

AMR法を用いたCIP法によるインパルス応答解析手法の検討

中央大学大学院 学生員 ○吉町 徹
清水建設(株) 正会員 谷川 将規
中央大学 正会員 檜山 和男

1. はじめに

近年、コンピュータのハードウェアの進歩により波動音響理論に基づく高精度な音場解析手法が提案されている。数値シミュレーションの計算精度はメッシュの細かさに依存するが、音波は考慮すべき周波数の範囲が広いと非常に細かいメッシュを必要とし、計算負荷が膨大となってしまう。

著者ら¹⁾は広域の波動音響解析を高精度かつ合理的に行うため、計算メッシュの動的な粗密付けが可能なAMR(Adaptive Mesh Refinement:解適合格子)法を導入し、音場解析手法にはCIP法²⁾を用いた手法を構築した。

本論文では実際問題の解析を行う準備として効率的なインパルス応答解析手法の提案と妥当性の検討を行う。

2. 解析アルゴリズム

(1) CIP 法

a) 支配方程式と特性曲線法

空気中の波動伝播は運動方程式(1)、と連続式(2)で表され、1次元の場合は以下になる³⁾。

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho c^2 \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

ここで、 p は音圧[Pa]、 u は粒子速度[m/s]、 ρ は空気の密度[kg/m³]である。式(1)に音速 c [m/s]を掛け、式(2)との和と差を作ると

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c u + p) + c \frac{\partial}{\partial x}(\rho c u + p) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c u - p) - c \frac{\partial}{\partial x}(\rho c u - p) = 0 \quad (4)$$

のようになる⁴⁾。

式(3)は $\rho c u + p$ が正方向に、式(4)は $\rho c u - p$ が負方向にそれぞれ速さ c で伝播する移流方程式であり、図-1のように、 $\rho c u + p$ 、 $\rho c u - p$ を特性曲線に沿って移流させることにより次ステップの値を算出する。

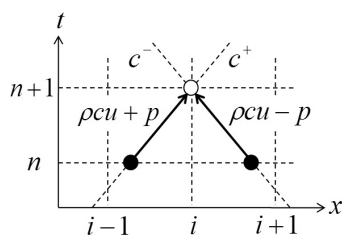


図-1 特性曲線

b) CIP 補間

CIP法は特性曲線に沿って物理量を移流させる移流方程式の高精度解法であり、移流させる物理量を求める際には微分値も用いたCIP補間と呼ばれる補間を行う。勾配も移流させる事により数値分散が起こりにくく、メッシュ間のプロファイルを比較的良好に維持することができる。式(3),(4)の両辺を x で微分した式(5),(6)も移流方程式を満たす³⁾。

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial x}(\rho c u + p) + c \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x}(\rho c u + p) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial x}(\rho c u - p) - c \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x}(\rho c u - p) = 0 \quad (6)$$

3次多項式の未知数決定には、格子点における $\rho c u + p$ 、 $\rho c u - p$ に加え、 $\partial(\rho c u + p)/\partial x$ 、 $\partial(\rho c u - p)/\partial x$ を用いる。

(2) AMR 法

本解析手法は、NASAのオープンソースでAMR法のサブルーチンパッケージであるPARAMESH⁵⁾をベースとしており、図-2に示すようにPARAMESHが担う部分と、ユーザが実装する部分により構成される。PARAMESHの機能としては、MPIに基づく並列計算の処理、AMRに関する格子の分割・結合及び格子間のデータの授受等があり、そこにCIP法による音場計算、初期条件、境界条件等を組み合わせることによりシステムの構築を行っている。

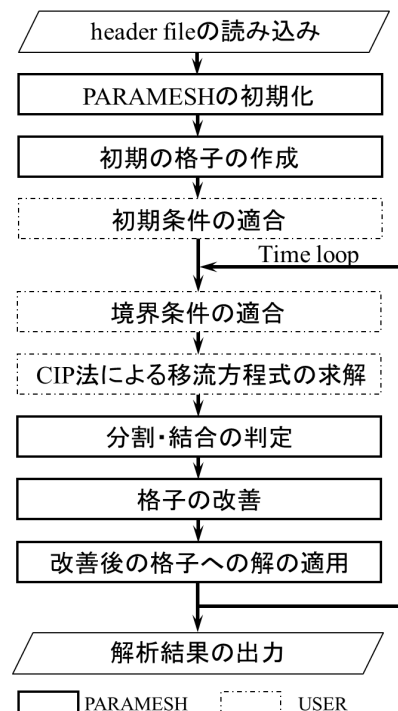


図-2 フローチャート

KeyWords: AMR法, CIP法, 波動音響理論, インパルス応答解析

連絡先: 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 E-mail: yoshimachi@civil.chuo-u.ac.jp

3. 疑似インパルスの生成

本手法では、数値計算で使用する疑似インパルスに畳み込み積分の離散近似手法である Lubich の Convolution Quadrature Method(CQM) で提案された式 (7) を用いる。Lubich は次のような畳み込み積分

$$f(t) * g(t) = \int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau, \quad t \geq 0 \quad (7)$$

を時間増分 Δt を用いて N ステップに分解し

$$f(n\Delta t) * g(n\Delta t) \simeq \sum_{j=0}^n \omega_{n-j}(\Delta t)g(j\Delta t) \quad (8)$$

