VOF 法に基づく有限要素法を用いた大規模津波シミュレーション

中央大学大学院	学生員	不室	太希
東京大学	正会員	田中	聖三
中央大学	正会員	樫山	和男

1. はじめに

東北地方太平洋沖地震(2011)により発生した津波は,沿 岸地域に甚大な被害をもたらし,津波の挙動を事前に予測・ 把握して災害に備えることの重要性が改めて認識された. これまでの津波シミュレーションは,広領域を対象とした 浅水長波方程式やBoussinesq方程式に基づく2次元解析に よるものが一般的であるが,これらは静水圧近似が用いら れているため,構造物への被害を定量的に検討するために は不十分であり,Navier-Stokes方程式に基づく3次元解析 が必要となる.しかしながら,3次元の津波シミュレーショ ンは非常に大規模な自由度を扱うことから,これを高速に 処理するためには並列計算が必要となる.また,複雑な構 造物形状を対象とするには,任意形状への適合性に優れた 手法は有効となる.

そこで本報告では,基礎方程式として3次元 Navier-Stokes 方程式を,離散化手法としては任意形状への適合性 に優れた安定化有限要素法¹⁾を用い,FlatMPI²⁾に基づく 並列計算手法の導入を行った.そして,本手法の並列化効 率を検証するとともに大規模津波シミュレーションへの適 用を行った.なお,自由表面位置を捕捉する手法には,ロ バスト性が高い VOF 法³⁾を用いた.

2. 数值解析手法

(1) 支配方程式と境界条件

非圧縮性粘性流体の流れを考え,流れ場の支配方程式は 以下に示す Navier-Stokes 方程式 (1) と連続式 (2) で表される.

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - f_i \right) + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = 0$$
(1)

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{2}$$

ここで,u は流速,p は圧力,f は物体力を表している.各 節点における密度 ρ および粘性係数 μ は VOF 関数 ϕ を用 いて以下のように定義される.

$$\rho = \rho_A \phi + \rho_B \left(1 - \phi \right) \tag{3}$$

$$\mu = \mu_A \phi + \mu_B \left(1 - \phi \right) \tag{4}$$

ここで ρ_A , ρ_B , μ_A , μ_B は流体 A および B の密度と粘性 係数を表す.

また, VOF 関数の時間発展は,以下に示す移流方程式 (5)によって支配される.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u_i \frac{\partial \phi}{\partial x_i} = 0 \tag{5}$$

Dirichlet 型境界条件, Neumann 型境界条件はそれぞれ(6), (7) 式で表される.

$$u_i = g_i$$
 on $\Gamma_{\rm g}$ (6)

$$\left\{-p\delta_{ij} + \mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\right\}n_j = h_i \quad \text{on} \quad \Gamma_{\rm h} \quad (7)$$

 Γ_g , Γ_h は Dirichlet 境界条件, Neumann 境界条件の与え られている境界を表し, g_i , h_i はそれぞれ Γ_g , Γ_h 境界上で の既知の流速, 表面力を表す.また, δ_{ij} は Kronecker のデ ルタである.

(2) 離散化手法

本解析では支配方程式の空間方向の離散化には SUPG/PSPG法に基づく安定化有限要素法を適用し,時間 方向の離散化にはCrank-Nicolson法に基づく差分近似を 適用する.なお,(1)式の移流速度はAdams-Bashforce法 による近似によって計算し,(5)式の移流速度は流れ場の 計算から求めたものを用いる.連立一次方程式の解法には GPBi-CG法を用いる.

(3) 界面鋭敏化/体積保存

計算された VOF 関数 ϕ に対して,気液界面の不鮮明さ を取り除き,同時に液体の体積を一定に保つために以下に 示す界面鋭敏化/体積保存⁴⁾を行う.

$$\hat{\phi} = c^{1-a}\phi^a \qquad (0.0 \le \phi \le c) ,$$
$$\hat{\phi} = 1 - (1-c)^{1-a}(1-\phi)^a \qquad (c \le \phi \le 1.0) ,$$
$$\phi \longleftarrow \hat{\phi} . \qquad (8)$$

ここで, *a*, *c*はそれぞれ鋭敏化パラメータと体積保存を行うレベルを表す.

3. 並列計算手法

計算の高速化および大規模化を行うために,FlatMPI に よる並列計算手法を導入する.また,プロセス間の通信負 荷を最小限に抑えるために,解析モデルの領域分割には自 動領域分割ソフトウェアである METIS⁵⁾を使用する.

使用する計算機は,スーパーコンピューター CRAY XE6 である.表 - 1 に計算機の性能を示す.これは共有-分散メ モリ型の並列計算機であり,1 ノードあたり4つの NUMA ノードで構成されている.メモリアクセスを向上させるた め,プロセスへのメモリの割り当ては NUMA ノード内に 制限する.

表-1 計算機の性能

CRAY XE6		
CPU	AMD Opteron 6238 (2.9GHz)	
Memory size (1 node)	64GB	
Number of cores	16cores × 2CPUs × 940nodes	
O.S.	SUSE Linux Enterprise Server 11	
Compiler	Intel Composer XE2011	

4. 数值解析例

(1) 並列性能の評価

プログラムの並列性能の評価を行うため,図-1に示す モデルを用いてスピードアップおよび並列化効率の計測を 行う.解析メッシュには最小メッシュ幅0.50mの非構造格 子を用い,総節点数は6,738,732,総要素数は37,560,556と する.微小時間増分量は0.05sとし,slip条件を与える.

図-2に2ノード使用時を基準とした使用コア数とス ピードアップおよび並列化効率の関係を示す.使用コア数 1024以下の範囲で,特に高い並列化効率が得られている.

(2) 大規模津波シミュレーション

図 - 3 に示すモデルを用いて,大規模津波シミュレーションを行う.解析メッシュとして最小メッシュ幅 0.25m の非構造格子を用い,総節点数は 23,233,249,総要素数は 125,280,464 とする.微小時間増分量は 0.05s とし,境界上 には slip 条件を与える.並列数は,2,048 とする.

図 - 4 に解析結果の鳥瞰図 (a) および陸上からの視点 (b) を示す.津波が沿岸都市域に遡上していく様子をとらえて いることが確認できる.また,視点を陸上に置くことで,よ り臨場感のあるシミュレーション結果が表現できている.

5. おわりに

本報告では,3次元 VOF 法に基づく有限要素法を用いた 大規模津波シミュレーションを行い,以下の結論を得た.

- 計算に FlatMPI による並列計算手法を導入すること
 で,高い並列化効率が得られた.
- 大規模津波シミュレーションを行い、津波が沿岸都 市域に侵入していく様子をとらえることができた。

今後は複雑形状を有する実地形モデルを用いた大規模津波 シミュレーションを行っていく.

参考文献

- Tezduyar, T. E. : Stablized finite element formulations for incompressible flow computations, Advance in Applied Mechanics, 28, pp.1-44, 1992.
- Pacheco, P. S. : Parallel Programming with MPI, Morgan Kaufmann, 1997.
- Hirt, C. W. and Nichols, B. D. : Volume of Fluid(VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries, *Journal of Computational Physics*, 39, pp.201-225, 1981.
- Aliabadi, S. and Tezduyar, T. E. : Stabilized-finiteelement/interface-capturing technique for parallel computation of unsteady flows with interfaces, *Computer Meth*ods in Applied Mechanics and Engineering, 190, pp.243-261, 2000.
- 5) http://glaros.dtc.umn.edu/gkhome/views/metis









図-3 大規模シミュレーションのためのモデル



(a) 鳥瞰画像



(b) 陸上からの視点画像

図-4 解析結果