

トンネル覆工コンクリート劣化過程の地域別特性解析

東京都市大学 学生会員 ○小澤 孝弘
東京都市大学 正会員 丸山 収

1. はじめに

建設後 50 年を超える土木構造物は年々増加傾向にあり、限られた予算の中で維持管理を行うためにも劣化の過程を捉えることは重要である。本研究では、北海道の道路における山岳トンネルを対象として、供用期間中のトンネル点検データより得られた情報を基に、覆工コンクリートの劣化過程モデルを構築して、地域別劣化予測を行うことを目的に推計を行った。

2. 点検データと推計における仮定

北海道にある道路トンネルで 2006 年～2012 年において 2・3・4 回定期点検された在来工法のトンネル 106 個の劣化予測を行った。劣化予測を行う上での仮定条件として、①竣工後 1 年後の覆工板の点検データを 0.01 (ほとんど劣化なし)、②劣化のサンプルを推計する覆工板を入口から 2 枚目に統一し推計を行った。

3. 劣化モデルと最尤法によるパラメータの同定

本研究では、複合ポアソン過程を不規則な損傷度成長の駆動雑音として、劣化度 $\mathbf{X}(t)$ の時間成長を記述する確率微分方程式を用いる。複合ポアソン過程 $\mathbf{C}(t)$ は $\mathbf{N}(t)$ を強度 λ のポアソン過程、 $\{\mathbf{Y}_k\}_{k=1,2,\dots}$ はお互いに独立で、同一分布に従い、次式で示せる。

$$\mathbf{C}(t) = \sum_{k=1}^{\mathbf{N}(t)} \mathbf{Y}_k \quad (1)$$

複合ポアソン過程において、 $\mathbf{E}[\mathbf{Y}_k] = \mathbf{q}_1$ とすると平均は次式で表せる。

$$\mathbf{E}[\mathbf{C}(t)] = \lambda \mathbf{q}_1 t \quad (2)$$

平均値が 0 の駆動雑音を $\mathbf{Z}(t) = \mathbf{C}(t) - \lambda \mathbf{q}_1 t$ として、劣化度 $\mathbf{X}(t)$ の時間成長を記述する確率微分方程式が示せる。

$$d\mathbf{X}(t) = \{\mu_0(t) - \lambda \mathbf{q}_1\} \mathbf{X}(t) dt + \mathbf{X}(t^-) d\mathbf{C}(t) \quad (3)$$

ここで、 $\mu_0(t)$ は劣化度 $\mathbf{X}(t)$ の平均的時間成長係数である。次に $\mu_0(t) = \mu_0$ とすると、式(3)の解は次式となる。

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{X}(0) \exp\{(\mu_0 - \lambda \mathbf{q}_1)t\} \prod_{k=1}^{\mathbf{N}(t)} (1 + \mathbf{Y}_k) \quad (4)$$

また $\mathbf{X}(t)$ の確率密度関数は、たたみこみ積分を含んだ関数形となるが、平均値と分散値は次式となる。

$$\mathbf{E}[\mathbf{X}(t)] = \mathbf{X}(0) \exp\{\mu_0 t\} \quad (5)$$

$$\mathbf{V}[\mathbf{X}(t)] = \mathbf{X}(0)^2 \exp\{2\mu_0 t\} (\exp\{\lambda \mathbf{q}_1 t\} - 1) \quad (6)$$

$\mathbf{q}_2 = \mathbf{E}[\mathbf{Y}_k^2]$ はジャンプの 2 次モーメントである。

ここで、 \mathbf{Y}_k の確率密度関数 $f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y})$ が平均値 \mathbf{v} の指数分布に従うものとする。

$$f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y}) = (1/\mathbf{v}) \exp(-\mathbf{y}/\mathbf{v}) \quad (7)$$

この仮定の下で、 $\mathbf{q}_2 = \mathbf{E}[\mathbf{Y}_k^2] = 2\mathbf{v}^2$ となる。¹⁾

式(3) のパラメータを点検データから推計するために最尤法を用いる。まず、ポラティリティ σ_0 を正定数、 $\mathbf{B}(t)$, $(0 \leq t < \infty)$ は、 $\mathbf{B}(0) = 0, 0 \leq \forall s < \forall t < \infty$ において、 $\mathbf{B}(t) - \mathbf{B}(s)$ が、 $\mathbf{N}(0, t-s)$ である独立増分な標準ブラウン運動とすると、次の算術ブラウン運動モデルになる。

$$d\mathbf{X}(t) = \mu_0(t) dt + \sigma_0 d\mathbf{B}(t) \quad (8)$$

一方、幾何ブラウン運動モデルは、次式で与えられる。

$$d\mathbf{X}(t) = \mu_0 \mathbf{X}(t) dt + \sigma_0 \mathbf{X}(t) d\mathbf{B}(t) \quad (9)$$

