補間に基づいた時間域多重極境界要素法を用いた移動音源による音場の大規模解析

中央大学 学生員 ○ 岡村 理一郎
京都大学大学院 正会員 吉川 仁
名古屋大学大学院 正会員 高橋 徹
中央大学 正会員 樫山 和男

1. はじめに

近年のコンピュータの発展に伴い，都市空間の音場の予測には波動音響理論に基づく数値シミュレーションが広く用いられている．本研究では，VR 技術を用いた道路交通騒音予測システムの精度および適用性の向上のため，波動音響理論に基づく数値シミュレーション手法の構築を行う．数値シミュレーション手法としては，外部問題に適している境界要素法[1) 2)]を用いる．境界要素法は境界上の離散化のみで近似解を得る手法であるが，時間域の境界要素法では，ある時刻の解はそれ以前の全ての時刻の境界値からの影響を受けるため，大規模問題を解く場合には計算量・記憶容量が膨大化する．そこで，著者らは時間域の境界要素法による大規模 3 次元非定常音場解析を可能とするため，高橋による 3 次元非定常波動問題の補間に基づいた高速多重極法[3)]を用いて，メモリ削減と高速化を行ってきた[4) 5)]．

本報告では，VR 技術を用いた道路交通騒音 (実音源) の可聴化を行うための前段階として，任意の波形 (不規則波) の移動音源を入力波とする問題の数値解析を行う．

2. 境界要素法を用いた騒音解析

本研究で扱う非定常波動散乱問題は次の通りである．

$$\frac{\partial^2 u(\boldsymbol{x},t)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u(\boldsymbol{x},t)}{\partial x_i \partial x_i} \qquad (\text{in}\ \ D) \qquad (1)$$

$$u(\boldsymbol{x},0)=0, \quad \frac{\partial u}{\partial n}(\boldsymbol{x},0)=0 \qquad (\text{in}\ \ D) \qquad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial n}(\boldsymbol{x},t)=\bar{q}(\boldsymbol{x},t) \qquad (\text{on}\ \partial D) \qquad (3)$$

$$u(\boldsymbol{x},t)=u_{\text{in}}(\boldsymbol{x},t), \quad |\boldsymbol{x}|\to\infty,\ t>0 \qquad (4)$$

ここに，D，∂D は領域とその境界を表し，u は音圧，c は波速，$\bar{q}$ は既知関数，$\boldsymbol{n}$ は領域からの外向き単位法線ベクトルである．式 (1) に対応する境界積分方程式は次式で得られる．

$$\frac{1}{2}u(\boldsymbol{x},t)=\int_0^t\int_{\partial D}\Gamma(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y},t-s)\bar{q}(\boldsymbol{y},s)dSds$$
$$-\int_0^t\int_{\partial D}\frac{\partial\Gamma}{\partial n}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y},t-s)u(\boldsymbol{y},s)dSds+u_{\text{in}}(\boldsymbol{x},t) \qquad (5)$$

ここに，Γ は，3 次元波動方程式の基本解である．

空間を区分一定要素，時間を区分線形補間で離散化し次の代数方程式を得る．

$$-\boldsymbol{u}_{\text{in}}^{n} \simeq \sum_{m=1}^{n}\boldsymbol{U}^{n-m+1}\boldsymbol{q}_{\text{L}}{}^{m}-\sum_{m=1}^{n}\boldsymbol{W}^{n-m+1}\boldsymbol{u}_{\text{L}}{}^{m}, \qquad (6)$$

$$\{\boldsymbol{u}_{\text{in}}{}^{m}\}_i := u_{\text{in}}(\boldsymbol{x}^i, m\Delta t), \qquad (7)$$

$$\{\boldsymbol{u}_{\text{L}}{}^{m}\}_i := u(\boldsymbol{x}^i, m\Delta t)-2u(\boldsymbol{x}^i,(m-1)\Delta t)$$
$$+u(\boldsymbol{x}^i,(m-2)\Delta t), \qquad (8)$$

$$\{\boldsymbol{q}_{\text{L}}{}^{m}\}_i := \bar{q}(\boldsymbol{x}^i, m\Delta t)-2\bar{q}(\boldsymbol{x}^i,(m-1)\Delta t)$$
$$+\bar{q}(\boldsymbol{x}^i,(m-2)\Delta t), \qquad (9)$$

$$\{\boldsymbol{U}^{n-m}\}_{ij} := \frac{1}{4\pi c\Delta t}\int_{S_j}U(\boldsymbol{x}^i,\boldsymbol{y},n\Delta t,m\Delta t)dS, \qquad (10)$$

$$\{\boldsymbol{W}^{n-m}\}_{ij} := \frac{1}{4\pi c\Delta t}\int_{S_j}\nabla_y U(\boldsymbol{x}^i,\boldsymbol{y},n\Delta t,m\Delta t)\cdot\boldsymbol{n}(\boldsymbol{y})dS, \qquad (11)$$

$$U(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},t,s) := \frac{(c(t-s)-|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}|)\,H(c(t-s)-|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}|)}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}|}. \qquad (12)$$

