

安定化有限要素法による湿度移流を伴う熱流体連成解析

中央大学 学生員 ○ 田中 洋志
中央大学大学院 学生員 堀池 慎治
中央大学 正会員 櫻山 和男

1. はじめに

近年，地球温暖化による気温，海水温の上昇等が問題となっている．気温に関しては都市部においてヒートアイランド現象が顕在化してきているため，地球温暖化と合わせ，局所的豪雨や熱帯夜といった問題も増加している．ヒートアイランド現象の発生原因としては人口や産業の集中，アスファルト等の人工被覆や人工排熱の増大が考えられている．これらの改善を施すための計画及び実施には地域ごとでの熱特性の把握，地域特性に応じた評価を行うことが重要である．

既往の研究¹⁾では安定化有限要素法による都市の温熱環境解析手法の構築が行われたが，湿度については十分な検討がされていなかった．そこで，本報告では温熱環境解析の基礎研究として支配方程式に浮力を考慮した Navier-Stokes 方程式を用い，解析を行う．空間方向の離散化には有限要素法を適用し，時間方向の離散化には Crank-Nicolson 法を用いる．

2. 数値解析手法

(1) 支配方程式

流体は非圧縮性粘性流体として扱い，Boussinesq 近似を仮定する²⁾．そのとき支配方程式には浮力を考慮した Navier-Stokes 方程式，連続式，エネルギー方程式，湿度の移流方程式を用い，無次元化を施した式はそれぞれ式 (1)，(2)，(3)，(4) で表される．

Navier-Stokes 方程式：

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{Gr_t}{Re^2} \{ \Theta + NS \} k - \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} = 0 \quad (1)$$

連続式：

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (2)$$

エネルギー方程式：

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + u_i \frac{\partial \Theta}{\partial x_i} - \frac{1}{Pr Re} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x_i^2} = 0, \quad (3)$$

湿度の移流方程式：

$$\frac{\partial S}{\partial t} + u_i \frac{\partial S}{\partial x_i} = \frac{1}{Re Pr Le} \frac{\partial^2 S}{\partial x_i^2} \quad (4)$$

ここで u_i は i 軸方向の流速， p は圧力， Θ は温度， S は湿度， k は重力方向の単位ベクトル， Re は Reynolds 数， Gr_t は温度に対する Grashof 数， Pr は Prandtl 数， Le は Lewis 数， N は温度と湿度に対する浮力比である．

(2) 離散化手法

式 (1)，(2) に対して SUPG/PSPG 法に基づく安定化有限要素法を，式 (3)，(4) に対しては SUPG 法に基づく安定化有限要素法を用いて空間方向の離散化を行う．時間方向の離散化には二次精度である Crank-Nicolson 法を用いた．連立 1 次方程式の解法には element-by-element 法，Bi-CGSTAB2 法を用いた．

3. 数値解析例

(1) 解析条件

本解析手法の妥当性を確認するため解析例として 2 次元 Cavity 内自然対流問題を取り上げる．解析領域及び境界条件としては図-1 に示すものを使用する．初期条件としては流速，圧力に関しては全領域で 0 とし，温度に関しては高温壁面である $\Theta = 1$ の境界を除いて 0 とし，湿度に関しては高温壁面と同様に高湿度面である $S = 1$ の境界を除いて 0 とした．解析の収束判定には平均 Nusselt 数を用い，高温壁の平均 Nusselt 数と低温壁の平均 Nusselt 数との差が 10^{-2} のときを定常状態として収束したとみなした．要素の分割には三角形一次要素で行い， x 方向， y 方向ともに等分割とし，メッシュ分割数は 81×81 の最小メッシュ幅 1.23×10^{-2} ，節点総数 6048，要素総数 11664 の解析メッシュを用い，微小時間増分量は 1.0×10^{-4} とした．

