安定化有限要素法による流体力の評価と流体解析の効率化に関する基礎的研究

茨城大学 学生会員 〇阿部 俊逸 正会員 本谷 麻緒 茨城大学 学生会員 渡邊 義仁 学生会員 遠藤 重紀

1. はじめに

2011 年 3 月 11 日,東北地方太平洋沖地震が発生し, 津波により甚大な被害を受けた.構造物の建設や維持 管理において津波衝突時の健全性を評価するためには, 津波流体力を適切に算出することが重要である.

これまで流体力は,多くの研究において実験¹⁾や数値 解析²⁾により計測,算出されてきた.流体解析で得られ た流体力を用いて構造解析を行う研究³⁾も行われてい るものの,まだ確立された方法とはなっていない.

そこで本研究では,2次元流体解析により算出された 流体力を静的な構造解析に適用させることにより,構 造物に働く内力を算出した.また,流体解析の効率化 も試みた.

2. 自由表面流れの数値解析手法

2.1 界面捕捉法による自由表面の表現

界面捕捉法は自由表面の位置を Euler 的に捕捉するものであり,自由表面の表現にはその手法のひとつ VOF 法を用いる.これは自由表面の位置を VOF 関数 Ø (液体:1,気体:0,界面:0.5)により表現するものである. 2.2 支配方程式

非圧縮性粘性流体の支配方程式は、Navier-Stokes 方程 式(1)と連続の式(2)で表される.

$$\rho \left(\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + \boldsymbol{u} \cdot \nabla \boldsymbol{u} - \boldsymbol{b} \right) - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} (\boldsymbol{u}, p) = 0 \tag{1}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{u} = 0 \tag{2}$$

ここで, ρ は密度,uは速度ベクトル,bは物体力ベクトル, σ は応力テンソルを表す.また,応力テンソル σ は次式で表される.

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\boldsymbol{I} + \boldsymbol{\mu} \Big[\nabla \boldsymbol{u} + (\nabla \boldsymbol{u})^{\mathrm{T}} \Big]$$
(3)

ここで, *I* は 2 階の単位テンソル, *p* は圧力, *μ* は粘性 係数である.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \boldsymbol{u} \cdot \nabla \phi = 0 \tag{4}$$

各節点における気体,液体の密度と粘性係数は VOF 関数を用いて次式のように求められる.

$$\rho = \rho_{\text{liq}}\phi + \rho_{\text{gas}}(1-\phi), \quad \mu = \mu_{\text{liq}}\phi + \mu_{\text{gas}}(1-\phi) \tag{5}$$

ここで, ρ_{liq} , ρ_{gas} , μ_{liq} , μ_{gas} は,それぞれ液体,気体の密 度および粘性係数である.

2.3 支配方程式の離散化

非圧縮性粘性流体の支配方程式(1), (2)に対する離散 化は直接法に基づき,空間方向の離散化は SUPG/PSPG (Streamline Upwind Petrov Galerkin/Pressure stabilizing Petrov Galerkin)法に基づく安定化有限要素法,時間方向 の離散化は後退差分法を適用し,次式(6), (7)が得られる.

$$\frac{1}{\Delta t} (\boldsymbol{M} + \boldsymbol{M}^{S}) (\boldsymbol{u}_{i}^{n+1} - \boldsymbol{u}_{i}^{n}) + (\boldsymbol{A} + \boldsymbol{A}^{S} + \boldsymbol{R}^{L}) \boldsymbol{u}_{i}^{n+1} - (\boldsymbol{G}_{i} + \boldsymbol{G}_{i}^{S}) \boldsymbol{p}^{n+1} + \boldsymbol{D}_{ik} \boldsymbol{u}_{k}^{n+1} = \boldsymbol{t}_{i}$$

$$(6)$$

$$C_{k}\boldsymbol{u}_{k}^{n+1} + \frac{1}{\Delta t}\boldsymbol{M}_{k}^{P}\left(\boldsymbol{u}_{k}^{n+1} - \boldsymbol{u}_{k}^{n}\right) + \boldsymbol{A}_{k}^{P}\boldsymbol{u}_{k}^{n+1} + \boldsymbol{G}^{P}\boldsymbol{p}^{n+1} = 0 \qquad (7)$$

ここで, *M* は時間, *A* は移流, *G* は圧力, *D* は粘性, *C* は連続, *R* は衝撃捕捉の各項の係数行列であり, 添え字
 S, *P*, *L* はそれぞれ SUPG 法, PSPG 法, 衝撃捕捉法に
 起因する項である.*n* は時間ステップ数を表す.

移流方程式(4)について,空間方向の離散化は SUPG 法に基づく安定化有限要素法,時間方向の離散化は後 退差分法を適用し,次式(8)が得られる.

$$\frac{1}{\Delta t} \left(\boldsymbol{M} + \boldsymbol{M}^{S} \right) \left(\boldsymbol{\phi}^{n+1} - \boldsymbol{\phi}^{n} \right) + \left(\boldsymbol{A} + \boldsymbol{A}^{S} + \boldsymbol{R}^{L} \right) \boldsymbol{\phi}^{n+1} = 0$$
(8)

2.4 体積補正手法⁴⁾

移流方程式により VOF 関数を移流させると時間変化 に伴い液体の体積の保全性が失われていく.そのため 体積補正が必要である.

