

AMR法を用いたCIP法による音場解析

中央大学	学生会員	吉町 徹
清水建設(株)	正会員	谷川 将規
中央大学大学院	学生会員	江嶋 孝
中央大学	正会員	櫻山 和男

1. はじめに

近年、コンピュータのハードウェアの進歩により波動音響理論に基づく高精度な音場解析手法が提案されている。数値シミュレーションの計算精度はメッシュの細かさに依存するが、音波は考慮すべき周波数の範囲が広いため非常に細かいメッシュを必要とし、計算負荷が膨大となってしまふ。

著者ら¹⁾は広域の波動音響解析を高精度かつ合理的に行うため、計算メッシュの動的な粗密付けが可能なAMR(Adaptive Mesh Refinement: 解適合格子)法を導入し、音場解析手法にはCIP法²⁾を用いた手法を構築した。

本論文では本手法の妥当性を検討するために既往の手法³⁾との比較を行った。

2. 解析アルゴリズム

(1) CIP法

a) 支配方程式と特性線法

空気中の波動伝播は運動方程式(1)、と連続式(2)で表され、1次元の場合は以下のようになる⁴⁾。

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho c^2 \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

ここで、 p は音圧 [Pa]、 u は粒子速度 [m/s]、 ρ は空気の密度 [kg/m²]である。式(1)に音速 c [m/s]を掛け、式(2)との和と差を作ると

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c u + p) + c \frac{\partial}{\partial x}(\rho c u + p) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c u - p) - c \frac{\partial}{\partial x}(\rho c u - p) = 0 \quad (4)$$

のようになる⁵⁾。

式(3)は $\rho c u + p$ が正方向に、式(4)は $\rho c u - p$ が負方向にそれぞれ速さ c で伝播する移流方程式であり、図-1のように、 $\rho c u + p$ 、 $\rho c u - p$ を特性曲線に沿って移流させることにより次ステップの値を算出する。

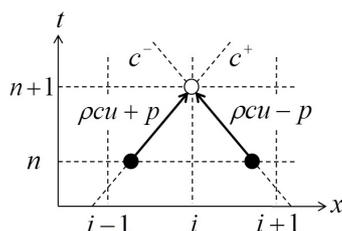


図-1 特性曲線

b) CIP補間

CIP法は特性曲線に沿って物理量を移流させる移流方程式の高精度の解法であり、移流させる物理量を求める際には微分値も用いたCIP補間と呼ばれる補間を行う。勾配も移流させる事により数値分散が起りにくく、メッシュ間のプロファイルを比較的良好に維持することができる。式(3),(4)の両辺を x で微分した式(5),(6)も移流方程式を満たす⁴⁾。

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial x}(\rho c u + p) + c \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x}(\rho c u + p) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial x}(\rho c u - p) - c \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x}(\rho c u - p) = 0 \quad (6)$$

3次多項式の未知数決定には、格子点における $\rho c u + p$ 、 $\rho c u - p$ に加え $\partial(\rho c u + p)/\partial x$ 、 $\partial(\rho c u - p)/\partial x$ を用いる。

(2) AMR法

本解析手法は、NASAのオープンソースでAMR法のサブルーチンパッケージであるPARAMESH⁶⁾をベースとしており、図-2に示すようにPARAMESHが担う部分と、ユーザが実装する部分により構成される。PARAMESHの機能としては、MPIに基づく並列計算の処理、AMRに関する格子の分割・結合及び格子間のデータの授受等があり、そこにCIP法による音場計算、初期条件、境界条件等を組み合わせることによりシステムの構築を行っている。

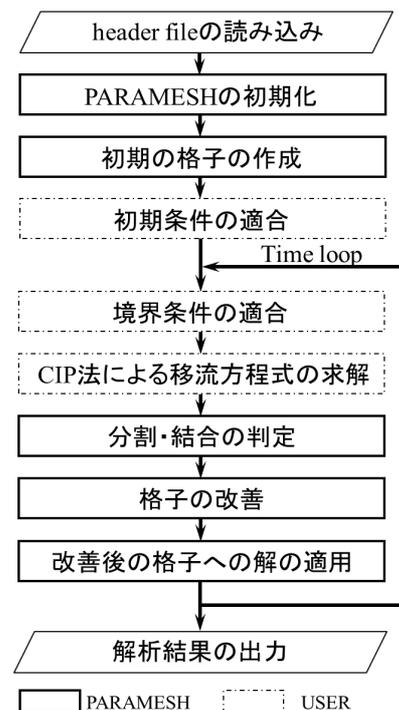


図-2 フローチャート

KeyWords: AMR法, CIP法, 波動音響理論

連絡先: 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 E-mail: yoshimachi@civil.chuo-u.ac.jp

3. 数値解析例

数値解析例として遮音壁を有する3次元音場問題を取りあげ回折減衰の計算精度を検証する。

(1) 解析条件

解析領域は図-3に示すものであり、空間離散化幅を0.0625m、時間離散化幅は0.0827ms(CFL=0.45)、音源を図の位置に設定する。

$$p(r) = \exp\left\{-\left(\frac{r}{d}\right)^2\right\} \quad (7)$$

初期の音圧分布は式(7)のGauss分布、 r は音源点からの距離を表し、境界条件は遮音壁のみ完全反射、その他は自由境界として計算を行う。 d は音源の幅を与える定数であり0.735mとする。媒質密度 ρ は1.205kg/m²、音速 c は340.0m/s。また、音圧の回折減衰量を求めるために遮音壁を除いた条件での計算も行う。

