

安定化有限要素法による火災シミュレーションのための開境界処理について

中央大学 学生員 川口 泰斗
中央大学大学院 学生員 堀池 慎治
中央大学 正会員 櫻山 和男

1. はじめに

わが国では近い将来、首都直下型地震の発生が予想されているが、建物の密集する都市部で巨大地震が発生した場合、火災によって甚大な被害が出るのが懸念されている。そのため都市部における火災シミュレーションは、都市計画や避難計画を考える上で非常に重要である。

有限要素法の流れ解析において、開境界にトラクションフリーの条件を与えると、境界で不自然な逆流等が発生し、解析が不安定になることが知られている。そのため適切な開境界条件処理を行うことが重要となる。中山ら¹⁾は非等音場に対する合理的な開境界処理法を提案し、板橋ら²⁾はその有効性を示している。しかし火災シミュレーションで用いられるような、上空も開境界になる問題では検討がなされていなかった。そこで本研究では上空も開境界となる火災シミュレーションにこの境界条件を導入して、その妥当性について、トラクションフリー条件を適用した場合との比較をもとに、検討を行った。

2. 数値解析手法

(1) 基礎方程式

非圧縮性粘性流体を考え、Boussinesq 近似を仮定する。無次元化された Navier - Stokes 運動方程式、連続式およびエネルギー方程式を以下に示す。

Navier - Stokes 運動方程式:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{Gr}{Re^2} \Theta k = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (1)$$

連続式:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (2)$$

エネルギー方程式:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + u_i \frac{\partial \Theta}{\partial x_i} - \frac{1}{PrRe} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x_i^2} = 0 \quad (3)$$

ここで、 u_i は流速、 p は圧力、 Θ は温度、 k は重力方向の単位ベクトル、 Re は Reynolds 数、 Gr は Grashof 数、 Pr は Prandtl 数である。また g は重力加速度、 β は体膨張係数、 U は代表速度、 L は代表長さ、 ν は動粘性係数、 α は温度伝導率である。

$$u_i = g_i \quad \text{on } \Gamma_g \quad (4)$$

$$\left(-p\delta_{ij} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right) n_j = h_i \quad \text{on } \Gamma_h \quad (5)$$

$$\Theta = \hat{\Theta} \quad \text{on } \Gamma_\Theta \quad (6)$$

$$\frac{1}{RePr} \frac{\partial \Theta}{\partial n_j} = S \quad \text{on } \Gamma_S \quad (7)$$

ここで g_i , h_i は Γ_g , Γ_h 境界上での既知の流速、トラクションである。また、 $\hat{\Theta}$ は壁面既知温度、 S は壁面上の法線方向の温度勾配、 n_j は境界上の外向き単位法線ベクトルである。

(2) 流出境界条件処理

火災シミュレーションにおいては、温度上昇に伴い上昇流が発生するため領域上部を開境界にすることが理想的である。

そこで本論文では板橋ら²⁾が提案した、Free Outflow Boundary Condition に Sommerfeld Radiation Condition (S.R.C.) を組み込んだ境界条件 (以下 F.O.B.C.+S.R.C. 条件) を領域上部の y 方向流出境界に適用した。板橋ら²⁾が提案した x 方向の F.O.B.C.+S.R.C. 条件は以下の式 (8),(9),(10) である。

$$\int_{\Gamma_h} w_1 h_1 d\Gamma = - \int_{\Gamma_h} w_1 p d\Gamma - \frac{2}{ReU_c} \int_{\Gamma_h} w_1 \frac{\partial u}{\partial t} d\Gamma \quad (8)$$

$$\int_{\Gamma_h} w_2 h_2 d\Gamma = - \frac{1}{RePr} \int_{\Gamma_h} w_2 \frac{\partial u}{\partial t} d\Gamma + \frac{1}{Re} \int_{\Gamma_h} w_2 \frac{\partial u}{\partial y} d\Gamma \quad (9)$$

$$\int_{\Gamma_s} w S d\Gamma = - \frac{1}{RePrU_c} \int_{\Gamma_s} w \frac{\partial \Theta}{\partial t} d\Gamma \quad (10)$$

