

四分木構造格子を導入した河道と氾濫原の一体的解析法の適用性に関する検討

新潟大学災害・復興科学研究所 正員 安田 浩保
 新潟大学大学院自然科学研究科 学生員 星野 剛
 新潟大学大学院自然科学研究科 学生員○西家 健宏

1. はじめに

2011年3月に発生した東北地方太平洋沖地震津波の河川遡上に伴う氾濫、同年7月の新潟福島豪雨における超過洪水、同年秋からの長期にわたるタイ国の洪水氾濫などの大規模水害は、既往の氾濫解析技術の課題点を浮き彫りとした。上記3水害では複数の破堤点からの越流や、氾濫原から河道への流入するという現象が共通して確認され、その被害予測が可能な技術が求められている。この要求は河道と氾濫原を両者とも平面2次元解析によって扱うことで満足されるが、氾濫現象に支配的な影響を与える河道や堤防などの構造物の形状を十分に解析に反映するためには、計算領域全体で細分化された格子を用いざるを得ず、上述した3水害のように川幅に対して広大な浸水域を有する現象の解析には多大な計算負荷が要求されることが容易に想像される。

本研究ではこの課題に対し、解析格子に四分木構造格子¹⁾を導入した氾濫解析手法を提案し課題の解決を図る。四分木構造格子とは、基本となる格子サイズを必要箇所のみ局所的に4の冪乗で分割する格子構成である。この格子構成の導入により解析領域内で能動的な格子サイズの制御が可能となり、必要とされる精度と解析速度を両立する手法が実現される。また、高い規則性を有する格子構成であり、著者らの開発した自動生成法¹⁾により簡便な自動処理によって格子を生成することも利点の1つである。これまで水路実験及び実河川の再現計算により、四分木構造格子を用いた数値解法の妥当性を検証¹⁾してきた。本研究では、まず、その妥当性のさらなる裏付けのため、格子構成が有する打ち切り誤差の定量的評価を行った。次に、流下型洪水氾濫の再現計算を行うことで本モデルの実現象への適用性を示す。

2. 四分木構造格子が有する打ち切り誤差の評価

四分木構造格子は直交座標系を基礎とするもので、局所的に離散間隔が異なることが特徴である。ここでは四分木構造格子が有する打ち切り誤差の評価式を導出するとともに、数値実験によりその定量評価を行う。

(1) 打ち切り誤差の導出

四分木構造格子には、着目する格子の風上側に格子の辺長が小さい格子が接続するケース (Sumup) と、格子辺長が大きい格子が接続するケース (Split) が存在し、それぞれ異なった打ち切り誤差を生じさせる。ここでは、それぞれのケースの打ち切り誤差の評価式を導出する。

まず、図-1(a)に示したsumupのケースにおいて、流下方向における空間的な微分項の差分化について考える。図-1(a)中の三角で示した計算点において、空間的な微分項は f を物理量とすると、 f_1 と f_2 及び Δx から求められる。

$$f_x = \frac{f_2 - f_1}{\Delta x} \quad (1)$$

この時、 f_1 は図中白丸で示した $f_{11} \sim f_{14}$ の4点の物理量を算術平均した値であり、 $f_{11} \sim f_{14}$ および f_2 をTaylor展開して式(1)に代入すると打ち切り誤差として

