

2次元時間領域境界要素法を用いた高調波のシミュレーションおよびそのバイスペクトル解析

群馬大学

学生会員

○金井翔平

群馬大学理工学研究院

正会員

斎藤隆泰

1. はじめに

近年、非線形超音波法¹⁾が注目を集めている。非線形超音波法とは、大振幅超音波を微視欠陥に入射させ、き裂の開閉口等を引き起こすことで得られる超音波の非線形性を用いて欠陥を検出する方法である。その際、入射超音波の中心周波数の整数倍の周波数成分を含む高調波、分数倍の周波数成分を含む分調波を利用するが、それらの発生機構は十分に解明されているとは言えない。そのため、非線形超音波法の定量化には、高調波・分調波の発生機構を理論的に解明することが重要である。本研究では、2次元時間領域境界要素法²⁾を用いて高調波のシミュレーションを行う。そして、得られた波形のバイスペクトル解析を行うことで、波形歪みの要因となる非線形性を抽出することを行う。以下では、それらの手順の概要と、解析結果の一例を示す。

2. 解析モデル

図1のような異種材料接合部における入射超音波の反射、透過、散乱問題について考える。領域 D^I から入射する超音波は、界面 S^I, S^{II} および長さ l_d を持つ不完全結合部 d (以下、単にき裂と呼ぶ) により反射、散乱され、一部は、透過波として、領域 D^{II} を伝搬する。このときの大振幅入射超音波とき裂面の動的相互作用が起因となり、高調波や分調波が発生すると考えられる。この非線形性は、超音波波形における波形歪として現れる。ここでは、き裂に対し、後に説明する接触境界条件を与えることで、解くべき問題を境界非線形問題へと帰着させ、透過波の時刻歴波形を求めることとする。ただし、媒質は線形弾性体として扱う。き裂面に与える接触境界条件は、き裂面の応力状態等により決定される。そのため、数値解析上では、接触境界条件は時間と共に変動することとなる。

3. 時間領域境界要素法

本研究では、高調波シミュレーションのために、時間領域境界要素法を用いる。この問題における領域 D^I, D^{II} に対する時間領域境界積分方程式はそれぞれ次式で表される。

$$C_{ij}^I(\mathbf{x})u_j^I(\mathbf{x}, t) = u_i^{\text{in}}(\mathbf{x}, t) + \int_{S^I} U_{ij}^I(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) * t_j^I(\mathbf{y}, t) dS_y - \int_{S^I} T_{ij}^I(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) * u_j^I(\mathbf{y}, t) dS_y \quad (1)$$

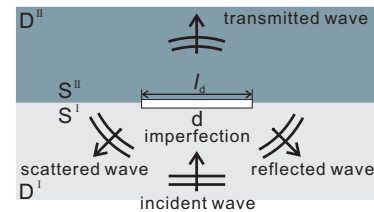


図1 Nonlinear analysis model.

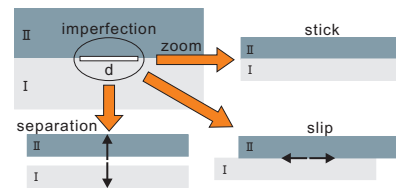


図2 Contact boundary conditions.

$$C_{ij}^{II}(\mathbf{x})u_j^{II}(\mathbf{x}, t) = \int_{S^{II}} U_{ij}^{II}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) * t_j^{II}(\mathbf{y}, t) dS_y - \int_{S^{II}} T_{ij}^{II}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) * u_j^{II}(\mathbf{y}, t) dS_y \quad (2)$$

ここで、それぞれの領域における接合界面を S^I, S^{II} とし、各領域における変位 u_i や表面力 t_i 等の物理量を右上添字 I, II を用いて表している。また、 $u_i^{\text{in}}(\mathbf{x}, t)$ は入射波、 $C_{ij}(\mathbf{x})$ は点 $\mathbf{x}$ における境界形状に依存する自由項である。また、 $U_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t)$ および $T_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t)$ はそれぞれ時間領域面内波動問題における基本解および対応する二重層核、* は時間に関する畳込み積分を表す。式(1), (2)を時間と空間に関して離散化し、接触境界条件を考慮することにより、境界 S^I, S^{II} 上の変位や表面力を求めることができる。

4. 接触境界条件

向かい合う境界 S^I, S^{II} の接合界面が、全ての時間帯において、完全に結合されている場合、接触界面における境界条件は、次のように表される。

$$u_1^I = u_1^{II}, u_2^I = u_2^{II} \\ t_1^I = -t_1^{II}, t_2^I = -t_2^{II} \quad (3)$$

一方、き裂部においては、図2のような stick, slip, separation の3つの接合状態を考慮する。

stick 状態を、図2右上のように向かい合う界面が接触し、固着している状態として定義する。完全結合状態との違いは、stick 状態が水平方向変位の不連続状態も許容している点にある。これより、stick 状態において規定される接触境界条件は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} [\dot{u}_1] &= 0, u_2^I = u_2^{II} \\ t_1^I &= -t_1^{II}, t_2^I = -t_2^{II} \end{aligned} \quad (4)$$

ここで, $[\dot{u}_i]$ は $[\dot{u}_i] = \partial[u_i]/\partial t$ で表される相対速度であり, $[u_i]$ は, 向かい合う境界における i 方向の相対変位を示している.