(2) 解析結果

Ra 数は 10^4 とし， Le 数が 10 のときの N が -10，0，10 での本解析と Sheikhzadeh らによる解析³⁾を定常状態における等温線図，等湿度線図を図-2，図-3 に示す．-10，0 のときにおいては概ね一致を示していることが確認できるが， N が 10 のときは挙動に差異が見られた．結果に差異が見ら

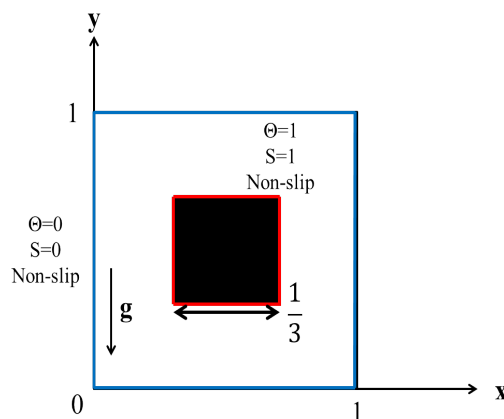


図-1 解析領域，境界条件

KeyWords： 安定化有限要素法，エネルギー方程式，湿度の移流方程式

連絡先： 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 TEL 03-3817-1808 E-mail p.tanaka@civil.chuo-u.ac.jp

れたのは変化の激しい高温壁，高湿度壁の上面においてのメッシュの解像度が原因と考えられる．続いて N が 10 であるときの Le 数が 10, 30, 50 での定常状態における等温線図，等湿度線図を図-4，図-5 に示す．こちらも Le 数が 10 のときに挙動に差異が見られるものの他の二つの結果においては良い一致を示していることが確認できる．また， N と Le 数がともに 1 であるときの Ra 数が 10^4 から 10^6 までにおける定常状態における等値線図を図-6 に示す．こちらは Ra 数の大小に関わらず良い一致を示していることが確認できる．

4. おわりに

本研究では湿度を考慮した自然対流問題に安定化有限要素法を適用し，解析例として 2 次元 Cavity 内自然対流問題を取り上げ，以下の結論を得た．

- 本報告の解析結果と Sheikhzadeh らの結果との比較から N の変化においては N の値が大きくなると結果に差異が見られるもののその他の値においては定性的に概ね一致を示していることが確認できた．
- Le 数の変化においては Le 数の値が 10 以外の場合においては定性的に良い一致を示していることが確認できた．
- Ra 数の変化においてはすべての場合において定性的に良い一致を示していることが確認できた．

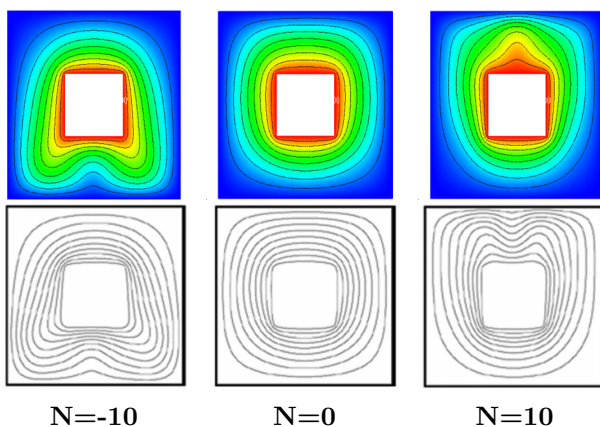


図-2 等温線図: $Le=10$ (上: 本解析, 下: Sheikhzadeh ら)

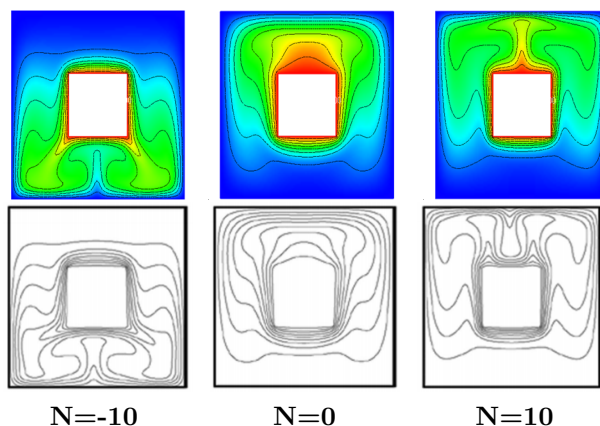


図-3 等湿度線図: $Le=10$ (上: 本解析, 下: Sheikhzadeh ら)