式(9)の解過程は、対数正規分布であり、式(3)と同様な挙動を示すこととなる。一方、幾何ブラウン運動 $\mathbf{X}(t)$ の対数変換 $\ln(\mathbf{X}(t))$ は、時間依存する正規確率過程となる。詳細は参考文献(2)に委ねるが、式(3)と等価な幾何ブラウン運動のパラメータを推定して、その結果から式(3)に必要なパラメータを求めることを行う。幾何ブラウン運動に対して変数変換により、 $\mathbf{y}(t) = \ln(\mathbf{X}(t))$ とし、「伊藤の公式」により式(10)を得る。

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{y}(0) + (\mu_0 - 0.5\sigma_0^2)t + \sigma_0 \mathbf{B}(t) \quad (10)$$

式(10)より式(9)は、式(8)の算術ブラウン運動モデルに変換されて、平均 $\mathbf{y}(0) + (\mu_0 - 0.5\sigma_0^2)t$ 、分散 $\sigma_0^2 t$ の正規分布に従うことがわかる。次に、式(10)を離散データに対してインデックス番号を与えて表現する。

$$\mathbf{y}(t_{n+1}) - \mathbf{y}(t_n) = (\mu_0 - 0.5\sigma_0^2)(t_{n+1} - t_n) + \sigma_0(\mathbf{B}(t_{n+1}) - \mathbf{B}(t_n)) \quad (11)$$

観測される時系列データ $(\mathbf{X}(t_0), \mathbf{X}(t_1), \dots, \mathbf{X}(t_N))$ を考えると、最尤法により係数 (μ_0, σ_0) の推定値はそれらの観測データが最も高い確率で抽出されるように算出される。即ち、正規確率密度関数を $\mathbf{P}(\cdot)$ とすると、以下の対数尤度関数を最大とすよう求められる。

$$\ln p(\mathbf{X}(t_0), \mathbf{X}(t_1), \dots, \mathbf{X}(t_N)) = \ln p(\mathbf{y}(t_0), \mathbf{y}(t_1), \dots, \mathbf{y}(t_N)) - \sum_{n=0}^N \ln(\mathbf{X}(t_N)) \quad (12)$$

以上のように求められたパラメータ μ_0, σ_0 から、ポアソン分布強度 λ を仮定した上で、指数分布の平均 $v = \sigma_0 / \sqrt{2\lambda}$ を求めると、 \mathbf{Y}_k のジャンプの2次モーメントを $q_2 = 2v^2$ として算出できる。¹⁾

4. 推計結果

劣化モデルにより計算された値を覆工板の劣化曲線と劣化度の分布のヒストグラムで示した。図-1の劣化曲線においては、劣化のサンプルを100個と、そのトレンド成分を表示し、最後の点検年から10年間の劣化度を推計した。劣化度の分布のヒストグラムは、2・4・6・8年後の劣化度の分布を5000サンプル推計した。そのヒストグラムの一部を図-2、図-3に示す。虻羅トンネルは、竣工後35年、37年、39年に3回の定期点検をし、今回はそのデータから劣化予測を行い、39年以降の予測を示している。

5. 地域別特性の検討

地域別特性の検討として、ヒストグラムにおいて管理限界値を超える（劣化度16以上）確率Pは劣化度 d_i (i は劣化度の階級) を用いて以下の算定式で求めた。

$$P = 1 - \frac{\sum_{i=0}^{15} d_i}{1} \quad (0 \leq d < \infty) \quad (13)$$

これを106個の全てのトンネルの2・4・6・8年後のヒストグラムごとに行い、トンネルごとの管理限界値を超える確率の推移を管理する建設部ごとにプロットしたものが図-4である。札幌、函館、小樽の建設部ではデータ数が多いため、一見同じ劣化過程となっていることが見て取れるが、グラフの線の微小な傾きの違いが地域特性であるのではないかと考える。建設部の一部地域においては、トンネル数が少ないため劣化が激しいトンネルが多いとその性質が顕著に出てしまう。

