対象とする流体は Newton 流体であるため、変形速度テンソル  $\varepsilon(\mathbf{u})$ 、応力テンソル  $\sigma$  は以下の式 (3), (4) で表される。

$$\varepsilon(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T), \quad (3)$$

$$\sigma = -p\mathbf{I} + 2\mu\varepsilon(\mathbf{u}), \quad (4)$$

ここで、 $\mu$  は粘性係数である。

Dirichlet 型、Neumann 型境界条件は、それぞれ式 (5), (6) ように与えられる。

$$\mathbf{u} = \mathbf{g} \quad \text{on } \Gamma_g, \quad (5)$$

$$\mathbf{n} \cdot \sigma = \mathbf{h} \quad \text{on } \Gamma_h, \quad (6)$$

ここで、 $\mathbf{g}$ ,  $\mathbf{h}$  はそれぞれ流速、表面力の既知量を示し、 $\mathbf{n}$  は外向き法線ベクトルを示す。

FCM では図-1のように、近似関数が定義される数学的領域と支配方程式が満たされるべき物理的領域を独立に定義をすることにより、任意形状が固定メッシュを用いて

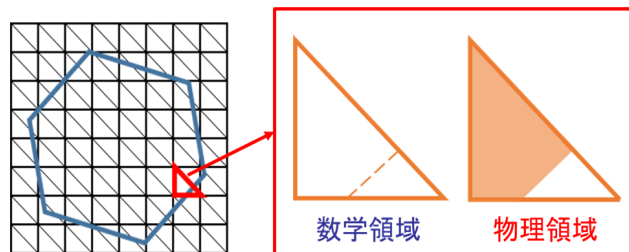


図-1 FCM における領域の定義

再現可能となる。Dirichlet 境界条件の処理にペナルティ法を適用する。なお、本論文ではペナルティ定数を  $10^4$  としている。空間方向の離散化には SUPG/PSPG 法を適用し、時間方向の離散化には Crank-Nicolson 法を用いる。連立一次方程式の解法には、Element-by-Element 処理を施した GPBi-CG 法を適用する。

また、FCM では要素内に物理的領域が存在する要素が生成されるので積分公式を直接利用出来ない。従って、FCM で領域積分を行う際は、面積座標系を用いた数値積分 (ガウス積分) である式 (7) を適用する。

$$\int_{\Omega^P} f(x, y) d\Omega = \sum_{j=1}^{n_g} f(L_{1j}, L_{2j}, L_{3j}) W_j^g A_f \quad (7)$$

ここで、 $f$  は被積分関数、 $n_g$  は積分点の数、 $L$  は面積座標、 $W^g$  は重み、 $A_f$  は流体領域の面積を表す。なお、本論文では三角形要素の 3 点積分を行うので  $n_g = 3$  とする。

Dirichlet 境界条件の処理方法としてペナルティ法を採用するので、ペナルティ項の積分において任意の積分区間  $[a, b]$  に対し、以下の Gauss-Legendre の公式 (8) を用いたガウス積分を適用する。

$$\int_a^b f(x) d\Gamma \cong \frac{b-a}{2} \sum_{i=1}^{n_g} c_i f \left( \frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2} \xi_i \right) \quad (8)$$

ここで、 $c_i$  は重み係数、 $\xi_i$  は積分点を表す。

## 3. 構造に関する定式化

本研究では、構造物を剛体と仮定し、運動方程式 (9) を解く。なお、並進運動のみを考慮し、回転の運動は考慮していない。

$$m \frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2} = \mathbf{F} - m\mathbf{g} \quad (9)$$

ここで、 $m$  は物体の質量、 $\mathbf{x}$  は物体の変位、 $t$  は時間、 $\mathbf{F}$  は流体力、 $\mathbf{g}$  は重力等の外力を表す。時間方向の離散化には、Newmark- $\beta$  法を用いる。

**KeyWords:** 有限被覆法, 流体-構造連成, ペナルティ法

**連絡先:** 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 TEL. 03-3817-1815 Email: y.noguchi@civil.chuo-u.ac.jp

#### 4. 数値解析例

数値解析例として弾性支持された剛体の二次元円柱の渦振動問題を取り上げ、移動メッシュを用いる ALE 法に基づく FEM 解析の結果<sup>2)</sup>や実験結果との比較により、本手法の妥当性と有効性の検討を行う。

図-2 に数値解析例として用いた Anagnostopoulos らが行った Reynolds 数 90~150 の範囲を対象とした水槽実験<sup>3)</sup>を示す。この実験では、Reynolds 数 110~120 でロックイン現象を捕らえることに成功したものである。境界条件として、左壁面の流入境界の流速は解析する Reynolds 数に伴い変化させている。その他の境界条件としては、上下壁面に Slip 条件、円柱周りに No-Slip 条件、右壁面に Traction-Free 条件を与えている。円柱近傍の解析メッシュを図-3 に示す。流体領域の節点総数は 13,053、要素総数は 26,028、最小メッシュ幅は  $1.0 \times 10^{-2} \text{cm}$  である。