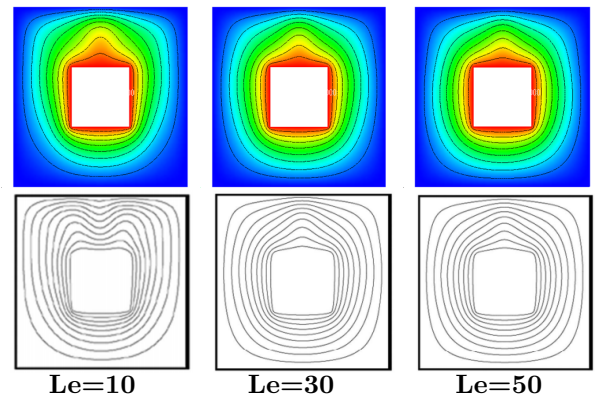


図-4 等温線図: $N=10$ (上: 本解析, 下: Sheikhzadeh ら)

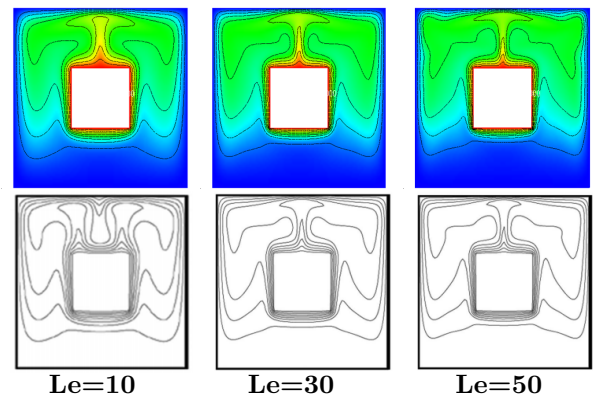


図-5 等湿度線図: $N=10$ (上: 本解析, 下: Sheikhzadeh ら)

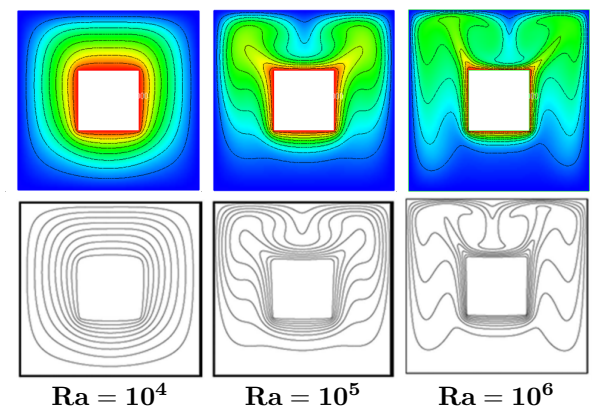


図-6 等値線図: $N=Le=1$ (上: 本解析, 下: Sheikhzadeh ら)

今後の課題としてさらなる精度検証を行うとともに水蒸気の凝縮や水の気化を考慮した熱収支を伴う解析が挙げられる．

参考文献

- 1) 池田 哲也, 檜山 和男: 安定化有限要素法による都市の温熱環境解析手法の構築, 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol.69, No.2, pp.107-114, 2013.
- 2) Francoise Utheza, Dorothee Senechal, Francois Garnier: Buoyancy-driven convective motion in a thermal diffusion cloud chamber using a water/helium mixture, International Journal of Thermal Sciences 48 (2009) 1043-1048
- 3) G.A. Sheikhzadeh, G.A. Sheikhzadeh, R. Heydari, N. Hajjaligol, A. Fattahi: Heat and mass transfer by natural convection around a hot body in a rectangular cavity, Scientia Iranica B (2013) 20(5), 1474-1484