(2) 解析結果

図-4にyz断面での $t=0$ msと $t=30$ msにおける音圧分布とメッシュの可視化結果を示す。遮音壁での回折現象が再現されている事、音波の到来に合わせてメッシュの粗密が付けられていることが確認できる。

また、回折減衰量の周波数別の精度を検証するため、FFT(Fast Fourier Transform)によるスペクトル分析を行い、以下の前川チャートの近似式との比較を行った。

$$\Delta L = \begin{cases} 10 \log(10)N + 13 & \dots (N \geq 1) \\ 5 \pm \frac{8}{\sinh^{-1} 1} \sinh^{-1}(N^{0.485}) & \dots (-0.324 \leq N < 1) \end{cases}$$

ここで、 ΔL は音圧レベルの回折減衰量、 N はフレネル数を表す。図-5に遮音壁有り、無しそれぞれの受音点でのスペクトル図、図-6に本手法と前川チャートの周波数別の回折減衰量を示す。

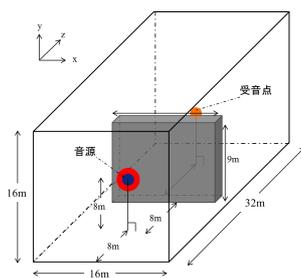


図-3 解析領域

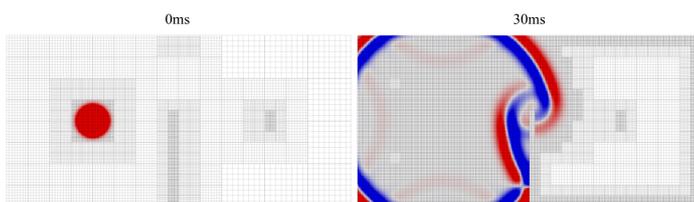


図-4 $t=0$ ms(上図)と $t=30$ ms(下図)における音圧分布とメッシュの可視化結果

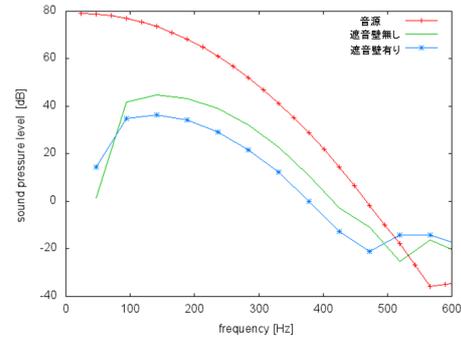


図-5 音源と遮音壁有り、無しの受音点でのスペクトル図

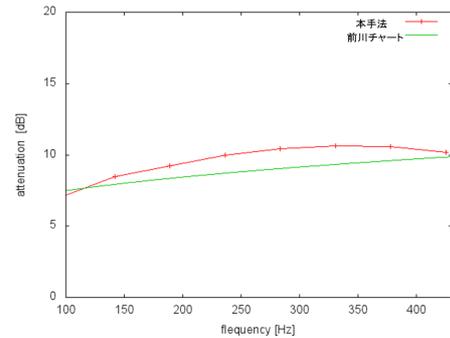


図-6 周波数別の本手法と前川チャートの回折減衰量

図-5、図-6から、周波数が高くなるにつれて回折減衰量が増加し、またその値も前川チャートと良い一致を示している事が確認できる。

4. おわりに

本論文では、AMR法を用いたCIP法による広域の音場解析手法の妥当性の検討を目的とし、遮音壁を有する3次元音場問題への適用例を通して以下の結論を得た。

- 現象の変化に応じて時々刻々と合理的にメッシュの粗密付けが行われていることを確認し、本手法の有効性を示すことができた。
- FFTによる周波数分析を行い、周波数別に前川チャートの近似式と比較した結果、両者の回折減衰量は良い一致を示した。

今後の課題として、より定量的な精度検証、移動音源を用いた道路交通騒音問題への適用を検討していく予定である。

参考文献

- 1) 守屋陽平・谷川将規・榎山和男:AMR法を用いたCIP法による音場解析, 土木学会論文集 A2, (応用力学論文集), Vol.16, I-195-202, 2013.
- 2) 矢部孝, 内海隆行, 尾形陽一: CIP法 原子から宇宙までを解くマルチスケール解法, 森北出版, 2007.
- 3) 藤原 恭司, 尾本 章: 前川チャートについて, 日本音響学会誌 47(5), 348-350, 1991-05-01.
- 4) 太刀岡勇気, 安田洋介, 佐久間哲哉: CIP法による時間領域音場解析 FDTD法との比較, 日本音響学会建築音響研究会講演論文集(秋), pp.979-982, 2007. 9.
- 5) 日本音響学会(編): 音環境の数値シミュレーション 波動音響解析の技法と応用, 丸善出版, 2011.
- 6) PARAMESH ホームページ: http://www.physics.drexel.edu/~olson/paramesh-doc/Users_manual/amr.html