安定化有限要素法による3次元津波シミュレーションの効率化と 構造物の動的応答に関する基礎的研究

1. はじめに

2011年3月11日に発生した東北地方太平洋沖地震に 伴う津波により、太平洋沿岸部を中心に甚大な被害を 受けた. 今後,構造物の津波衝突時の健全性を評価す るためには,津波流体力を把握することが重要である.

これまでに、構造物に作用する津波流体力の評価に 関して、水理模型実験や数値シミュレーションによる 研究が行われてきている^{1),2)}.これらの研究における数 値流体解析は、一般的に液体と気体を計算する二相流 解析であり、気体の計算が計算時間の大半を占めてい る.そこで、本研究では3次元津波シミュレーション において、液体のみを計算する単相流解析により計算 時間の効率化を図るとともに、得られた圧力を津波流 体力として3次元構造解析を行い、構造物の静的応答 と動的応答の比較、考察を行う.

2. 自由表面流れの数値解析手法

自由表面流れとは、液体と気体の界面が存在する流 れのことである.本研究では、自由表面の位置を Euler 的に捕捉する界面捕捉法を用い、その中でも代表的な 手法の VOF 法を用いることで界面の位置を表現する.

2.1 界面関数の定義

VOF 法は, 界面の位置を VOF 関数 ∉(液体:1, 気体:0, 界面:0.5) と呼ばれるスカラー関数により表現する.

2.2 支配方程式

非圧縮性粘性流体の支配方程式は、次の Navier-Stokes 方程式と連続の式で表される.

$$\boldsymbol{\wp}\left(\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + \boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{\nabla} \boldsymbol{u} - \boldsymbol{b}\right) - \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{u}, p) = 0, \quad \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{u} = 0 \quad (1)$$

ここで, ρ は密度,u は速度ベクトル,b は物体力ベクトル,p は圧力, σ は応力テンソルを表す.応力テンソル σ は次式で表される.

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\boldsymbol{I} + \boldsymbol{\mu} \Big[\boldsymbol{\nabla} \boldsymbol{u} + \big(\boldsymbol{\nabla} \boldsymbol{u} \big)^{\mathrm{T}} \Big]$$
(2)

ここで,*I*は2階の単位テンソル,μは粘性係数である. 自由表面流れにおける界面の位置を表現する VOF 関数φは,次に示す移流方程式によって支配される.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{\nabla} \phi = 0 \tag{3}$$

茨城大学 学生会員 〇遠藤 重紀 茨城大学 正会員 車谷 麻緒

二相流解析の場合,各節点における気体,液体の密度 および粘性係数は次式のように求められる.

$$\rho = \rho_{liq}\phi + \rho_{gas}(1-\phi), \quad \mu = \mu_{liq}\phi + \mu_{gas}(1-\phi)$$
 (4)
ここで、 $\rho_{liq}, \rho_{gas}, \mu_{liq}, \mu_{gas}$ は、それぞれ液体、気体の密
度および粘性係数である.

また,計算時間の効率化のために,気体の計算を行わ ずに液体のみの計算を行う単相流解析の場合の各節点 における液体の密度および粘性係数を,VOF 関数を用 いて次式のように求める.

$$\rho = \rho_{\rm lig}\phi \,, \quad \mu = \mu_{\rm lig}\phi \tag{5}$$

2.3 支配方程式の離散化

非圧縮性粘性流体の支配方程式(1)に対する離散化は 直接法に基づき,空間方向の離散化に SUPG/PSPG (Streamline Upwind Petrov Galerkin/Pressure stabilizing Petrov Galerkin)法に基づく安定化有限要素法,時間方向 の離散化に Crank-Nicolson 法を適用し,次式を得る.

$$\frac{1}{\Delta t} \left(\boldsymbol{M} + \boldsymbol{M}_{\delta} \right) \left(\boldsymbol{u}^{n+1} - \boldsymbol{u}^{n} \right) + \frac{1}{2} \left(\boldsymbol{A} + \boldsymbol{A}_{\delta} + \boldsymbol{R}_{c} \right) \left(\boldsymbol{u}^{n+1} + \boldsymbol{u}^{n+1} \right)$$

$$- \left(\boldsymbol{G} + \boldsymbol{G}_{\delta} \right) \boldsymbol{p}^{n+1} + \boldsymbol{D}_{ik} \left(\boldsymbol{u}^{n+1} + \boldsymbol{u}^{n+1} \right) = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{b}_{\delta}$$
(6)

$$\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}^{n+1} + \frac{1}{\Delta t}\boldsymbol{M}_{\varepsilon}\left(\boldsymbol{u}^{n+1} - \boldsymbol{u}^{n}\right) + \frac{1}{2}\boldsymbol{A}_{\varepsilon}\left(\boldsymbol{u}^{n} + \boldsymbol{u}^{n+1}\right) + \boldsymbol{G}_{\varepsilon}\boldsymbol{p}^{n+1} = \boldsymbol{b}_{\delta}(7)$$

ここで,*M*は時間,*A*は移流,*G*は圧力,*D*は粘性,*C* は連続,*R*は衝撃捕捉の各項の係数行列,*b*は物体力ベ クトルであり,添え字*δ*,*ε*,*c*はそれぞれSUPG項,PSPG 項,衝撃捕捉項に起因する項である.*n*は時間ステッ プ数を示す.

