

SCE-UA 法を用いた都市貯留関数モデルのパラメータ同定特性について

首都大学東京	都市環境学部	学生員	○金塚 匠
首都大学東京	都市環境科学研究科	正会員	河村 明
東京都	建設局河川部	正会員	高崎 忠勝
首都大学東京	都市環境科学研究科	正会員	天口 英雄

1. はじめに

都市域を流れる中小河川の流域では土地利用の高度化や資産の集中により、水害時の被害は甚大なものとなっている。東京の代表的な都市中小河川である神田川では水害被害の早期軽減を図るために地下調節池が造られているが、この地下調節池では取水部の堰高を操作することが可能となっており¹⁾、この最適操作の実現には河川流量の変化を事前に把握することが不可欠となる。これらの支援を目的とした洪水予測計算においては精度の高い予測結果を短時間に出力することが求められている。

著者らは都市特有の流出機構を直接表現した都市貯留関数モデルを提案している²⁾。これは有効雨量の算定やハイドログラフの流出成分の分離作業を必要とせず、観測雨量と観測流量を直接使い、都市流域の流出機構を考慮して全流出成分を概念的に組み込んだ二価の貯留関数モデルである。都市貯留関数モデルは、都市中小河川のハイドログラフを良好に再現できることが確認されている³⁾。しかし都市貯留関数モデルの7つのパラメータの同定特性に関しては明らかにされていない。

そこで本研究では、大域的探索法である SCE-UA 法³⁾ (shuffled complex evolution method-university of Arizona)によるパラメータ同定を行い、計算の各世代における誤差評価関数や都市貯留関数モデルの7つのパラメータの同定特性について検討した。

2. 都市貯留関数モデル

都市貯留関数モデルでは都市流域の流出機構を考慮した流域の総貯留高に關係する流入出成分を組み込んでいる。流域内に入ってくる成分としては降水の他に、都市特有の流入成分として下水処理場からの放流水、水道管からの漏水、環境用水等の導水、灌漑水、他流域からの地下水流入がある。一方流域外へ出ていく成分としては河川表面水、下水道による流域外への雨水排出、地下水に関連した損失とみなされる流出、河川や地下水からの取水、蒸発散等がある。また、合流式下水道が普及している地域では雨水の一部が合流式下水道により流域外へ運ばれるため、この雨水排出も流域からの流出として考慮されている。以上を踏まえた総貯留高 $s(\text{mm})$ の流入出概念図を図-1に示す。なお、降雨終了後に河川流出量の逓減部を良好に再現するため、地下水関連損失量の浸透孔高 $z(\text{mm})$ を導入している。

図-1に示した都市流域の総貯留高 s の関係を二価関数の貯留関数モデルとして次のように定式化する。

$$s = k_1(Q + q_R)^{p_1} + k_2 \frac{d}{dt} \{(Q + q_R)^{p_2}\} \quad (1) \quad \frac{ds}{dt} = R + I - E - O - Q - q_R - q_l \quad (2)$$

$$q_l = \begin{cases} k_3(s - z) & (s \geq z) \\ 0 & (s < z) \end{cases} \quad (3) \quad q_R = \begin{cases} \alpha(Q + q_R - Q_0) & (Q + q_R - Q_0) < q_{R\max} \\ q_{R\max} & (Q + q_R - Q_0) \geq q_{R\max} \end{cases} \quad (4)$$

ここに、 t : 時間(min), Q : 河川流出量(mm/min), Q_0 : 初期河川流出量(mm/min), R : 降水量(mm/min), I : 降水量以外の流入成分(mm/min), E : 蒸発散量(mm/min), O : 取水量(mm/min), q_R : 合流式下水道による流域外への雨水排水量(mm/min), $q_{R\max}$: 最大雨水排水量(mm/min), q_l : 地下水関連損失量(mm/min), $k_1, k_2, k_3, p_1, p_2, z, \alpha$: モデルパラメータ。