y 方向の S.R.C. 式 (11) と境界条件式 (5) の y 方向成分を考慮すると y 方向流出境界に関する F.O.B.C.+S.R.C. 条件式 (12),(13),(14) を得る。

$$\frac{\partial \phi}{\partial x_2} = - \frac{1}{V_c} \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (11)$$

$$\int_{\Gamma_h} w_2 h_2 d\Gamma = - \frac{1}{RePr} \int_{\Gamma_h} w_2 \frac{\partial u}{\partial t} d\Gamma + \frac{1}{Re} \int_{\Gamma_h} w_2 \frac{\partial u}{\partial y} d\Gamma \quad (12)$$

$$\int_{\Gamma_h} w_1 h_1 d\Gamma = - \int_{\Gamma_h} w_1 p d\Gamma - \frac{2}{ReU_c} \int_{\Gamma_h} w_1 \frac{\partial u}{\partial t} d\Gamma \quad (13)$$

$$\int_{\Gamma_s} w S d\Gamma = - \frac{1}{RePrU_c} \int_{\Gamma_s} w \frac{\partial \Theta}{\partial t} d\Gamma \quad (14)$$

ただし U_c , V_c は x , y 方向の伝播速度であり、流出境界付近の解析結果から内挿的に求めるか、または平均値を用いることが多い。

(3) 離散化手法

基礎方程式 (1),(2),(3) に安定化有限要素法 (SUPG/PSPG 法)³⁾ を適用し、更に P1/P1(流速・圧力 1 次) 要素を用いて補間を行うことにより、有限要素方程式を得る。時間方向の離散化には 2 次精度である Crank-Nicolson 法を用いている。なお連続式、圧力は陰的に扱っている。

KeyWords: 火災シミュレーション, 安定化有限要素法, 境界条件

連絡先: 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27

3. 平行平板間熱対流問題

(1) 解析条件

F.O.B.C.+S.R.C. 条件を火災シミュレーションに導入する前に、 x 方向に流出境界を設定した簡易なモデルで境界条件の効果を検討する。解析領域、境界条件を図 - 1 に示す。解析メッシュは最小メッシュ幅 0.05 の三角形メッシュを用い、解析条件は $Re = 10.0$, $Ra = 1.0 \times 10^4$, $Pr = 0.71$, 微小時間増分量は 1.0×10^{-3} とする。初期条件は流速および圧力を全領域で 0、温度は下部壁面以外を 0 とした。流出境界上での伝播速度は流入流速の平均値を与えた。流出境界条件にトラクションフリー条件を適用したものを case1, F.O.B.C.+S.R.C. 条件を適用した場合を case2 として解析を行い、結果を参照解と比較した。参照解 (Reference) は各メッシュサイズを変えずに x 方向の領域の長さを 7.5 とした領域で、解析を行った結果である。

(2) 解析結果

図 - 2 に無次元時間 5.0 における温度分布と流速ベクトルを、図 - 3 に点 A(5.0,0.5) の温度の時間歴を示す。

両図より case1 では流出境界付近で温度が停滞して高温になっていることがわかる。また流速も領域内部より大きな値を示しており、不自然な流れになっている。一方 case2 では周期的に発生する渦に合わせて、温度も変化していて、温度が停滞せずに流出していることが分かる。また流速ベクトルが参照解とよい一致を示し、境界の影響を受けずに、自然な流れが表現できていることが分かる。

