LESを用いた立方体周辺気流解析におけるメッシュの影響

1. はじめに

近年,都市部では人口・産業の集積や建物の高密度化・高 層化等によって,ビル風,ヒートアイランド現象,汚染物質 の拡散等の各種大気環境問題が顕在化してきている.

現在,これらの現象を理解,把握するための方法として 数値解析的アプローチが盛んに用いられている.既往の計 算の多くは,差分法に基づく構造メッシュが使用されてい るが,複雑な幾何形状を有する問題には非構造メッシュが 有効と思われる.

そこで本研究では数値解析手法として,非構造メッシュ への適用を前提とした安定化有限要素法¹⁾を用い,メッ シュパターンの差異が計算結果に及ぼす影響について検討 を行った.具体的には,自由度がほぼ等しい構造メッシュ と非構造メッシュ,自由度の大きい非構造メッシュの3種 類を用いた.なお,支配方程式にはLES(Smagorinsky モ デル²⁾)に基づく Navier-Stokes 方程式を用い,解析例とし て立方体周辺気流解析問題を取り上げ,既存の実験³⁾⁴⁾及 び解析結果³⁾⁴⁾ との比較を行った.

2. 数值解析手法

(1) 基礎方程式

等温場における非圧縮性粘性流体を考える.そのとき, フィルタリングおよび無次元化を施した,Grid Scale(GS) の運動方程式,連続式はそれぞれ式(1),(2)で表される. 運動方程式;

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \overline{u}_j \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} \\ - \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = 0 \qquad (1)$$

連続式;

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_i} = 0 \tag{2}$$

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u}_i \overline{u}_j \tag{3}$$

ここで, \overline{u}_i , \overline{p} はそれぞれフィルタリングを施した流速,圧 力である. $Re(=UL/\nu)$ は Reynolds 数である.但し,Uは代表流速,Lは代表長さ, ν は動粘性係数をそれぞれ表し ている.また, τ_{ij} は Sub Grid Scale(SGS)応力を表す. 格子で捉えきれない SGS の乱れによる GS の流れ場への影 響は, τ_{ij} を通じて GS の運動方程式に組み込まれる.SGS 応力 τ_{ij} に対するモデル化には LES(Smagorinsky モデル) を用いる.また,Smagorinsky モデルでは壁面での SGS 応 力が 0 とならないため, van Driest の壁面減衰関数⁵⁾ f_s を 用いて補正を行う.

中央大学	学生員	堀池	慎治
中央大学	正会員	樫山	和男

(2) 境界条件

Dirichlet 型, Neumann 型の境界条件は,式(1),(2) に 対して式(4),(5)のように与えられる.

$$\overline{u}_i = g_i \quad \text{on} \quad \Gamma_{\rm g} \tag{4}$$

$$\left\{-\overline{p}\delta_{ij} + 2(\frac{1}{Re} + \nu_{SGS})\overline{S}_{ij}\right\}n_j = k_i \quad \text{on} \quad \Gamma_k \qquad (5)$$

ここで, g_i , k_i はそれぞれ流速,トラクションの既知量, n_j は外向き単位法線ベクトルを表す.

(3) 離散化手法

基礎方程式(1),(2)に対して、SUPG/PSPG法に基づく 安定化有限要素法¹⁾を用い空間方向の離散化を行い、時間方 向の離散化には Crank – Nikolson 法を用いる.移流項にお ける移流速度 \overline{u}_i は 2 次精度 Adams – Bashforth 法により 近似し、連立 1 次方程式の解法には、Element-by-Element Bi-CGSTAB2 法を用いた.

3. 数値解析例

等温場の複雑乱流場におけるメッシュの影響による比 較を行うため,立方体周辺気流解析を行い,既存の実験値 ³⁾⁴⁾および数値解析解³⁾⁴⁾との比較を行った.