ここに，S_j は境界要素を Δt は時間増分を表す．

また，式 (6) により求められた境界上の u の値を用いて，式 (13) より，領域内部の任意の点$\boldsymbol{x}$での音圧 u を求める．

$$u(\boldsymbol{x},t)=\int_0^t\int_{\partial D}\Gamma(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y},t-s)\bar{q}(\boldsymbol{y},s)dSds$$
$$-\int_0^t\int_{\partial D}\frac{\partial\Gamma}{\partial n}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y},t-s)u(\boldsymbol{y},s)dSds+u_{\text{in}}(\boldsymbol{x},t) \qquad (13)$$

3. 時間域における高速多重極法[3)]

本報では高橋の補間に基づいた時間域高速多重極法を用いる．まず，従来の時間域多重極法と同様に時空間を階層構造を持つセルに分割する[6)]．次に式 (10) の核関数 $U(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},t,s)$ について，**図－１**に示すような時空間で離れたセル ($O\times I$ と $S\times J$) 間の影響を補間関数 ℓ を用いて次のように展開する．

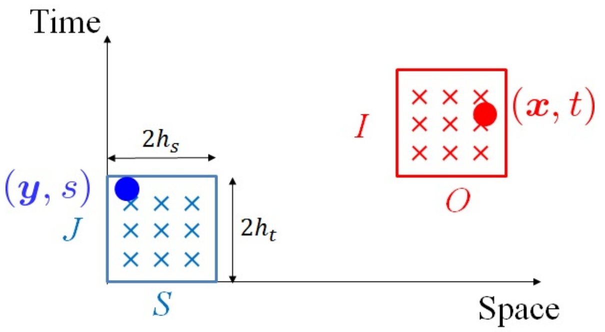
$$U(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},t,s)$$
$$\simeq\sum_{a<p_s}\sum_{b<p_s}\sum_{\alpha<p_t}\sum_{\beta<p_t}U_{a,b,\alpha,\beta}(O,S,I,J)$$
$$\times\ell_a\left(\frac{\boldsymbol{x}-\bar{\boldsymbol{O}}}{h_s}\right)\ell_b\left(\frac{\boldsymbol{y}-\bar{\boldsymbol{S}}}{h_s}\right)\ell_\alpha\left(\frac{t-\bar{I}}{h_t}\right)\ell_\beta\left(\frac{s-\bar{J}}{h_t}\right) \qquad (14)$$

ここに，p_s, p_t はそれぞれ空間・時間の補間点の数，h_s, h_t はそれぞれセルの空間・時間サイズの半分の値，$\bar{\boldsymbol{O}},\bar{\boldsymbol{S}},\bar{I},\bar{J}$ はセルの中心である．2 重層についても同様に展開する．なお，本報では，補間関数として 3 次エルミート補間を用いる．

4. 数値解析例

精度検証のための数値解析例として，3 次元非定常波動問題を取り上げる．入力波に不規則波を用い，移動する点音源を考える．

キーワード： 境界要素法，高速多重極法，音響
連絡先： 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 中央大学 E-mail: okamura-r@civil.chuo-u.ac.jp



図－1　The schematic illustration to evaluate the layer potential.

(1)　音源が移動する音場問題

解析メッシュは**図－2**に示す．一辺の最大空間離散化幅を 0.085m とする三角形メッシュを用い，総要素数は 47,636 とし，時間離散化幅を 0.25ms，初期音源点を (-7.5,-3.0,1.0) に設け，x_1 の正の方向に v=27.8m/s(=100km/h) で移動させる．受音点を (0.0,3.0,1.5) に設定し数値解と厳密解の比較を行った．また，境界条件，入力波を以下に示す．

