

開水路における堰を越流する条件に関する実験的研究

中央大学 学生会員 ○眞野目 農

中央大学 正会員 銭 潮潮

中央大学 フェロー会員 山田 正

1. はじめに

開水路流れにおける跳水は河床の不均一性などによって生じている。山田, Quimpo¹⁾, 銭²⁾らは凸部を有する開水路流れにおける跳水の発生領域を上流のフルード数と無次元河床凸部高さの関係から理論的に導き、開水路実験によって理論を検証した。この理論によると凸部を有する開水路流れには、凸部を乗り越えられない流れが存在する。この流れの発生領域について山田, Quimpo, 銭らは段波の波速を考慮した場合とそうでない場合とで理論式を別々に導いているが、それぞれの現象の検証は行われておらず、段波の波速をどのような条件で考慮する必要があるのかは未だ明確されていない。本研究では開水路を用いて、凸部に見立てた堰を乗り越える流れと乗り越えない流れの理論を実験により検証した。

2. 上流のフルード数と無次元河床凸部高さの関係式の概要

図-1に示すような凸部を有する開水路流れでは、上流(断面I)のフルード数 Fr_1 と無次元化河床凸部高さ η の関係式から跳水現象に見られるような水面形の発生領域を推定できる。以降、 u_i , h_i はそれぞれ断面*i*における断面平均流速、水深であり、河床凸部高さ η は河床凸部の高さ z を上流の水深 h_1 で除して無次元化された物理量である。

2. 1. 跳水発生領域の境界を示す式の概要

図-1の流れにおいて、(1)式、(2)式はそれぞれ断面I-II間における連続式とベルヌーイの式である。(2)式の u_2 に(1)式を代入し整理することで h_* の3次方程式(3)式が得られる。 h_* は断面IIの水深を断面Iの水深で除した無次元水深である。

$$u_1 h_1 = u_2 h_2 \quad (1) \quad \frac{u_1^2}{2g} + h_1 = \frac{u_2^2}{2g} + h_2 + z \quad (2)$$

$$f(h_*) = h_*^3 - h_*^2 \left(1 + \frac{1}{2} Fr_1^2 - \eta \right) + \frac{1}{2} Fr_1^2 = 0 \quad (3)$$

(3)式を(4)式に置き換えて、Cardanoの解法により、(6)式を用いると、(7)式を得る。ここで h_* が3つの実数根を持つ条件は判別式を用いて(9)式で表すことができ、(8)式を用いて h_* が3つの実数根を持つ限界条件を算出すると(10)式を得る。

$$f(h_*) = h_*^3 + ah_*^2 + c = 0 \quad (4)$$

$$a = -\left\{ 1 + \frac{1}{2} Fr_1^2 - \eta \right\}, \quad c = \frac{1}{2} Fr_1^2 \quad (5)$$

$$h_* = x - \frac{a}{3} \quad (6) \quad x^3 + a_1 x + b_1 = 0 \quad (7)$$

$$a_1 = -\frac{1}{3} a^2, \quad b_1 = \frac{2}{27} a^3 + c \quad (8)$$

$$R = \frac{1}{4} b_1^2 + \frac{1}{27} a_1^3 = 0 \quad (9)$$

$$\eta_{\max} = 1 + \frac{1}{2} Fr_1^2 - \frac{3}{2} Fr_1^{2/3} \quad (10)$$

2. 2. 凸部を越流しないときの Fr_1 と η の関係式の概要

図-2に示すような跳水が発生している流れを考え、ベルヌーイの定理を適用すると(11)式を得る。これより、発生した跳水の移動速度が0となる条件を導入し、限界水深 h_{c2} が0となり流れが凸部を越流しないときの関係式を示す。(12)式は共役水深、(13)式、(14)式は(11)式の左辺第2項、右辺第2項を変形したものである。(12)、(13)、(14)、(15)式を(11)式に代入し整理すると発生した跳水の移動速度が0になる条件(16)式を得る。

$$h_2 + u_2^2 / 2g = z + 3h_{c2} / 2 \quad (11)$$

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 8Fr_1^2} - 1 \right) \quad (12) \quad \frac{u_2^2}{2g} = \frac{1}{2} Fr_1^2 (h_1 / h_2)^2 h_1 \quad (13)$$

$$h_{c2} = Fr_2^{2/3} h_2 \quad (14) \quad Fr_2^2 = Fr_1^2 (h_1 / h_2)^3 \quad (15)$$

$$\eta = \frac{(1 + Fr_1^2)^{3/2} + 1}{16Fr_1^2} - \frac{1}{4} - \frac{3}{2} Fr_1^{2/3} \quad (16)$$