6. 考察と今後の方針

劣化予測においては、2・3・4回点検されたデータを用いて推計を行ったが、劣化確率の推移が点検期間の検討に利用できるのではないかと考える。また、個々のトンネルごとに管理限界値を超える確率をグラフ上にプロットした際に、長いトンネルに比べて短いトンネルほど劣化が急激であった。地域別の特性を検討する上でもトンネルの長さによる影響を取り除く必要があると考える。今後の方針としては、長さに関する補正を行う。この結果からより明確な違いを示すことで、

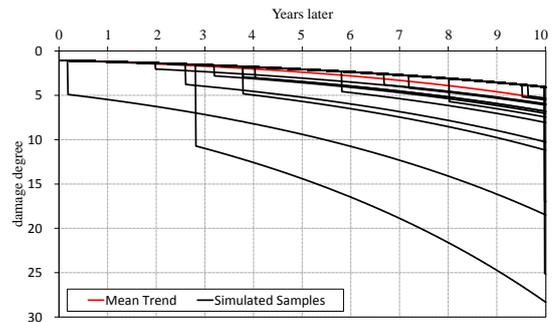


図-1 虻羅トンネルの竣工後39～49年の劣化予測

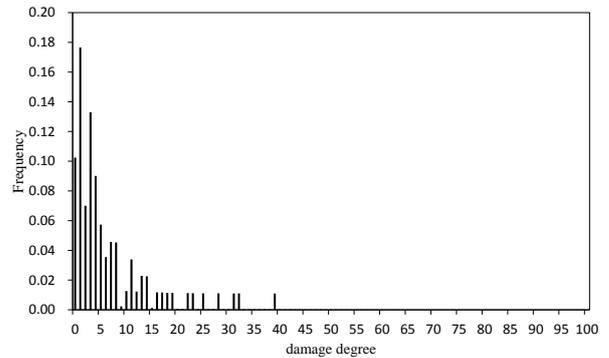


図-2 虻羅トンネルの竣工後41年のヒストグラム

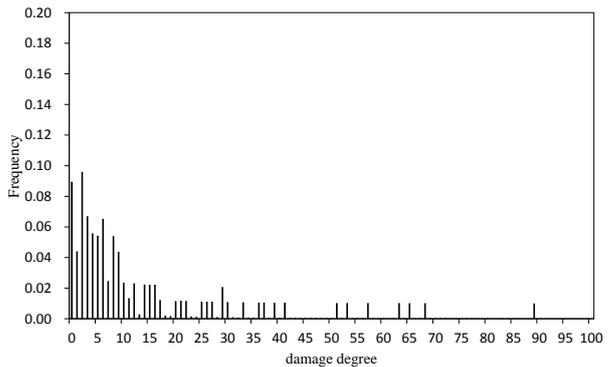


図-3 虻羅トンネルの竣工後47年のヒストグラム

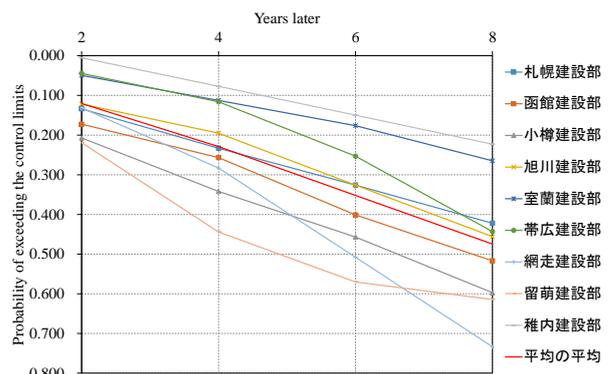


図-4 建設部ごとの地域別特性の検討

海沿いの劣化過程と内陸の劣化過程などの地域別特性を示せればと考える。

参考文献

1) 丸山 収, 須藤 敦史: 単一トンネルにおける覆工コンクリートの劣化予測, 土木学会第69回年次学術講演会, 2014年9月
 2) 丸山 収, 須藤 敦史, 田中 泰明他: トンネル覆工コンクリートの確率論的予測モデルの構築, JCROSSAR2011 論文集, 2011年