次に, slip 状態を, 図 2 右下のように水平方向滑りを許容した状態として定義する. slip 状態も, stick 状態と同様, 向かい合う界面が接触しているため, いずれの方向についても表面力は連続である. しかしながら, 水平方向は滑りを許容しているため, 摩擦力を考慮せねばならない. これより, slip 状態における接触境界条件は次のように与えられる.

$$\begin{aligned} u_2^I &= u_2^{II} \\ t_1^I &= -t_1^{II}, t_2^I = -t_2^{II} \\ t_1^I &= \text{sgn}[\dot{u}_1]\mu_d|t_N| \end{aligned} \quad (5)$$

ただし, μ_d は動摩擦係数, t_N は垂直抗力, sgn は符号関数を表している.

一方, separation 状態は, 界面が非接触な状態であるとして定義する. そのため, 向かい合う界面は, 図 2 左下のような, 開口状態となる. これより, separation 状態における接触境界条件は次のように与えられる.

$$t_1^I = t_1^{II} = 0, t_2^I = t_2^{II} = 0 \quad (6)$$

き裂部 d における接触境界条件は, 各時刻において, stick, slip, separation のいずれかの状態を取り得る. ある状態から別の状態へと接触境界条件が遷移する条件は, 例えば, 文献²⁾を参照されたい. 最終的に式 (1), (2) を接触境界条件を考慮し連立し, 解くことで, 超音波波形を求めることができる.

5. バイスペクトル解析の適用

式 (1), (2) を解くことにより得られた超音波波形には, 非線形性が含まれている. しかしながら, 非線形効果の程度によっては, 得られた波形に含まれる非線形性を十分に検出できない可能性もある. そこで, 本研究では, 波形に含まれる僅かな非線形性を高精度に抽出するために, バイスペクトル解析を利用する. バイスペクトル解析を用いれば, 各周波数の相互間の性質を見ることができ, 中心周波数に対する高調波や分調波の相関を得ることができる. 一般に, バイスペクトル $B(f_1, f_2)$ (ただし, f_1, f_2 は周波数を表す) とは時間遅れ τ_1, τ_2 を用いた三次相関 $R(\tau_1, \tau_2)$ のフーリエ変換として定義される. その詳細については, 例えば, 文献³⁾等を参照されたい.

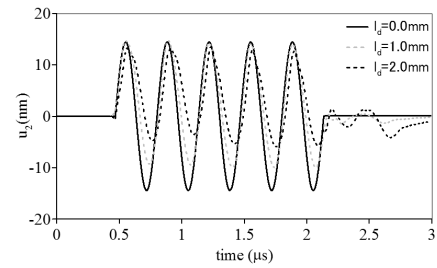


図 3 Transmitted waves through the cracks.

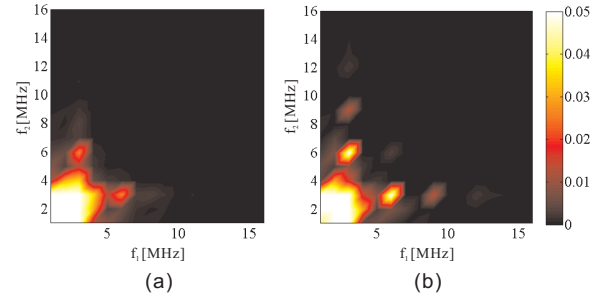


図 4 Bispectrum of transmitted waves through the cracks.
(a) $l_d = 1\text{mm}$ (b) $l_d = 2\text{mm}$

6. 数値解析例

数値解析例を示す. 入射波を中心周波数 3MHz の正弦波 5 波 (垂直入射) とし, 図 1 の問題を 3 節で説明した時間領域境界要素法で解析した. 図 3 は, 図 1 のき裂上方で得られた透過波の時刻歴波形を示している. ただし, き裂長さ l_d は, $l_d = 0, 1, 2\text{mm}$ と変化させている. き裂が存在しない場合, すなわち実線で表された波形に対し, き裂が存在する場合 (点線) のものは, 波形が歪んでいることが見て取れる. 一方, 図 3 に示されたき裂長さ $l_d = 1, 2\text{mm}$ の場合の時刻歴波形に対して, バイスペクトル解析を行った結果をそれぞれ図 4 (a), (b) に示す. バイスペクトルの性質より, 図 4 の右下および左上領域は対称になっていることに注意されたい. 中心周波数は 3MHz であるから, 縦-横軸それぞれ 3MHz を示す箇所のバイスペクトルは大きな値を示している. 一方, 中心周波数 3MHz とその 2 次高調波成分である 6MHz を示す箇所のバイスペクトルは大きな値を示しており, 基本波に対する 2 次高調波成分を検出できていることがわかる.

7. まとめと今後の課題

2 次元時間領域境界要素法を用いた高調波のシミュレーションを行った. また, 得られた波形に対するバイスペクトル解析を行うことで, 非線形性を抽出することができた.

今後は, 3 次元解析への拡張を行い, 引き続き, 高調波や分調波のシミュレーションを行いつつ, バイスペクトル解析の有用性について詳細に検討する予定である.

参考文献

- 1) 非破壊検査, 検査と材料評価, 特集 非線形超音波法による非破壊検査・評価, vol.56, No.6, 社) 日本非破壊検査協会 (2007)
- 2) 斎藤隆泰・古田雄輔・廣瀬壮一・中畑和之: 2 次元動弾性演算子積分時間領域境界要素法を用いた非線形超音波法における高調波の励起シミュレーション, 土木学会論文集 A2 (応用力学), Vol. 67, No.2, pp.161-169(2011)
- 3) 日野幹雄: スペクトル解析 (1977) 朝倉書店