移流方程式(3)に対する空間方向の離散化は SUPG 法 に基づく安定化有限要素法,時間方向の離散化は Crank-Nicolson 法を適用し,次の離散化方程式を得る.

$$\frac{1}{\Delta t} \left(\boldsymbol{M} + \boldsymbol{M}_{\delta} \right) \left(\boldsymbol{\phi}^{n+1} - \boldsymbol{\phi}^{n} \right) + \left(\boldsymbol{A} + \boldsymbol{A}_{\delta} + \boldsymbol{R}_{c} \right) \left(\boldsymbol{\phi}^{n} + \boldsymbol{\phi}^{n+1} \right) = \boldsymbol{0} \quad (8)$$

3. 構造物の解析手法

構造物に津波流体力が作用するときの応答を静的解 析および動的解析により求める.静的解析では,力の つりあい式により応答を求める.また,動的解析によ る慣性力の影響を検討するため,本研究における動的 解析には,粘性を考慮せず慣性力のみを考慮した非減 衰動的解析を用いる.

キーワード 津波流体力,VOF 法,一般化有限要素法,構造物の動的解析

連絡先 〒316-8511 茨城県日立市中成沢町 4-12-1 茨城大学工学部 TEL. 0294-38-5004 FAX. 0294-38-5268

3.1 非減衰動的解析の支配方程式

運動中の弾性体の支配方程式は、応力のつり合い方 程式に、単位体積あたりの慣性力を考慮した運動方程 式で表される.

3.2 非減衰動的解析の支配方程式の離散化

運動中の弾性体の支配方程式に対する離散化は,空間 方向の離散化に有限要素法,時間方向の離散化に Newmark β 法(γ =1/2, β =1/4)を適用し,次式を得る.

$$\left(\boldsymbol{M} + \frac{\Delta t^2}{4}\boldsymbol{K}\right)\boldsymbol{\ddot{d}}^{n+1} = \boldsymbol{F}^{n+1} - \boldsymbol{K}\left(\boldsymbol{d}^n + \Delta t\boldsymbol{\dot{d}}^n + \frac{\Delta t^2}{4}\boldsymbol{\ddot{d}}^n\right) \quad (9)$$

ここで, M は質量行列, K は剛性行列, F は外力ベク トル, \ddot{a} は加速度ベクトル, \dot{a} は速度ベクトル, d は変 位ベクトルである. n は時間ステップ数を示す.

4. 3次元津波シミュレーション

4.1 自由表面流れ解析モデルと解析条件

津波が構造物に衝突する状況を想定して、図-1 に示 すような、左端に水面から高さ5mの水柱、水柱から 60mの位置に構造物を配置した3次元モデルにおいて 数値解析を行った.解析条件として、液体と気体の密 度および粘性係数は20℃における水と空気の値を用 い、微少時間増分Δtは0.05sとし、解析ステップは400 stepとした.有限要素として四面体要素を用い、節点数 は242139、要素数は1344606である.境界条件は、全 壁面で slip条件(斜面部のみ nonslip条件)を与えた.

4.2 構造解析モデルと解析条件

自由表面流れ解析と同寸法になるように構造物を 3 次元でモデル化したものを図-2 に示す.このモデルに 対して,静的解析と動的解析を行う.解析条件として コンクリート構造物を仮定し,密度を 2400 kg/m³,ヤン グ率を 30 GPa,ポアソン比を 0.2 とした.また,自由 表面流れ解析で求めた構造物表面の圧力を構造解析モ デルの同位置に入力する.静的解析は 1 s ごとに行い, 動的解析における微少時間増分,解析ステップは 4.1 と 同条件である.有限要素として四面体要素を用い,節 点数は 117733,要素数は 646299 である.境界条件は, 底面と右側面を完全固定,前後面を z 方向固定とした.

4.3 数值解析結果

図-2の a, b, c 各点の要素における,静的解析および 動的解析による最大主応力の時間変化を図-3 に示す. 約8sにおいて津波が構造物に衝突し,動的解析におい ては衝突直後に a 点の最大主応力がピーク値(約0.24 MPa)を示した.また,津波衝突後の時間の経過ともに 連続して作用する津波流体力に対する最大主応力応答 を示すことができた.波返し工の下部(a 点)ほど最大 主応力は高い値を示し,上部(c 点)ほど低い値を示し ている.静的解析と動的解析の結果を比較すると,同 様の傾向がみられた.





5. おわりに

本研究では、自由表面流れ解析で得られた圧力を津 波流体力として構造解析へ適用し、構造物の静的、動 的応答を求めた.両者のピーク値に差がみられるが、 静的解析の間隔が1sごとであるため、衝突直後の瞬間 的な応答をとらえられていないことが考えられる.ま た、静的解析と動的解析の結果に同様の傾向がみられ たことから、動的解析による慣性力の影響は小さいと 考えられる.現在は一般化有限要素法を用いて、4.1 と 同条件のモデルでの単相流による自由表面流れ解析の 計算時間の効率化を試みている.

参考文献

- 川崎浩司、山口聡,袴田充哉、水谷法美,宮島正悟:段波 と矩形物体の衝突・漂流過程における作用波圧特性、土木 学会海岸工学論文集,第53巻,pp.786-790,2006.
- 田中聖三, Fangtao Sun, 堀宗朗, 市村強, Maddegedra L.L.
 Wijerathne:動的津波荷重による構造物の破壊解析の基礎 的研究, 土木学会論文集 A1 (構造・地震工学), Vol.69,No.4 (地震工学論文集第 32 巻), I_903-I_908, 2013.