まず,各節点が自由表面位置で2,自由表面から離れ るにつれて0となる自由表面判定関数D(のを定義し, 解析領域全体でD(のを積分した値A(t)を求めるA(t)は, 自由表面近傍における体積のオーダーを持つ値であり, この値を用いて次式により体積誤差率derrを計算する.

$$\phi_{\rm err} = \frac{V(t) - V(0)}{A(t)} \tag{9}$$

ここで,*V*(*t*)は時刻*t*における液体の体積,*V*(0)は初期 体積である.次式のように,体積誤差率が正であれば 気体側に,負であれば液体側に補正を行う.

$$\hat{\phi} = \phi - 2\phi_{\text{err}} \quad \text{for} \quad \begin{cases} 0 < \phi < 0.5 \quad \text{and} \quad \phi_{\text{err}} > 0\\ 0.5 < \phi < 1 \quad \text{and} \quad \phi_{\text{err}} < 0 \end{cases}$$
(10)

キーワード 津波流体力,界面捕捉法,VOF法,表面力ベクトル,PUFEM

連絡先 〒316-8511 茨城県日立市中成沢町 4-12-1 茨城大学工学部 TEL. 0294-38-5004 FAX. 0294-38-5268

[MPa]

2.5 津波流体力の算出方法

本研究では,流体解析で算出される圧力をそのまま 流体力とするのではなく,コーシーの応力公式を用い, 応力テンソルに法線ベクトルを掛けることにより算出 される表面力ベクトルを流体力とする.表面力ベクト ルは x, y 方向成分で算出されるため,分布荷重として構 造解析に適用しやすいという利点がある.

3. 構造物の数値解析手法

流体解析は動的かつ慣性力を考慮しているのに対し, 構造解析は静的かつ慣性力を考慮せず,力のつりあい 式 $\nabla \sigma + b = 0$ により解析を行った.

4. 数值解析

4.1 数値解析モデルと数値解析条件

数値解析モデルは図-1 に示す通りであり,水平,鉛 直面に slip 条件,斜面に non-slip 条件を与えた.液体と 気体の密度および粘性係数は 20 における値を用いた. 微少時間増分Δt は 0.005 s とし,解析ステップは 2000 step とした.また,有限要素として三角形要素を用い, 節点数 10410,要素数 20301 で数値解析を行った.構造 解析はコンクリート構造物を想定し,ヤング率 20 GPa, ポアソン比 0.2 として数値解析を行った.また,構造解 析の節点数は 568,要素数は 980 である.

4.2 数値解析結果

解析結果を図-2 に示す.流体解析による水面形状は 上段に,流体解析で求めた流体力を入力条件とし静的 な構造解析を行った結果を下段に示す.また,流体が 構造物に到達した直後を左に,その3秒後の結果を右 に示す.構造解析の値は主応力の最大値と最小値であ り,主応力の最大値は,流体到達直後,構造物の前面 下部において2.70 MPaとなった.以上のように,構造 物に働く内力を算出・可視化することができた. 5.流体解析の効率化の試み

流体解析を行う場合,液体と気体の二相流で数値解 析を行ってきた.流体解析モデルは空気の割合が多く, 計算時間の多くが空気の計算に費やされている.そこ で PUFEM を用いて,液体のみの単相流で計算する手法 の構築を試みる.

5.1 数値解析モデルと数値解析条件

図-3 に示すモデルを用いて二相流と単相流の数値解 析結果を比較した.解析条件は4.1節の流体解析と同様 なものを用いた.また,微少時間増分Δtは0.005 s,解 析ステップは200 step,節点数1681,要素数3200 とし た.

5.2 数值解析結果

数値解析結果は図-3 右に示す.単相流の界面の時間 変化は二相流の結果に比べやや遅くなったものの,お およそ同一の結果となった.



[MPa]

図-2 3.7 s (左), 6.7 s (右)における解析結果



6. おわりに

本研究では,流体解析から構造解析へ円滑に移行す るために表面カベクトルを流体力として扱い,コンク リート構造物に働く内力を算出・可視化した.また, 現在は単相流で流体解析を行い,計算の効率化を試み ている.プログラムの妥当性は現在検証段階である. 参考文献

- 1) 中尾尚史,糸永航,松田良平,伊津野和行,小林紘士:基本的な断面形状の橋梁に作用する津波外力に関する実験的研究,土木学会論文集A2(応用力学),Vol.67,No.2(応用力学論文集 Vol.14),I_481-I_491,2011.
- 川崎浩司,山口聡,袴田充哉,水谷法美,宮島正悟:段波 と矩形物体の衝突・漂流過程における作用波圧特性,土木 学会海岸工学論文集,第53巻,pp.786-790,2006.
- 3)田中聖三,堀宗朗,市村強,宮村倫司,Maddegedra L.L.
 Wijerathne:津波力による構造物の破壊解析,計算工学論文 集,Vol.17,2012.
- 4) 桜庭雅明, 弘崎聡, 樫山和男:自由表面流れ解析のための CIVA/VOF法に基づく高精度界面捕捉法の構築,応用力学 論文集, VOI.6, pp.215-222, 2003.