式(1), (2)を1階の非線形2元連立常微分方程式に変換すると、この微分方程式は7つのパラメータが既知であれば、種々の数値解法⁴⁾を利用して解くことができる。本研究ではそのうち比較的計算が速く、精度も高い Runge-Kutta-Gill 法⁵⁾を用いた。計算の結果 $(Q + q_R)$ の値が算定されると、式(4)により q_R が求まるので、結果として河川流出量 Q を得ることができる。

3. 対象流域及び対象降雨イベント

図-2に神田川全流域及び本研究で対象とした神田川上流域を示す。神田川流域の市街化率は95%を超えており、合流式下水道による下水道整備は普及率100%に達している。解析対象流域は流域面積3.4km²の久我山橋水位観測地点上流域とした。

表-1に対象とする降雨イベントを示す。2003年から2006年の4年間について降雨イベント毎に流域平均雨量の60分最大雨量を計算し、河川溢水がみられたものを除く上位8降雨を対象

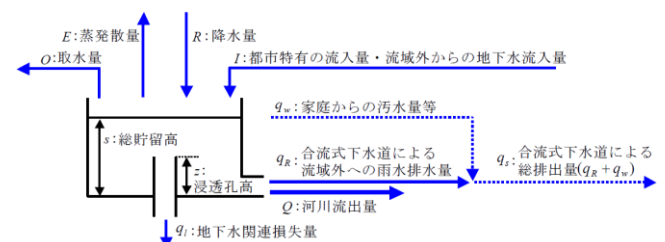


図-1 都市貯留関数モデル流入出概念図

キーワード 都市貯留関数モデル, SCE-UA 法, パラメータ同定, 洪水流出

連絡先 〒192-0397 東京都八王子市南大沢 1-1 首都大学東京 E-mail: kanazuka-takumi@ed.tmu.ac.jp

表-1 対象降雨イベント

イベント 番号	年月日	60分最大雨量 (mm)	総雨量 (mm)	気象要因
1	2003年10月13日	47.2	52.1	集中豪雨
2	2003年6月24日～25日	44.1	57.2	前線
3	2004年10月8日～9日	35.5	251.4	台風22号
4	2006年9月11日	32.7	37.2	前線
5	2005年8月25日～26日	32.1	122.5	台風11号
6	2006年7月15日	29.9	30.0	前線
7	2006年6月15日～16日	27.6	92.6	前線
8	2004年9月29日～30日	25.3	65.7	台風21号

イベントとして抽出した。本研究では雨量及び河川水位を1分間隔で観測している東京都建設局による水防災総合情報システム⁷⁾のデータを用いた。水位データは水位観測地点で流量観測を実施し、作成した水位流量曲線により流量データへ変換されている。また降雨データに関しては各雨量観測所の値を用いてティーセン法により1分値として求めた。なお、降水



図-2 対象流域

量以外の流入成分 I は東京都水道局の事業年報と下水道事業年報、水源である井の頭池の汲み上げ水量より $0.0008(\text{mm}/\text{min})$ と設定した。取水量 O 及び蒸発散量 E は、取水が行われていないことと豪雨時の蒸発散量は極めて小さいことから $0(\text{mm}/\text{min})$ とした。また最大雨水排水量 q_{Rmax} はマニング式より求めた流下能力と、下水処理場の計画汚水量より $0.033(\text{mm}/\text{min})$ とした。

図-3, 4にそれぞれイベント1, 3の観測流出量のハイドログラフを黒色で示す。イベント1は1ピーク、イベント3は複数ピークの流出波形となっている。なお、ハイドログラフは流出量との関係が把握しやすい10分値で示している。

4. SCE-UA 法

Duan³⁾によって提案されたSCE-UA法はシンプレックス法、ランダム探索、競争進化、集団混合の概念を組み合わせたアルゴリズムを持つ大域的探索法であり、モデルパラメータ同定手法として強力かつ効率的な手法であることが示されている⁸⁾。

パラメータの探索範囲は表-2の探索範囲の列に示す通りである。本研究では誤差評価関数として式(5)に示す平方根平均二乗誤差RMSE(root mean square error) (mm/min)を採用した。RMSEは一般的に使用されることの多い誤差評価関数である。

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Q_{obs_i} - Q_{cal_i})^2} \quad (5)$$