ここで、限界水深が0のとき流れが凸部を越流しないので、(17)式を η について整理することで(18)式を得る。

$$\frac{2}{3} \left(1 + \frac{1}{2} Fr_1^2 - \eta \right) = 0 \quad (17) \quad 1 + \frac{1}{2} Fr_1^2 = \eta \quad (18)$$

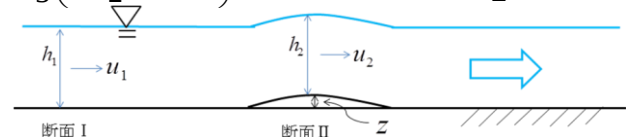


図-1 凸部を有する開水路流れ

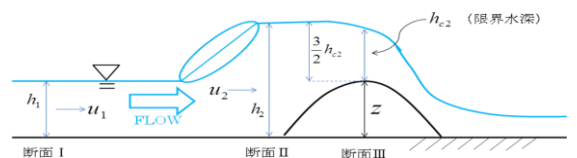


図-2 跳水が発生する開水路流れ

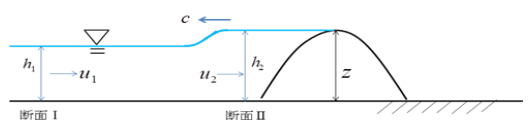


図-3 凸部を乗り越えられない流れ

キーワード 開水路実験, 跳水, 越流, 水理学

連絡先 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 中央大学 TEL. 03-3817-1740 E-mail: manome.dwjp99@gmail.com

2. 3. 凸部を越流しないときの段波の波速 c を考慮した Fr_1 と η の関係式の概要

図-3 に示すような流れにおいて段波の波速 c を考慮すると以下の式が成り立つ。(19)式は連続式、(20)式は運動量保存則による式である。

$$(u_1 - c)h_1 = (u_2 - c)h_2 \quad (19)$$

$$\rho Q(u_1 - c) - \rho Q(u_2 - c) = \frac{1}{2} \rho g h_2^2 - \frac{1}{2} \rho g h_1^2 \quad (20)$$

$$c = \frac{u_1 h_1 - u_2 h_2}{h_1 - h_2} \quad (21) \quad c = u_1 - \sqrt{\frac{g h_2}{h_1} \left(\frac{h_2 + h_1}{2} \right)} \quad (22)$$

$$Fr_1 = \frac{\eta - 1}{\eta} \sqrt{\eta \left(\frac{1 + \eta}{2} \right)} \quad (23)$$

これらを(21)式、(22)式の形に変形し凸部を越流しない条件($h_2 = h_{c2}$)のもと連立することで Fr_1 について整理すると(23)式を得る。以上より、(10)、(18)、(23)式を用いて凸部のある開水路流れにおける跳水と凸部を越流しない流れの発生領域を図-4に示す。これより、凸部を越流しない流れの発生領域は2種類存在している。これらの発生領域を図-5に示すように3種類に分類した。2つの領域が重なっている部分を領域(A)、段波の波速を考慮しないときだけ適用される部分を領域(B)、段波の波速を考慮したときだけ適用される部分を領域(C)とする。これら3つに分類した領域における理論の適用条件について実験により検証した。

3. 実験概要

実験槽は全長8m、幅60cmで河床勾配を変えることのできる開水路を用いた。流量を安定させ定常状態となったところで下流端から4mの位置で流速および水深を計測し開水路下流端の堰を瞬間的に上げたところで流れが堰を越流するかしないかを目視によって確認した。凸部の代わりに堰を採用したが、これは検証する理論が不等流を仮定していることから流れの状態(流速や水深が時間的に変化しない流れを再現する必要があるからである。図-6は開水路の操作の概略図である。流量を一定にして河床勾配を変化させることで Fr_1 を変化させ、上げる堰の高さが一定で水深が変化することで η を変化させた。以上の操作で4ケースの実験を行った。各ケースの流量、河床凸部の高さ、河床勾配を表-1に示す。表1の記号は実験結果に示すグラフのプロットと対応している。流量は電磁流量計、水深はポイントゲージ、流速はピトー管を用いて水路中央部を計測した。