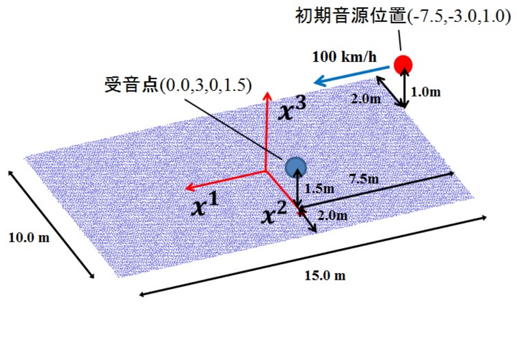
$$u_{\rm in}(\boldsymbol{x},t)=\frac{1}{4\pi}\frac{f(t_0')}{\sqrt{(x_1-vt)^2+(1-\frac{v^2}{c^2})(x_2^2+x_3^2)}}\quad(t_0'>0) \tag{15}$$

$$t_0'=\frac{(c^2t-vx_1)-\sqrt{c^2(x_1-vt)^2+(c^2-v^2)(x_2^2+x_3^2)}}{c^2-v^2} \tag{16}$$

$$\bar{q}=0 \qquad (\text{on}\ \ \partial D) \tag{17}$$

ここに，波速を 340.0m/s，時間ステップ数を 2,160 として解析を行った．**図－3**に音源点における入力波形を示す．この波形は Audacity(フリー、オープンソースでクロスプラットフォームのレコーディング･サウンド編集ソフトウェア) を用いて作成された 400Hz を上限とするホワイトノイズ（サンプリング周波数 1600Hz 刻みの離散的な周波数において同じ強度を持つ音）であり，この波形を式 (15) の $f(t_0')$ に代入し解析を行った．

図－4に受音点における厳密解と解析結果を示す．解析結果は厳密解と良い一致を示しており，本手法の妥当性を確認することができた．また，高速多重極法の導入により，影響係数行列の記憶メモリ量を約 1/6 に削減できた． 計算時間は 50 分であり，現実的な時間で移動音源を取り扱うことができた．



図－2　The computational model.

5.　おわりに

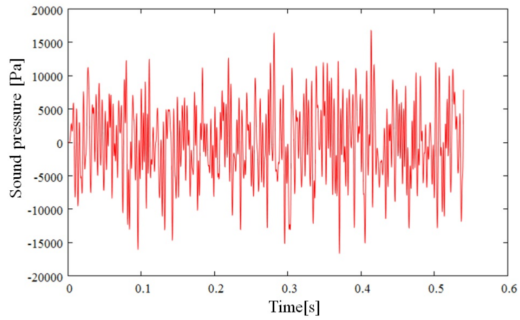
本報では，境界要素法による 3 次元非定常音場解析に対して高速多重極法を適用することで，以下の結論を得た．

- 遮音壁を設けない 3 次元非定常音場問題に関して，厳密解と数値解が良い一致を示し計算手法の妥当性が確認された．
- 任意の波形の移動する音源を入射波として設定した数値解析の妥当性が確認でき，道路交通騒音等の任意の波形をもつ問題を取り扱う準備が整った．

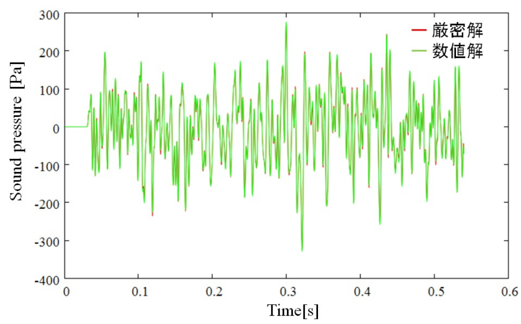
今後の課題として，より大規模な問題を取扱うと共に VR 技術を用いた道路交通騒音システムへの実装を行うことが挙げられる．

参考文献

1) 小林昭一：波動解析と境界要素法，京都大学学術出版会，2000.
2) 吉川仁，松浦京介：影響波動の到達時間を考慮した Lubich の CQM を用いた時間域境界積分方程式，計算数理工学論文集，日本計算数理工学会，Vol.12，pp.73-78，2012.
3) Toru Takahashi：An interpolation-based fast-multipole accelerated boundary integral equation method for the three-dimensional wave equation, Journal of Computational Physics Vol.258，pp.809-832，2014.
4) 岡村理一郎，吉川仁，樫山和男：境界要素法による大規模 3 次元音場シミュレーション，平成 26 年度全国大会第 69 回年次学術講演会講演概要集，土木学会，CS11-026，2014.
5) 岡村理一郎，吉川仁，高橋徹，樫山和男：境界要素法による大規模 3 次元非定常音場解析，第 63 回理論応用力学講演会 (NCTAM2014) 概要集，日本学術会議，OS07-3-4，2014.
6) Toru Takahashi:A fast BIEM for three-dimensional elastodynamics in time domainuthor，Engineering analysis with boundary elements，Vol.27，pp.491-506，2003.



図－3　The input waveform.



図－4　The time history of sound pressure at the receiving point.