

梁の応答データを用いた走行荷重の重量推定

東京都市大学 学生会員 ○鈴木 健吾

東京都市大学 正会員 丸山 収

1. 研究背景

橋梁を車両が通行すると、交通荷重という外乱によって振動が発生する。交通荷重は、交通量や車両重量に左右されるといった特性を持っており、橋梁の疲労損傷を進行させる原因の一つである。外乱である交通荷重の特性を把握することは、橋梁の維持管理において極めて重要である。現在、橋梁上を通行する車両の軸重等を、本線の交通流を妨げることなく計測するために開発されたシステムとして、BWIM(Bridge Weigh-In-Motion)がある。これは、主桁下フランジや床版などの橋梁部分にひずみゲージを設置し、車両通行時に発生するひずみ応答を解析することにより、走行車両の荷重計測を実施するものである。本研究は、1自由度移動荷重-梁系において、梁の応答を観測データとして、移動荷重の梁に対する荷重効果を同定する手法の基礎的な検討をしている。

2. 移動荷重および梁の振動方程式

本研究では、車輪と質量 m の車体との間にばねと減衰装置を挿入した単純な 1 自由度振動系として走行荷重をモデル化している。この荷重が梁上を通過するとき、車輪は梁と同一の上下振動となるが、車体はばねと減衰装置により梁と同一の上下振動とはならない。よって、移動荷重と梁とではそれぞれに振動方程式を持ち、この振動系の移動荷重が梁上を通過する場合は、移動荷重と梁との連成振動として取り扱う。

1 自由度移動荷重の鉛直変位を $u(t)$ とし、梁の n 次振動モードによる任意点 z_1 での動的たわみを $y_n(z_1, t)$ とすると、移動荷重の振動方程式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} & \ddot{u}(t) + 2\beta\omega\dot{u}(t) + \omega^2 u(t) \\ &= \sum_n \left[\dot{y}_n(z_1, t) \left\{ 2\beta\omega \frac{\varphi_n(vt)}{\varphi_n(z_1)} \right\} \right. \\ & \quad \left. + y_n(z_1, t) \left\{ 2\beta\omega \frac{\dot{\varphi}_n(vt)}{\varphi_n(z_1)} + \omega^2 \frac{\varphi_n(vt)}{\varphi_n(z_1)} \right\} \right] \\ & + 2\beta\omega\dot{\gamma}(vt) + \omega^2 \gamma(vt) \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 β : 移動荷重の減衰定数、 ω : 移動荷重の固有円振動数(rad/sec)、 $\varphi_n(\cdot)$: 梁の n 次振動モード、 l : スパン長(m)、 v : 走行速度(m/sec)、 $\gamma(\cdot)$: 表面凹凸(cm)である。なお、単純梁の場合には、 $\varphi_n(x) = \sin(n\pi x/l)$ である。

本研究では梁に 3 次振動まで考慮するので、 $\ddot{u}(t)$ について変形した式(1)は以下のようになる。

$$\begin{aligned} \ddot{u}(t) &= -2\beta\omega\dot{u}(t) - \omega^2 u(t) \\ &+ \dot{y}_1(z_1, t) \left\{ 2\beta\omega \frac{\varphi_1(vt)}{\varphi_1(z_1)} \right\} \\ &+ y_1(z_1, t) \left\{ 2\beta\omega \frac{\dot{\varphi}_1(vt)}{\varphi_1(z_1)} + \omega^2 \frac{\varphi_1(vt)}{\varphi_1(z_1)} \right\} \\ &+ \dot{y}_2(z_1, t) \left\{ 2\beta\omega \frac{\varphi_2(vt)}{\varphi_2(z_1)} \right\} \\ &+ y_2(z_1, t) \left\{ 2\beta\omega \frac{\dot{\varphi}_2(vt)}{\varphi_2(z_1)} + \omega^2 \frac{\varphi_2(vt)}{\varphi_2(z_1)} \right\} \\ &+ \dot{y}_3(z_1, t) \left\{ 2\beta\omega \frac{\varphi_3(vt)}{\varphi_3(z_1)} \right\} \\ &+ y_3(z_1, t) \left\{ 2\beta\omega \frac{\dot{\varphi}_3(vt)}{\varphi_3(z_1)} + \omega^2 \frac{\varphi_3(vt)}{\varphi_3(z_1)} \right\} \\ &+ 2\beta\omega\dot{\gamma}(vt) + \omega^2 \gamma(vt) \end{aligned} \quad (2)$$

また、任意点 z_1 での梁の動的たわみを $y(z_1, t)$ とすると、 n 次振動モードに対する梁の振動方程式は次式で与えられる。

$$y(z_1, t) = \sum_n y_n(z_1, t) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \ddot{y}_n(z_1, t) + 2\beta'_n \omega'_n \dot{y}_n(z_1, t) + \omega'^2_n y_n(z_1, t) \\ = \frac{1}{M} m_v (g - \ddot{u}(t)) \varphi_n(vt) \varphi_n(z_1) \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 β'_n : 梁の n 次振動モードの減衰定数、 ω'_n : 梁の n 次振動モードの固有円振動数(rad/sec)、 m_v : 移動荷重の質量、 M : 梁の有効質量($M = \rho l/2g$)、 ρ : 梁の単位長さ当たり重量である。梁の有効質量: M 、振動モード形: φ_n および荷重速度: v を既知とすれば、連成効果を含んだ荷重外力は $m_v(g - \ddot{u}(t))$ として表される。

3. 制御理論に基づいた方程式の設定

現代制御理論では、状態方程式と観測方程式を用いてシステムを表現する。状態方程式はシステムの入力と内部状態の間の動的な関係を表し、観測方程式は内部状態と出力の間の動的な関係を表す。