4. 実験結果

実験により得られた結果を図-7に示す。堰を越流しない領域は領域(A)の範囲内であり、領域(B)と領域(C)では流れは越流した。

5. 考察

図-5、図-7より、領域(B)では波速を考慮した(23)式が凸部を越流するかしないかの境界となり、領域(C)では波速を考慮しない(18)式が凸部を越流するかしないかの境界となることが推定できる。

6. 参考文献

- 1) 山田正, Mariess S. Quimpo, 山下千智, 香月亜記範 2010, 古典水理学の現代的発展, 水工学論文集, 第54巻
- 2) 銭朝朝, 山田正 2014, 開水路断面の不均一性起因する不等流の水面研析形成に関する基礎的研究, 水理科学, No.336, 第58
- 3) David D. Houghton and Akira Kasahara: Nonlinear Shallow Fluid Flow Over an Isolated Ridge, National Center for Atmospheric Research Boulder, Colorado, January 1967

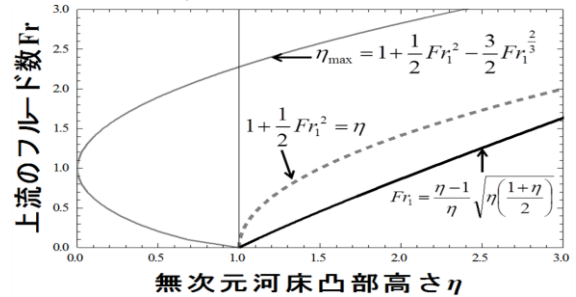


図-4 Fr_1 と η の関係式

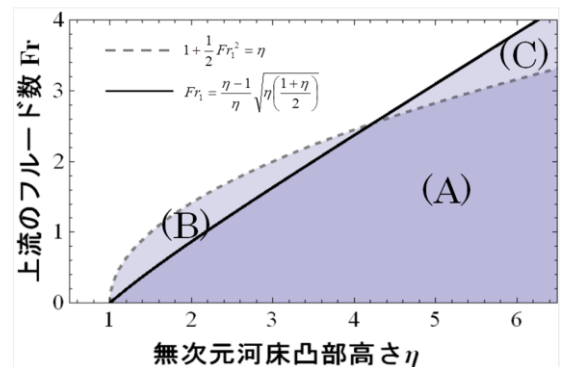


図-5 凸部を乗り越えない流れの発生領域

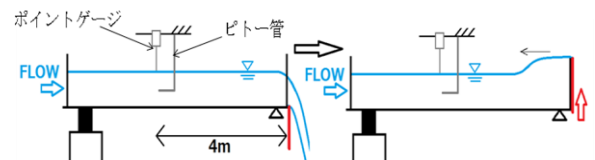


図-6 堰上げによる不等流における凸部の再現方法

case	記号	流量[L/s]	堰の高さ[cm]
1	◎	11	7
2	●	11	8
3	◆	5	5
4	▲	4	5

表-1 実験条件

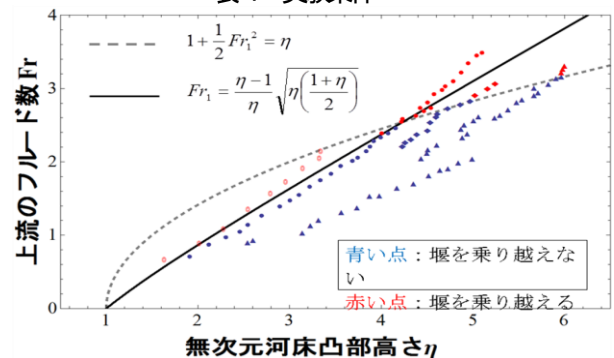


図-7 実験結果