有限要素法を用いた騒音伝播解析手法の構築

-	1+1	1 * 14	
1.	14	$\cup \emptyset$	ےا

近年,低周波音に関する騒音が問題となっている.平成 24年度に地方公共団体が受理した低周波音に係る苦情の件 数は258件であった.この苦情件数は増加の一途をたどっ ており¹⁾,社会的に注目を浴びている.その現象を定量的 に評価するために,既往の研究²⁾では六面体要素を用いた 有限要素法の振動解析や振動による騒音伝播解析の研究が なされている.

本研究では,より複雑な形状を有する問題へ適用することを目的として四面体要素を用いることとする.本論文では,計算精度に関する基礎研究として,2次元平面波問題を取り上げ,分割数と Courant 数を変えた騒音伝播解析の比較・精度検証を行った.

2. 数值解析手法

本研究で扱う支配方程式は,完全流体の渦なし流れを前 提とした速度ポテンシャル ⊕ に関する波動方程式とする.

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_i^2} = 0 \tag{1}$$

式 (1) に対して Galerkin 法に基づく重み付き残差法を適用 し, Green-Gauss の定理, Gauss の勾配定理を用いると, 以下の弱形式が得られる.

$$\int_{\Omega_e} \Phi^* \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} d\Omega + c^2 \int_{\Omega_e} \frac{\partial \Phi^*}{\partial x_j} \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} d\Omega = -\int_{\Gamma_u} \Phi^* q_n d\Gamma \quad (2)$$

ここに, Φ^* は速度ポテンシャル Φ の重み関数である. Ω_e , Γ_u は要素の領域,自然境界条件が考慮される境界である. n は境界からの外向き単位法線ベクトルである.式(2)右 辺の境界積分項における q_n は,以下の式を用いて各種境界 条件を規定する.

$$q_n = -\frac{\partial \Phi}{\partial n} = \hat{q_n}$$
 on Γ_u (3)

$$q_n = \frac{p}{\rho c} = \frac{1}{c} \frac{\partial \Phi}{\partial t}$$
 on Γ_u (4)

式(3) は床板,遮音壁,防音タイル等で規定した音響粒子 速度に関する条件と地表面,建物等における音の反射条件 を規定する.式(4) は開境界への透過条件を規定する.本 研究では,三角形1次要素を用いて空間方向の離散化³⁾を 行う.なお,式(2) 右辺の境界積分項の q_n に関しては要素 辺で一定値(0次補間)とする.時間方向の離散化には差分 法を用い,2階の時間微分に対して2階中央差分を,未知 量 Φ については1次精度の前進差分をとる.本研究では式 (2)の未知量 Φ を陽的に求めるため,質量行列に関しては 集中化を行う.

中央大学	学生員	中村	和寛
中央大学	正会員	樫山	和男
建設環境研究所(株)	正会員	志村	正幸

3. 数值解析例

精度検証のための数値解析例として,2次元平面波問題 を取り上げ,1波長あたりの分割数と Courant 数で計算精 度の検討を行った.なお,流入させる粒子速度 q_n に関して は,y方向に一様な sin 波を1 波だけ与える.

(1) 1 波長における分割数を変えた場合

解析領域の x 方向の長さは 10 波長分とるものとする. 流入させる粒子速度の周期は 1/34Hz 2.94×10^{-3} s とする.よってメッシュを 1 波長に対して 10 分割する場合,三角形要素を用いた要素分割後の解析領域は 図 - 1 のようになる.また,音速 c=340.0m/s,微小時間増分量 Δt を 1.48×10^{-4} s とする.今回比較する分割パターンを 図 - 2 に示す.本研究では陽解法を用いるので CFL 条件が課せられる.最も細かい 40 分割の場合の Courant 数は 0.2 であることから、どの分割数においても陽解法の安定条件 Courant数 ≤ 1 を十分満たしている.境界条件は,式(5)(最大速度0.2m/s)に示すように sin 波を x = 0.0 上(図 - 1)に流入境界として規定する.

$$\hat{q}_n = u = 0.1\cos(\frac{2\pi t}{T} - \pi) + 0.1$$
 (5)

ここに,t は数値解析上の時刻,T は周期を表す.式(4) にお ける時間方向微分は,1次精度後退差分を用いてx = 100.0上(図-1)に透過境界として規定する.その他の境界で は,式(4)において $\hat{q_n} = 0$ とした完全反射とする.初期条 件は式(6),(7)に示すように本解析では静止過去の条件と する.

