

粒子法を用いた越流解析とその可視化に関する基礎的研究

○群馬大学大学院 学生会員 増村佳大
群馬大学 非会員 吉村昭彦
群馬大学大学院 正会員 斎藤隆泰

1. はじめに

2011年3月11日、東北地方太平洋沖地震により発生した津波が甚大な人的被害をもたらした。このような津波による被害を低減する1つの方法として、防潮堤等の構造物を適切に設置することが挙げられる。しかしながら、近年、そのような構造物が津波を原因として倒壊に至るメカニズム等に注目が集まっており、特に、防潮堤等を越流した際における構造物の安定性について検討の余地がある。一方、流体の数値解析手法として、近年、粒子法¹⁾が注目を集めている。また、粒子法の解析の性質上、近年ではその解析結果を如何に現実に近い状態として可視化するかについて、CG(コンピュータグラフィックス)の分野においても研究が進んでいる。そこで本研究では、粒子法の一種であるMPS法¹⁾を用いて、防潮堤に対する越流解析を行い、結果をより現実的な方法で可視化する方法についても検討する。

2. 解くべき方程式

本研究では、MPS法を採用する。MPS法は、解析モデルに配置した粒子間における相互作用を各時間ステップ毎に考えることで、支配方程式を離散化する、いわゆるメッシュレス数値解析手法である。そのため、解析モデルにおける初期状態の粒子配置を行うだけで数値解析を行うことが出来る。

さて、解くべき流体解析の支配方程式は、次の連続の式(1)、およびナヴィエーストークス方程式(2)とする。

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla P + \nu\nabla^2\mathbf{u} + \mathbf{g} \quad (2)$$

ここで、 ρ は水の密度、 t は時間、 $\mathbf{u}$ は流速ベクトルである。また、 p は圧力、 $\mathbf{g}$ は重力加速度ベクトル、 ν は動粘性係数である。

3. 粒子法を用いた数値解析の概要

式(1)、(2)の解析に粒子法を用いる方法についてまとめておく。まず、式(1)の連続の式は、時間に対する密度変化がゼロであることから、この一定にすべき密度を、粒子数密度 n_i から一定値 n^0 として算出し、解析を実行する。一方、式(2)のナヴィエーストークス方程式については、粒

子間相互作用モデルを用意し、これに対する勾配、発散、ラプラシアンモデルを導入する。これら3つの微分演算子モデルを用いて式(2)の離散化を行う。粒子間相互作用モデルでは、粒子 i を着目粒子とし、半径パラメータ r_e を設定した場合、粒子 i を中心とした半径 r_e の円内(3次元の場合は球内になる)に入る近傍粒子が、粒子 i に何らかの影響を与えると考え、解析を実行する。この影響を次の重み関数 $\omega(r)$ を用いて表す。

$$\omega(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{r} - 1 & (0 \leq r \leq r_e) \\ 0 & (r_e \leq r) \end{cases} \quad (3)$$

一方、重み関数の総和をとることで、次の粒子数密度 n_i を定義する。

$$n_i = \sum_{j \neq i} \omega(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (4)$$

ここで、 r は粒子間距離、 r_e は半径パラメータ、 $\mathbf{r}_i$ 、 $\mathbf{r}_j$ は粒子 i 、 j における位置ベクトルである。この重み関数(3)を導入した勾配、発散、ラプラシアンモデルは、それぞれ次のように表される。

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{\phi_j - \phi_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2} (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) \omega(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \right] \quad (5)$$

$$\langle \nabla \cdot \mathbf{u} \rangle_i = \frac{2d}{n^0} \sum_{j \neq i} \frac{\mathbf{u}_{ij} \cdot (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2} \omega(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (6)$$

$$\langle \nabla^2 \phi \rangle_i = \frac{2d}{\lambda n^0} \sum_{j \neq i} [(\phi_j - \phi_i) w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)] \quad (7)$$

ここで、 d は空間次元数、 ϕ_i 、 ϕ_j は粒子 i 、 j におけるスカラー変数値、 $\mathbf{u}_{ij}$ は粒子 i 、 j におけるベクトル変数値の差($\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i$)、 λ は粒子法における安定係数である。このように定義した式(5)-(7)を支配方程式(1)、(2)に適用することで、粒子の流速を計算していくことになる。なお、解析の詳細は、例えば文献¹⁾を参照されたい。

4. 数値解析例

以下、数値解析例を示す。まず、プログラムのおよその妥当性を確認した後、越流解析を実施する。

(1) ダムブレイク問題の解析とその可視化

まず、流体解析の分野でしばしば妥当性の検証のために利用されるダムブレイク問題を解くことで、解析コードの

Key Words: 粒子法, 越流解析, コンピュータグラフィックス

〒376-8515 群馬県桐生市天神町1-5-1 群馬大学大学院理工学府 TEL. 0277-30-1610 E-mail. t13801341@gunma-u.ac.jp