ここに、 Q_{obs} : 観測河川流出量(mm/min), Q_{cal} : 計算河川流出量(mm/min)。

DuanらによるとSCE-UA法の計算設定として、1世代での全個体数 nt は、 $nt=nc*(2n+1)$ (nc : コンプレックス数, n : 同定パラメータ数)が推奨されている。ここではまず $nc=20$ と設定し、7つのパラメータ同定の本研究では $nt=20*(2*7+1)=300$ となる。

5. パラメータ同定結果

コンプレックス数 nc を20として50世代で求めた同定結果を表-2示す。図-3, 4にそれぞれイベント1, 3に対して表-2の同定結果を用いたハイドログラフを赤色で示す。図-5, 6にはそれぞれイベント1, 3に対する各世代のパラメータ値によるRMSEの変動を、300個体数のなかの最小値、第1四分位値、中央値、第3四分位値、最大値を抽出して示している。図-7, 8及び図-9, 10には、図-5, 6のRMSEに対応するパラメータ k_1 , α の世代による変動を示す。図-3, 4には各世代でRMSEが最小となる場合の、世代ごとの最適パラメータによるハイドログラフの例として、1世代(青色破線)、5世代(緑色破線)、10世代(紫色破線)を併記している。さらに図-11, 12には、イベント1, 3のパラメータ同定においてコンプレックス数 nc を変化させたと

表-2 パラメータの探索範囲と同定結果(nc=20, 50世代)

	探索範囲	イベント1	イベント2	イベント3	イベント4	イベント5	イベント6	イベント7	イベント8
k_1	10~500	39.5	55.0	50.1	42.2	42.1	39.6	33.2	39.2
k_2	100~5000	588	304	1189	639	427	958	795	719
k_3	0.001~0.05	0.0140	0.00518	0.0107	0.00880	0.0393	0.00768	0.00916	0.00725
p_1	0.1~1	0.621	0.206	0.230	0.199	0.642	0.313	0.484	0.213
p_2	0.1~1	0.161	0.507	0.100	0.116	0.352	0.100	0.100	0.100
z	1~50	4.36	16.2	22.4	15.1	7.64	8.51	1.20	10.2
α	0.1~1	0.426	0.314	0.530	0.142	0.562	0.372	0.342	0.202