$$T_x = -\frac{1}{32}[\Delta x^2 f_{xx} + \Delta y^2 f_{yy}] \quad (2)$$

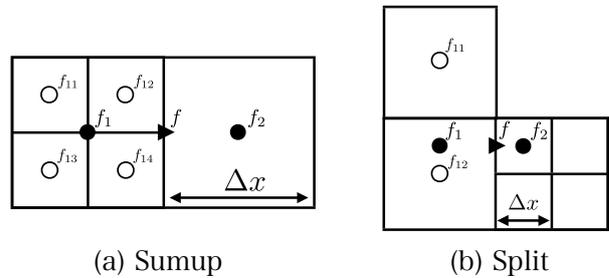


図-1 計算点配置

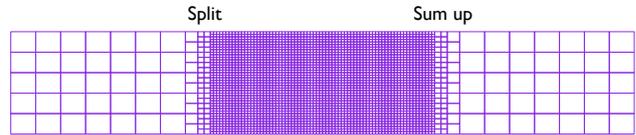


図-2 直線水路の格子構成

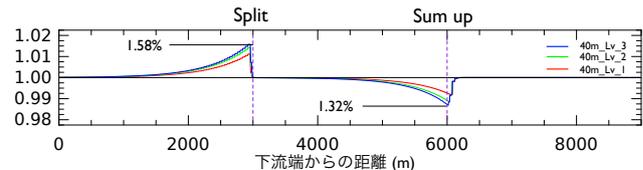


図-3 直線水路の数値実験結果

が得られる。次に、図-1(b)に示したsplitのケースにおける誤差項を導出する。 f_1 を f_{11} と f_{12} から線形補間により求めることに注意すると、誤差項として

$$T_x = -\frac{1}{4} \Delta x f_{xx} \quad (3)$$

が得られる。ただし、ここで得られた式(2),(3)は四分木構造格子が有する打ち切り誤差のうち、長波において支配的となる圧力項の差分化に伴い生じる誤差に対応する評価式である。

式(2),(3)より、四分木構造格子が有する打ち切り誤差は誤差を集中させる物理量の負の拡散項の形で生じることが分かる。このことから、 f_{xx} が大きくなる箇所において、格子サイズの変化点SumupとSplitを避ける格子配置にすることが注意点として挙げられる。

(2) 格子サイズの変化点に着目した数値実験

次に、SumupとSplitが解にもたらす影響の程度を調べるため、数値実験を行った。

a) 実験条件

実験水路は全長9000m、全幅200m、水路勾配が1/1000、粗度係数0.02を想定し、水理条件は上流端には2000m³/s、下流端にはその等流水深を与えた。格子構成には基本となる格子辺長を40mとし、SumupとSplitにおいて格子辺長が1~3段階変化する3種類の格子構成を用いた。四分木構造格子は、基本となる格子辺長を細分化する対象に向かって格子面積を1/4¹、1/4²、1/4³と順に小さくしている。以降は、領域中の最大格子辺長

と乗乗の値によって例えば図-2のような格子構成を40m_Lv3などと表記する。これに則ると、本数値実験で用いた3種の格子構成は40m_Lv3, 40m_Lv2, 40m_Lv1と表記される。

b) 実験結果

実験結果を図-3に縦断的な無次元水深として示す。理論値からのずれは40m_Lv3の結果がSplitにおいて最大1.58%を示すにとどまり、当流条件においては良好な解が得られることが示された。不等流性や非定常性の強い現象に関する検証の余地は残るものの、津波や洪水波などの長波に対しては十分許容出来る誤差であることが推測できる。

3. 実現象への適用

四分木構造格子は局所的な高解像度化が可能であり、効率的な格子構成である。ここでは、2011年の新潟・福島豪雨に伴い発生した流下型氾濫が対象とした再現計算を行い、四分木構造格子を用いた氾濫解析法の実現象における再現性と演算効率について検証する。

(1) 計算条件

図-4に解析に用いた格子図を示す。河道とその周辺を5m, 氾濫原を10m, 20mとする四分木構造格子を構成して、計算格子として用いた。この領域内の平均的な川幅は45m程度であり、河道内の地形は矩形格子ながら横断方向に9個程度の格子によって分割されていると判断できる。図-4では可視化の都合上、実際に用いた格子辺長の5倍の計算格子を掲載した。

図-4中右下の上流端には2011年新潟・福島豪雨で観測された流量ハイドロを、図中左の下流端には等流水深をそれぞれ境界条件として与えた。

(2) 解析結果

a) 浸水域の再現性

解析結果を図-5に水深のコンターで示す。実線で囲まれた浸水実績と解析された浸水域を比較すると全体に良好な再現性を示していることが分かる。

b) 氾濫流出量

図-6には図-5中の白丸P1~P3で示した地点からの流出量の時間的な分布を示した。緑線で示した領域全体を20mで分割した結果は、赤線で示した領域中を全て5mで分割した結果から100%以上過大評価していることが分かる。これは20mの格子では堤防の標高を適切に解析に反映されなかったことが要因として挙げられる。一方で青で示した20m_Lv2の結果は領域全体を5mで細分化した結果と極めて近い値を示す。このことから、河道周辺の標高を適切に解析に反映させることの重要性が伺える。