梁に3次まで考慮した、移動荷重および梁についての振動方程式より、次の状態方程式を得る。

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{\Phi}(t) \mathbf{X}(t) + \mathbf{\Gamma}(t) d(t) \quad (5)$$

式(5)の左辺 $\dot{\mathbf{X}}(t)$ は状態ベクトルの時間微分を表している。 $\mathbf{\Phi}(t)$ および $\mathbf{\Gamma}(t)$ は係数行列である。

一方で、観測方程式を次式で与える。

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{C} \mathbf{X}(t) + \mathbf{V}(t) \quad (6)$$

ここで、 \mathbf{C} : 観測量の係数行列 (対角成分のみ 1.0 で、その他の成分はすべて 0)、 $\mathbf{V}(t)$: 観測ノイズである。ここでは、梁の任意点 z_1 における変位応答、速度応答が観測されるものとしている。

4. 試算

断面が均一な単純梁を対象として、表-1 に示す緒言を用いた観測データの作成を FORTRAN にて行った。

単純梁の左方から荷重が走行してくるとして、梁の左方から $z_1=12(\text{m})$ における変位応答および速度応答を観測データとした。図-1 は変位応答、図-2 は速度応答を示している。また図-3 は、式(4)において、梁の有効質量: M 、振動モード形: φ_n および荷重速度: v を既知として、連成効果を含んだ荷重外力 $m_v(g - \ddot{u}(t))$ を示している。図-3 より、推定値は時刻の進行に伴って振動しながら少しずつ減少していることがわかる。ここで、推定値が正解値と一致しているのは 2.3 秒付近であるが、図-1 において合計の変位応答と 1 次成分のみの変位応答も 2.3 秒付近で一致していることから、その前後で推定値と正解値が一致しないのは 2 次振動の成分が影響していると考えられる。全体で見れば、推定値は正解値と良い対応を示しているといえる。

5. 今後の展望

今後は実橋梁におけるの検討を考えている。また、得られた荷重パターンをモデル化することにより、このまま補修せずに供用し続けた場合の寿命予測を検討している。

参考文献

1) 丸山 収: 走行荷重およびはりの応答データを用いたはり表面粗さの推定, 第 57 回理論応用力学講演会, 第 57 回

表-1: 主要緒言

単純梁 [スパン長: 60 (m)]					
β'_1	$\omega'_1(\text{rad/sec})$	β'_2	$\omega'_2(\text{rad/sec})$	β'_3	$\omega'_3(\text{rad/sec})$
0.04213	10.689	0.01053	42.758	0.00468	96.205
1自由度系走行荷重					
β	$\omega(\text{rad/sec})$	$m_v(t)$	$V(\text{m/sec})$		
0.03	16.0	13.6	12.0		

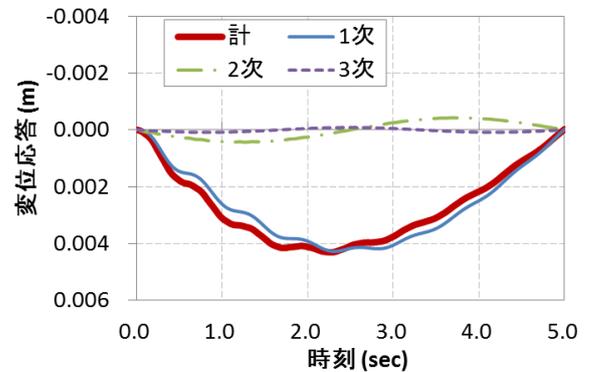


図-1: 梁の変位応答 $y(z_1, t)$

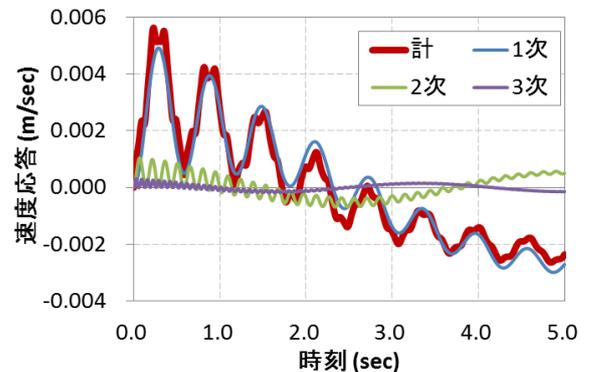


図-2: 梁の速度応答 $\dot{y}(z_1, t)$

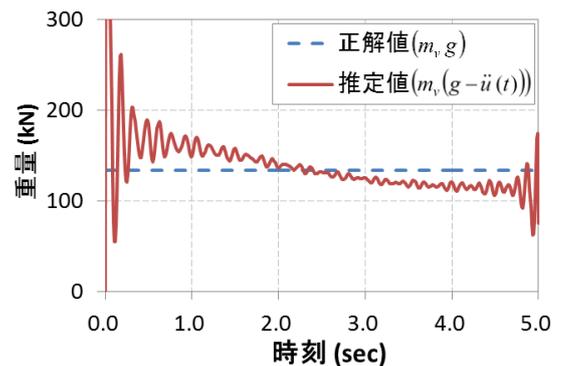


図-3: 荷重外力の推定値 $m_v(g - \ddot{u}(t))$

理論応用力学講演会講演論文集, pp.283-284, 2008/06.

2) 小林 裕介, 三木 千壽, 田辺 篤史: リアルタイム全自動処理 Weigh-In-Motion による長期交通荷重モニタリング, 土木学会論文集 No.773/I-69, pp.99-111, 2004.

3) 丸山 収, 斉藤 悦郎, 星谷 勝: 移動荷重-はり系の動特性推定, 土木学会論文集 第 368 号/I-5, pp.283-292, 1986.