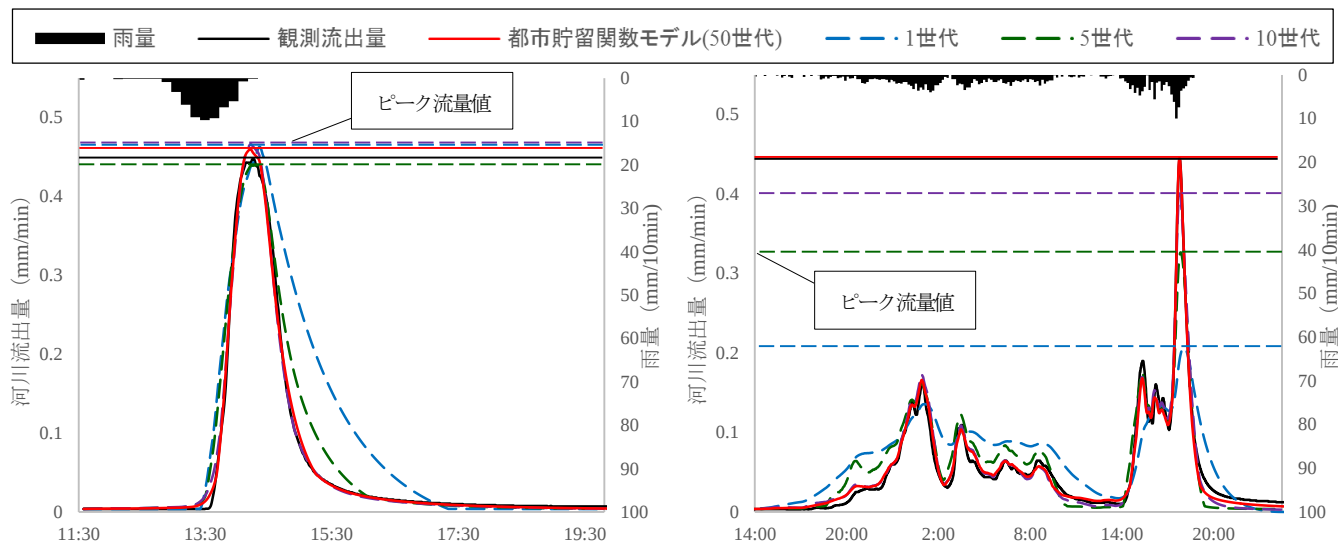


図-3 イベント1のハイドログラフ

図-4 イベント3のハイドログラフ

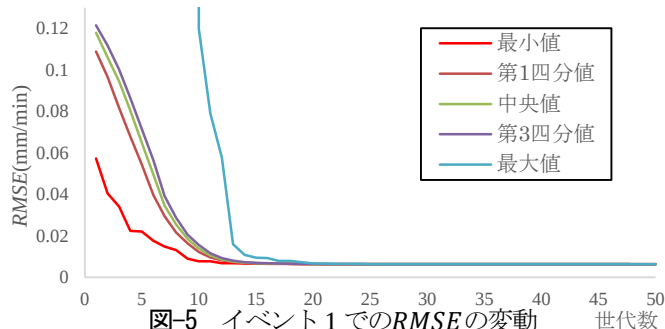


図-5 イベント1でのRMSEの変動

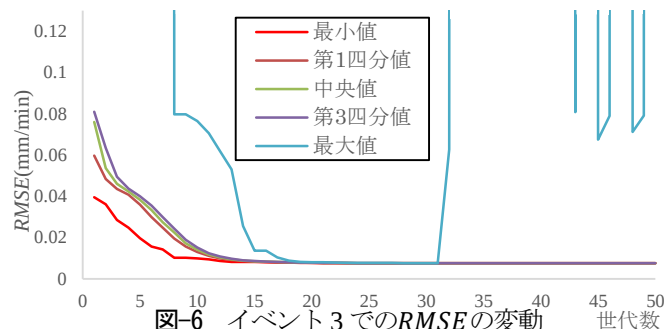


図-6 イベント3でのRMSEの変動

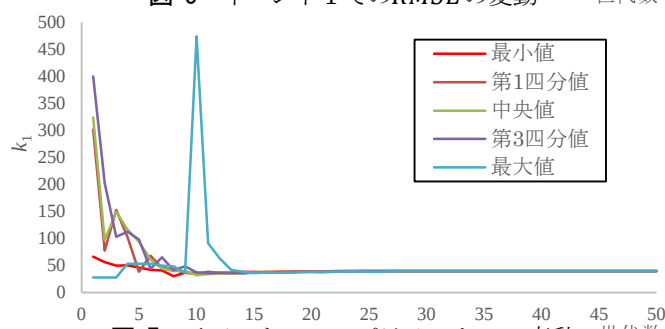
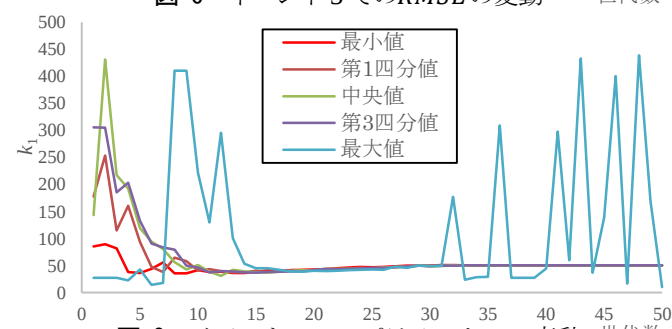
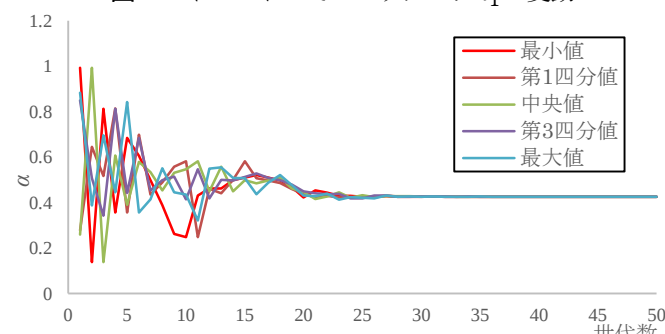
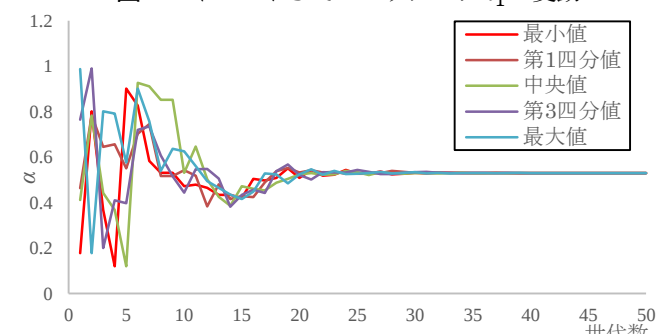
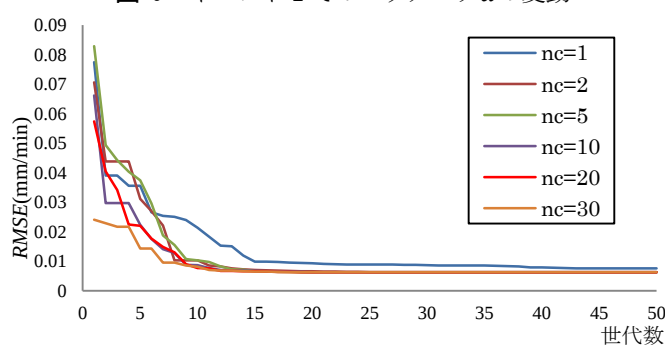
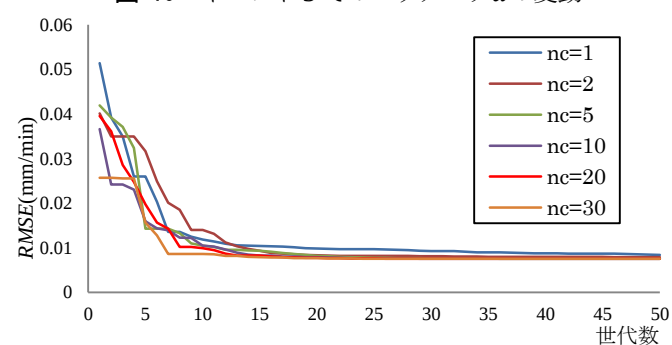
図-7 イベント1でのパラメータ k_1 の変動図-8 イベント3でのパラメータ k_1 の変動図-9 イベント1でのパラメータ α の変動図-10 イベント3でのパラメータ α の変動図-11 nc を変化させたときの最小RMSEの変動(イベント1)図-12 nc を変化させたときの最小RMSEの変動(イベント3)

表-3 集団数変更時のパラメータ同定結果と計算時間比

	イベント 1						イベント 3					
	1	2	5	10	20	30	1	2	5	10	20	30
コンプレックス数 nc												
個体数 nt	15	30	75	150	300	450	15	30	75	150	300	450
k_1	39.4	39.5	39.5	39.5	39.5	39.5	39.3	38.9	50.0	50.1	50.1	50.1
k_2	296	589	588	588	588	588	845	1186	1190	1189	1189	1189
k_3	0.0179	0.0140	0.0140	0.0140	0.0140	0.0140	0.00903	0.0103	0.0107	0.0107	0.0107	0.0107
p_1	0.442	0.621	0.621	0.621	0.621	0.621	0.487	0.398	0.231	0.230	0.230	0.230
p_2	0.416	0.161	0.161	0.161	0.161	0.161	0.140	0.101	0.100	0.100	0.100	0.100
z	13.3	4.37	4.36	4.36	4.36	4.36	4.13	7.99	22.3	22.4	22.4	22.4
α	0.624	0.425	0.426	0.426	0.426	0.426	0.490	0.551	0.530	0.529	0.530	0.530
計算時間比	0.04	0.09	0.25	0.49	1.00	1.51	0.04	0.09	0.23	0.49	1.00	1.51