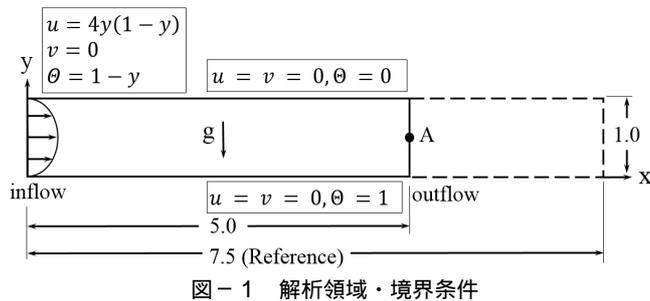


図 - 1 解析領域・境界条件

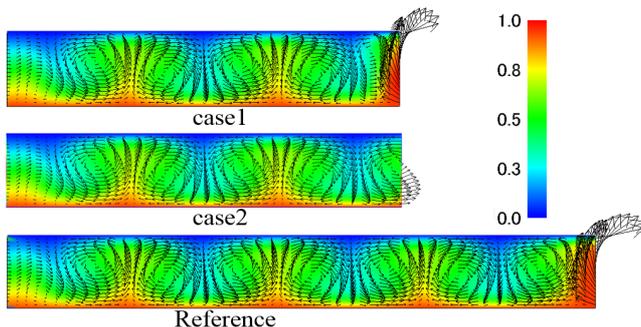


図 - 2 $t=5.0$ における温度分布と流速ベクトル

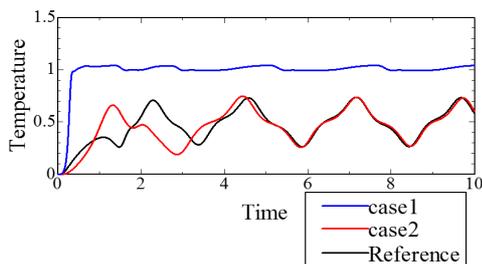


図 - 3 点 A(5.0,0.5) における温度の時間変化

4. 火災シミュレーション

(1) 解析条件

林野火災を想定して行われた長谷部らの解析例⁴⁾を参考に非圧縮粘性流体の 2 次元熱伝導解析を行う。図 - 4 に解析領域、境界条件を、表 - 1 に解析条件を示す。温度の境界条件は領域下部中央に heating element として 1.0 を与え、初期条件はすべての節点で流速 0 とした。解析メッシュには節点数 1281, 要素数 2400, 最小メッシュ幅 0.05 の三角形メッシュを用いる。

F.O.B.C.+S.R.C. 条件を導入した効果を検討するため、図 - 4 中に示す上空境界にトラクションフリー条件を適用した場合を case1, F.O.B.C.+S.R.C. 条件を適用した場合を case2 として結果を比較した。

また F.O.B.C.+S.R.C. 条件中の伝播速度 V_c は任意に定める必要があるが、本解析条件では領域中央部での y 方向流速が他の部分よりも非常に大きくなるため、全節点で一律に定めると領域端部で流速を過剰に評価してしまう恐れがある。そこで本解析例では、境界上の各節点の 1 ステップ前の流速 v をその節点の伝播速度 V_c とした。

なお解析結果は講演時に示す。

5. おわりに

本報告では既存の研究で提案されていた F.O.B.C.+S.R.C. 条件の効果を確認し、火災シミュレーションで導入するために上空の開境界に適用した。

なお今後は、火災のような、より温度差の大きい問題に適した低マッハ数近似を基礎方程式に適用して、解析を行う。

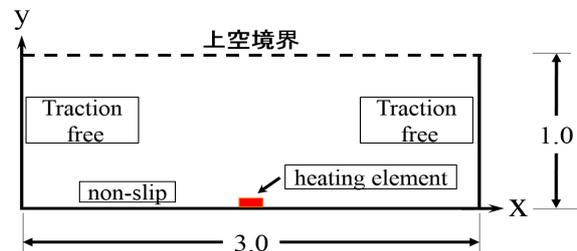


図 - 4 解析領域

表 - 1 解析条件

	上空境界	Re	Ra	Pr	Δt
case1	Traction-free	1.41	1.0×10^7	0.71	1.0×10^{-4}
case2	F.O.B.C.+S.R.C.				

参考文献

- 1) 中山司, 岩崎潤: 熱移動を伴う管内粘性流の有限要素法解析における流出条件処理に関する検討: 日本機械学会論文集 (B 編), 58 巻 554 号 (1992-10), p43-48
- 2) 板橋翔, 岸昌由, 田中聖三, 櫻山和男, 志村正幸: 安定化有限要素法による非等温場風況解析 ~ 流出境界条件と熱伝達境界条件の検討 ~: 応用力学論文集, Vol. 9, pp. 131-139, 2016.
- 3) T.E.Tezduyar: Stabilized finite element formulations for incompressible flow computations, *Advance in Applied Mechanics*, 28, pp.1-44, 1992.
- 4) 長谷部寛, 齋藤友也, 野村卓史: 林野火災の予測のための流体と木材燃焼の連成解析法における境界条件の検討: 計算工学会論文集 Vol.19, 2014.