のように離散化近似することにより求める手法を提案した。ここで $\omega_n(\Delta t)$ は離散化された畳み込み積分の重みであり、ラプラス変換域における三次元波動方程式の基本解を用いると

$$\omega_n(\Delta t) \cong \frac{R^{-n}}{L} \sum_{L=0}^{L-1} \left(\frac{1}{4\pi r} e^{-\frac{sr}{c}} \right) e^{(-2\pi i \frac{nL}{L})} \quad (9)$$

と表せ、本手法では式 (9) を任意の点における疑似インパルスとして用いる。詳しい証明などは参考文献⁶⁾を参照されたい。

式 (8) は図-3 に示すようにある周波数までフラットな周波数特性をもつ波形となる。

4. 数値解析例

数値解析例として疑似インパルス球面波の三次元伝播問題を取り上げ妥当性を検証する。

(1) 解析条件

解析領域は図-4 に示すものであり、空間離散化幅を 0.03125m、時間離散化幅は 0.04136ms(CFL=0.45)、入射境界を図の位置に配置し仮想音源点との距離 4m の球面波を式 (9) の音圧で入射させる。式 (9) のパラメータは $r = 8, \Delta t = 0.0827\text{ms}$ とした。

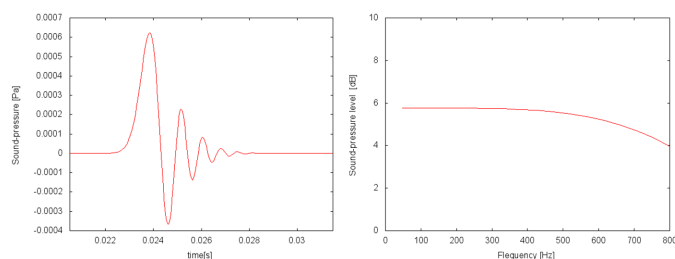


図-3 疑似インパルスの周波数特性

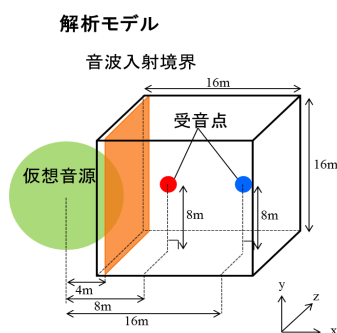


図-4 解析領域

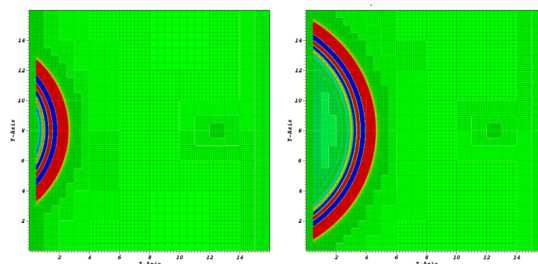


図-5 伝播の様子

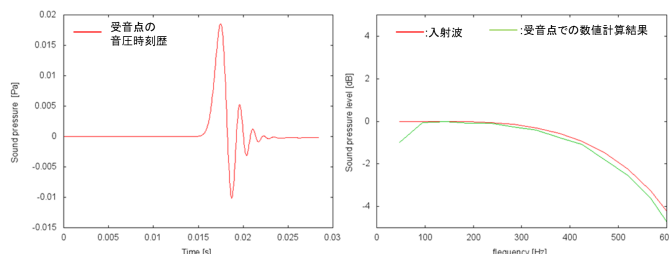


図-6 受音点での時刻歴と周波数特性

(2) 解析結果

図-5 に xy 断面での 250step と 400step における音圧分布とメッシュの可視化結果を示す。入射境界から球面疑似インパルス波が伝播できていることが確認できる。

また図-6 に受音点の時刻歴と周波数特性を示す。受音点において入射波の周波数特性を十分に表現していることが確認できる。

5. おわりに

本論文では、AMR 法を用いた CIP 法によるインパルス応答解析手法の妥当性の検討を目的とし、疑似インパルスの三次元伝播問題への適用例を通して以下の結論を得た。

- 入射境界からの疑似インパルス球面波を入射させる手法の妥当性を示した。
- 伝播計算後の疑似インパルスは入射したインパルスの周波数特性と良い一致を示した。

今後の課題として、より定量的な精度検証、インパルス応答と実音源の畳み込みの精度検証をしていく予定である。

参考文献

- 1) 守屋陽平・谷川将規・榎山和男 :AMR 法を用いた CIP 法による音場解析, 土木学会論文集 A2, (応用力学論文集), Vol.16, I-195 202, 2013.
- 2) 矢部孝, 内海隆行, 尾形陽一 :CIP 法—原子から宇宙までを解くマルチスケール解法—, 森北出版, 2007.
- 3) 太刀岡勇気, 安田洋介, 佐久間哲哉 :CIP 法による時間領域音場解析—FDTD 法との比較—, 日本音響学会建築音響研究会講演論文集 (秋), pp.979-982, 2007. 9.
- 4) 日本音響学会 (編) :音環境の数値シミュレーション—波動音響解析の技法と応用—, 丸善出版, 201
- 5) PARAMESH ホームページ :http://www.physics.drexel.edu/~olson/paramesh-doc/Users_manual/amr.html
- 6) Lubich C, Convolution quadrature and discretized operational calculus. I. Numerische Mathematik, Vol.52, pp.129-145, 1988.