$$\Phi^n = 0.0 \tag{6}$$

$$\Phi^{n-1} = 0.0 \tag{7}$$

nステップにおける粒子速度 u^n と音圧 p^n の算出は,既知 量 Φ^n と Φ^{n-1} より,1次精度後退差分を用いて算出する. 伝播問題について,透過条件とした場合の音圧空間分布(理 論解との比較)を図-2に示す.以降の音圧空間分布にお ける横軸と縦軸はそれぞれ無次元化したx座標値(Lはx方向の解析領域の長さ)と音圧値(Poは理論的な音圧最大 値である81.94Pa)としている.理論解と比較して,1波長 あたりの分割数が少ないほど位相が遅れ,数値振動の振幅 も大きくなることが確認できる.これは,分割数を少なく



KeyWords: 有限要素法, 騒音, 陽解法

連絡先: 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 E-mail: nakamura@civil.chuo-u.ac.jp



図-3 音圧最大値の減衰率推移(理論的な最大音圧値と比較)

することで Courant 数が小さくなり,減衰の影響を受けやす くなったことが考えられる.音圧最大値の減衰率(図-3) とは,各時刻の音圧最大値を理論的な音圧値 81.94Pa で除 して百分率で表したものである.横軸は無次元化した時刻 であり,孤立波が透過する理論的な時刻が 1.0~1.1 となる ように表している.図-3より,1 波長あたりの分割数が 粗くなるほど,減衰の影響が著しく大きくなり,音圧最大 値を維持できていないことが確認できる.

(2) Courant 数を変えた場合

数値解析例 (1) の結果より,1 波長における分割数は 20 で固定し, Δt と Courant 数以外の解析条件は同じとする. 図 $-1 \circ x = 100.0$ 上における境界条件において,完全反 射条件の場合と透過条件の場合で比較を行う.

a) 端部境界が完全反射条件の場合

Courant 数 = 0.87 以上では激しい数値振動が発生した ことより,図-4に示す安定に計算が行えた4パターンで 比較を行う.Courant 数が大きいほど音圧最大値の減衰率 の低下を抑えることができ,減衰の影響が少ないことがわ かる.以上のことから,Courant 数を数値振動が発生しな い範囲で大きくとることが望ましいといえる.

b) 端部境界が透過条件の場合

Courant 数 = 0.51 以上では透過時に激しい数値振動が 発生したことより,図 – 5 に示す安定に計算が行えた4パ ターンで比較を行う.図 – 5 は透過条件における音圧空間 分布(無次元化)である.完全反射条件の場合と比べて,激 しい数値振動が発生しない Courant 数の範囲が小さくなっ た.これらは式(4)に示すように,透過条件に用いる粒子 速度が1次精度後退差分を用いており,精度が悪いことに 起因すると考えられる.



図-5 透過前後(透過条件)の音圧空間分布

4. おわりに

本論文では、2次元平面波問題の1波長における分割数 とCourant 数を変えた騒音伝播解析の比較・精度検証を行 い、以下の結論を得た。

- 分割数と精度の関係については,透過条件の音圧空間分布の波形(図-2)より,1波長あたり分割数は20以上とることが望ましい.
- Courant 数と精度の関係については、境界を完全反射 条件とした場合、音圧最大値の減衰率の比較(図-4) から、Courant 数を大きくすると減衰の影響は少な い傾向になることが確認できた.また、1次精度後退 差分を用いて境界を透過条件とした場合、安定条件 が完全反射の場合と比較して厳しくなることが確認 できた。

今後の課題として,透過条件を規定した円筒波問題を取 扱うとともに,応用例として,橋梁床板を内部に有する伝 播問題を取扱う予定である.

参考文献

- 1) 環境省 平成 24 年度騒音規制法施行状況調査について http://www.env.go.jp/air/noise/
- 2) H.Iwabuki ,T.Osafune ,M.Shimura ,N.Kamiakito ,A.Aoki , M.Kobayashi , and H.Niwa "Numerical simulation for low frequency sound emitted from viaduct of the road by the vechile load" , *Inter-Noise 2013 INSBRUCK AUSTRIA*
- 2) 樫山和男,野村卓史,藤間昌一,奥村弘,田中聖三,桜庭雅明, 渡邊浩志,加藤千幸:続・有限要素法による流れのシミュレー ション pp.1-100 丸善,2010.