解析結果として各 Reynolds 数での流れによる構造物の鉛直変位を図-4 に示す。ロックイン現象が始まる時間が各 Reynolds 数で異なることが確認できる。また、ALE 法に基づく FEM 解析の結果と実験値との比較を図-5 に示す。なお、渦放出周波数は FFT(高速フーリエ変換)を用いて算出している。実験結果と同様に解析結果もロックイン現象を捕らえることができ、FCM 解析の妥当性が確認できる。ALE 法の結果との比較より、FCM での解析の方がロックインする Reynolds 数域が大きいことがわかる。また、図-4、図-5 から  $\text{Re}=110$  においてロックイン現象が生じていない。これらの点については、今後の課題としたい。

#### 5. おわりに

本論文では、弾性支持された剛体を仮定した二次元円柱の渦振動問題を取り上げ、本手法の妥当性及び有効性の検討を行い、以下の結論を得た。

- 流体と構造物との境界が大きく移動する問題であっても Dirichlet 境界条件を適切に考慮できることが確認できた。
- 実験値と ALE 法との比較により、ロックイン現象を再現できることを確認した。ただし、 $\text{Re}=110$  付近においてロックイン現象が発生しなかった。

今後の課題として、さらなる精度検証を行うと共に、三次元への拡張が挙げられる。

#### 参考文献

- 1) 中村 正人, 高瀬 慎介, 檜山 和男, 寺田 賢二郎, 車谷 麻緒:有限被覆法に基づく自由表面を有する流体構造連成解析手法の構築:土木学会論文集 A2(応用力学), Vol.67, No2, I.199-I.208, 2011
- 2) 河原崎 雄介, 田中 聖三, 檜山 和男:渦励振動問題における流体-構造連成解析手法の比較検討:土木学会関東支部技術研究発表会講演概要集, I-20, 2007-3
- 3) P.Anagnostopoulos, P.W.Bearman: 'Response characteristics of vortex-excited cylinder at low Reynolds numbers': *J.Fluid and Struct.*, Vol.6, pp39-50, 1992.

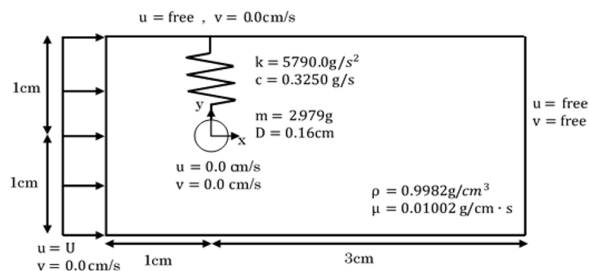


図-2 解析領域と各計算条件

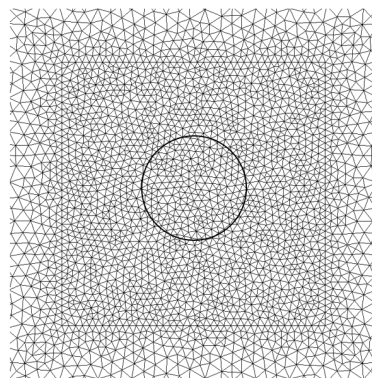


図-3 円柱近傍の解析メッシュ

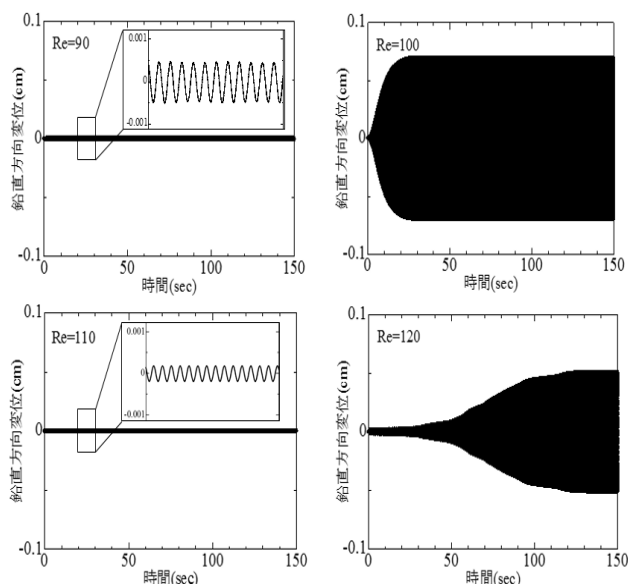


図-4 変位の時刻歴

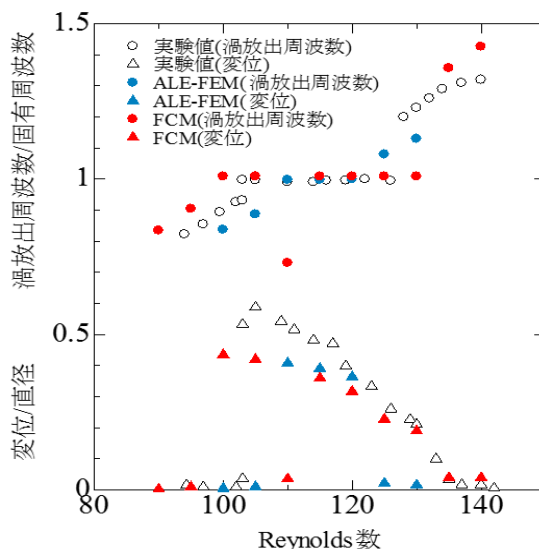


図-5 実験値との比較