きの各世代の最適値によるRMSEの変動を示す。また表-3にはncを変化させたときの50世代目で求めた各パラメータの最適値を示している。表-3では赤で示したnc=20による最適値と、大きく異なるパラメータに収束したものを黄色で示している。本研究の同定計算にはMATLAB6.1(シングルコア動作)と3.33GHzのCPUを用いており、nc=20の場合は計算時間がイベント1で2.7(hr)、イベント3で12.9(hr)であった。表-3にはnc=20を基準に、最終世代(50)までの同定にかかった計算時間を、その比として併記している。

6. 考察

図-5より、イベント1では20世代以降、RMSEが全ての個体で収束していることがわかる。一方、図-6のイベント3では、RMSEの最大値が20世代以降に発散している。これはイベント3のハイドログラフが複雑なためだと考えられ、ランダム探索を組み込んでいるSCE-UA法のアルゴリズムは、シンプレックス法などにより個体が進化しない場合にランダムによる突然変異を発生させることに起因している。なお同定過程の世代でRMSEが最大となる個体のRMSEの発散がみられたのはイベント1を除く全てのイベントであり、その原因はパラメータ k_1 の突然変異に起因していた。なお、他の6パラメータについては突然変異による大きな変動はみられず、全て図-9, 10のように全個体がイベント毎に特定の値に収束していた。

次に図-5, 6をみるとコンプレックス数nc=20では、RMSEの最小値は15世代ほどで収束しており、図-3, 4のハイドログラフをみると10世代の時点で50世代との差は小さい。また図-11, 12では変化させたいずれのncでも、殆ど同様のRMSEに収束していることがわかる。詳しくみると表-3より、nc=1とnc=2では、nc=20と異なったパラメータに収束している場合があり、nc=20と同様の結果を得たい場合はnc=5以上が妥当であると考えられる。計算時間比はおおよそncの値に比例しており、効率を考えるとnc=5でも十分である。

7. むすび

本研究では、大域的探索法であるSCE-UA法を用いて神田川久我山橋流域の降雨イベントを対象に、都市貯留関数モデルのパラメータ同定特性を、全個体を追跡することで検討した。その結果SCE-UA法のコンプレックス数ncを20と設定した場合、15世代程度でRMSEが収束し、1ピークや複数ピークの洪水でも良好にハイドログラフを再現することがわかった。またnc=5以上であれば、都市貯留関数モデルのパラメータ同定には十分であることがわかった。

参考文献

- 1) 増田信也, 高崎忠勝: 神田川流域の豪雨出水時の地下調節池洪水抑制効果, 平成17年東京都土木技術研究所年報, pp.115-128, 2005.
- 2) 高崎忠勝, 河村明, 天口英雄, 荒木千博: 都市の流出機構を考慮した新たな貯留関数モデルの提案, 土木学会論文集B Vol.65 No.3, pp.217-230, 2009.
- 3) Duan, Q., Sorooshian, S. and Gupta, V.K.: Effective and efficient global optimization for conceptual rainfall-runoff models, *Water Resources Research*, Vol.28, No.4, pp.1015-1031, 1992.
- 4) 河村明: 貯留関数法を用いたカルマンフィルターによる洪水流出の実時間予測, 水理公式集例題集プログラム集 CD-ROM 版, 土木学会, pp.1.12.1-1.12.26, 2001.
- 5) 財団法人北海道河川防災研究センター・研究所: 実践流出解析ゼミ. 2006.
- 6) 小島紀男, 町田東一: パソコンBASIC数値解析I, pp.186-196, 東海大学出版会, 1982.
- 7) 天口英雄, 河村明, 高崎忠勝, 荒川大樹: 東京都水防災システム降雨データの特性, 水文・水資源学会2007年研究発表会要旨集, pp.14-15, 2007.
- 8) 田中丸治哉: タンクモデル定数の大域的探索, 農業土木学会論文集, No.178, pp.103-112, 1995.