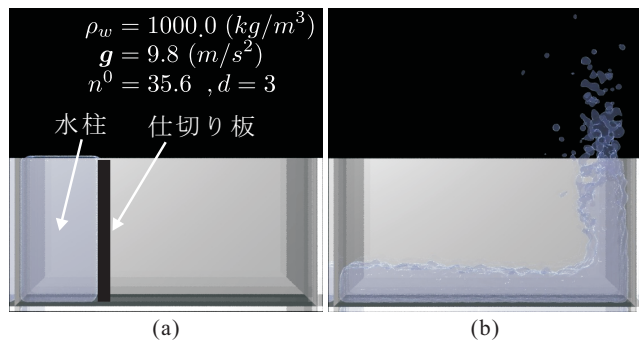


図1 本手法による解析結果 (a) 初期状態 (b) 水槽壁衝突後

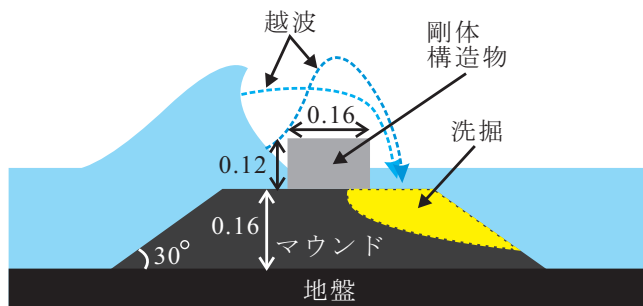


図2 越流解析のモデル

妥当性等について検証する．解析結果の一部を図1(b)に示す．なお，解析に用いたパラメータについては図1(a)中に示してある．図1(a)で示すように，水柱は水槽左側に，水柱を境に作成されている．仕切り版を取り外した後に，水柱は崩壊し，図1(b)で示すように，水槽右壁に衝突している様子を見て取れる．このように，解析結果は概ね妥当であり，解析コードの妥当性を確認できた．なお，数値解析結果の可視化に当たって，流体自体を解析で用いた粒子の集合体として単に可視化することは，やや現実感に欠ける．そこで，本研究では，流体の可視化のためのコンピュータグラフィックス分野で利用されているマーチングキューブ法を応用し，解析で用いた粒子をポリゴン化し，可視化することで，解析結果をより実際の流体らしく表現する工夫を行っている．

(2) 越流解析とその可視化

次に，図2に示すような剛体構造物に対する流体の越流解析を行った．地盤上に台形状のマウンドを形成し，その上に防波堤等を模した剛体構造物を設置した．この解析モデルに対して，図2の左側から流体が押し寄せ，剛体構造物を越流する．解析で用いる流体のパラメータは，ここでは先の問題と同一とした．結果を図3に示す．図3のそれぞれは，剛体構造物を越流する流体等の各時刻におけるスナップショットを示している．図1の可視化と同様，流体の可視化をマーチングキューブ法を応用して越流をより実際に示してある．ただし，可視化の背景には物理的な意味はもたない．図3(a)より，越流開始前は，全ての流体粒子は静止している．図3(b)では，徐々に流体が，剛体構造

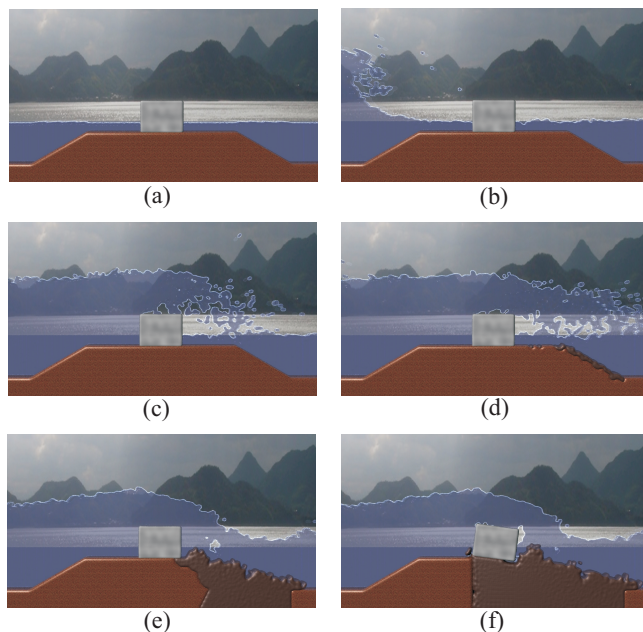


図3 越流解析結果 (流体や剛体構造物等のスナップショット)

物に押し寄せていることが見て取れる．後に，図3(c),(d)では，流体は剛体構造物を越流していることが見て取れる．図3(e)では，流体が越流した後，底面の地盤に影響を及ぼしはじめ，図3(f)では，地盤の洗掘により，剛体構造物がやや倒壊していることが見て取れる．図3(e),(f)で見て取れるように，本研究では向かって右側地盤の洗掘を考慮しているが，流体と直接接触している地盤粒子に対し，その近傍水粒子の速度ベクトルが $\mathbf{u}_w > \mathbf{u}_{const}$ を満たす場合に，地盤粒子を洗掘対象の土粒子へと変化させるような簡易的な条件を試験的に導入している．ただし， $\mathbf{u}_w$ は近傍水粒子の速度ベクトル， $\mathbf{u}_{const}$ は洗掘を引き起こす速度ベクトルの閾値である．以上より，剛体構造物を越流する流体についても解析し，可視化することができた．

5. おわりに

MPS法を用いて流体解析およびその可視化に関する基礎的な検討を行った．ダムブレイク問題，越流解析いずれにおいても，解析パラメータや条件に検討の余地は残るものの，概ね妥当な解析を実行することができた．また，マーチングキューブ法の理論を応用することで，水粒子をポリゴンに変換し，流体の挙動をより現実的なものとして表現することができた．粒子法は，例えば境界要素法等に比べ，数学的にはやや厳密さにかけるものの，大変形や流体の挙動を追跡するには有用であるように思われる．今後は，例えば，境界要素法や有限要素法等，他の代表的な数値解析手法とのハイブリッド計算等を行っていく予定である．

参考文献

- 1) 越塚誠一：粒子法 計算力学レクチャーシリーズ 5, 丸善株式会社, 2005.
- 2) 越塚誠一：粒子法シミュレーション 物理ベース CG 入門, 培風館, 2008.