(1) 解析条件

図 - 1 に解析領域,表 - 1 に境界条件を示す. Reynolds 数は84000,微小時間増分量は 1.0×10^{-3} ,Smagorinsky定 数は村上らの数値解析³⁾を参考とし0.12とした.また,流 速の測定地点は図 - 2に示すように,立方体中心の底面を原 点として,LineAはx = 0.2L, $y = 1.0L \sim 1.5L$,z = 0.0L, LineBはx = 1.0L, $y = 0.0L \sim 1.5L$,z = 0.0L, LineCはx = 1.0L,y = 0.1L, $z = -0.25L \sim 1.0L$ とし,流速uの 時間平均(無次元時間70~100)を測定した.



流入境界	$\overline{u}=y^{1/4}$, $\overline{v}=\overline{w}=0.0$	
流出境界	自由流出境界	
側面,上端面	slip 条件	
底面 , 立方体壁面	linear-1/7 power law 型 2 層モデル ⁶⁾	



図-2 立方体周辺拡大図



図-3 構造メッシュ [Mesh1]



図-4 非構造メッシュ [Mesh2]



図-5 非構造メッシュ [Mesh3]

	最小メッシュ幅	節点数	要素数
Mesh1	1.74×10^{-2}	104630	582696
Mesh2	1.06×10^{-2}	95627	542824
Mesh3	1.06×10^{-2}	373047	2186415

表-2 解析メッシュ data

図 - 3~5 に本解析で用いたメッシュの地表面 (y=0.0), 立方体周辺拡大図,表 - 2 にメッシュの data を示す. Mesh1 は x, y, z 方向にそれぞれ 63 × 34 × 48 に不等 分割した構造メッシュ, Mesh2, Mesh3 はそれぞれ非構造 メッシュである.

(2) 解析結果

図 - 6 に 図 - 2 における LineA, B, C 上での流速の時 間平均分布の比較を示す.

まず,自由度がほぼ同じである構造メッシュの Mesh1 と 非構造メッシュの Mesh2 での比較を行う.図より,LineA では Mesh2 に多少の乱れが見られるが,大きな差異はみら れず,LineB,LineC では Mesh2 の解析結果が既存の解析 結果とより良い一致を示し,解析領域周辺に密な要素分割



を用いる非構造メッシュの有効性が確認できる.

次に,非構造メッシュにおけるメッシュ細分化の影響に ついて考察を行うために,Mesh2とMesh3による比較を行 う.LineAでは大きな差異がみられないが,LineB,LineC において,Mesh2の解析結果での数値振動がMesh3では抑 えられ,風洞実験や既存の解析結果と比較的良い一致を示 し,メッシュの細かいMesh3の有効性が確認できる.

4. おわりに

本報告では,立方体周辺気流解析問題において LES に基 づく安定化有限要素法を適用し,メッシュが解に与える影 響について検討した.その結果,以下の結論を得た.

- ほぼ自由度が同じ構造メッシュの Mesh1 と非構造 メッシュの Mesh2 の比較では, LineB, LineC にお いて非構造メッシュの有効性が確認できた.
- 非構造メッシュで解像度の異なる Mesh2 と Mesh3
 での比較では, LineB, LineC においてメッシュの細かい Mesh3 の有効性が確認できた.

今後の課題として,形状が複雑な問題への適用,熱収支 を考慮した解析が挙げられる.

参考文献

- T.E.Tezduyar:Stablized finite element formulations for incompressible flow computations , Advance in Applied Mechanics , 28, pp.1-44, 1992.
- J.Smagorinsky:General Circulation experiments with the primitive equations I. the basic experiment, Monthly Weather Review, 91, pp.99-164, 1963.
- 3) 村上周三, 持田灯, 林吉彦: 立方体周辺の非等方乱流場の再現 に関する *k* - *e*, ASM, LES と風洞実験の比較, 東京大学生産 技術研究所所報, 43(1), pp.27-35, 1991.
- 4) 持田灯,村上周三,林吉彦:立方体モデル周辺の非等方乱流場
 に関する k e モデルと LES の比較,日本建築学会計画系論
 文集,第 423 号, pp.23-31, 1991.5
- 5) E.R.Van Driest:On turbulent flow near a wall, J.Aeronautical Science, 23, pp.1007-1011, 1956.
- 6) H.Werner and H.Wengle:Large-eddy simulation of turbulent flow over and around acube in a plate channel, 8th Symp. On Turbulent Shear Flows, pp.155-168, 1993.