(3) 格子数及びCPU時間の削減率

上述した20m_Lv2の格子構成の他に、10m_Lv1と40m_Lv3の2ケースの格子構成により計算を行い、計算負荷の削減傾向を調べた。図-7には、それぞれの格子構成の格子数とCPU時間の、全て5mで計算した場合からの削減率を示した。河道と氾濫原で格子サイズを使い分けることで格子数は10m_Lv1で70%程度、40m_Lv3では90%近く削減されている。この削減傾向は、対象とすべき領域が広くなり、相対的に川幅が小さくなるにつれてより顕著に計算負荷の削減傾向が現れると考えられる。

4. まとめ

四分木構造格子を導入した氾濫解析手法を提案し、四分木構造格子が有する打ち切り誤差の考察と、解への影響を検証した。また、本手法を実現象に適用し、その再現性を示すとともに、格子の削減傾向を定量的に評価した。その結果、本解析手法が氾濫解析において良好な再現性を有すること、また、全てを単一サイズの格子で計算する場合と比べて少なくとも70%以上CPU時間を削減することが分かった。この削減傾向は川幅に対して解析

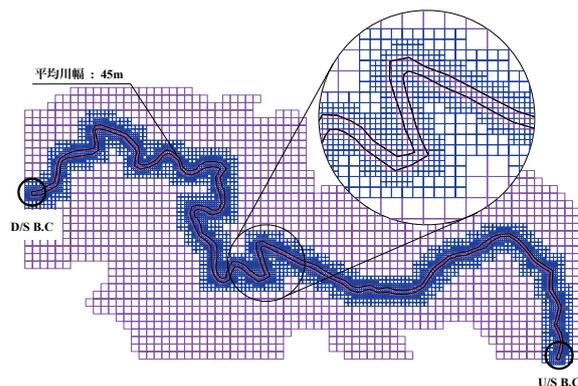


図-4 塩谷川流域の格子構成

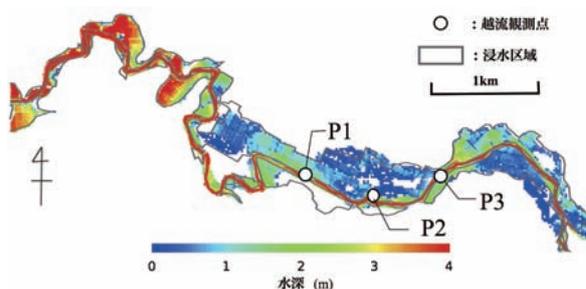


図-5 最大浸水域となる時刻の水深分布 (20m_Lv2)

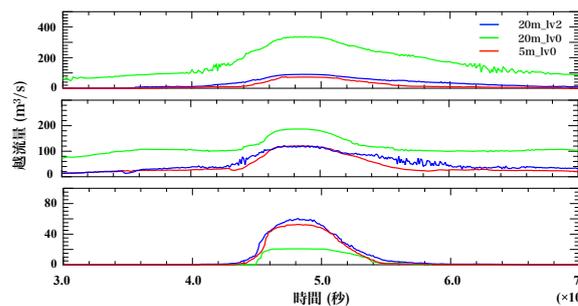


図-6 越流量比較

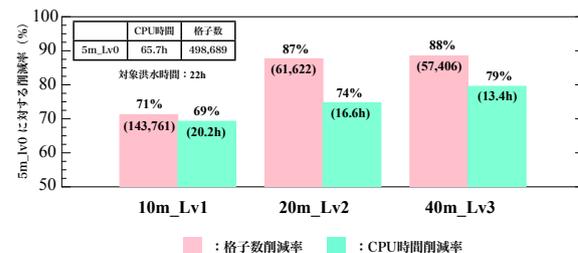


図-7 計算負荷の削減率

領域が広大となる解析においてより顕著となると考えられ、本論文で示した平均川幅が数十m, 浸水面積が数十km²規模の水害だけでなく、平均川幅200mの河道に対して18,000km²に及ぶ浸水面積を生じた2011年のタイ国チャオプラヤ川における氾濫のような大規模水害にも対応し得る手法といえる。

河道と氾濫原を一体的に解析することで従来のモデルが有する越流現象の取り扱いに関する課題を解決し、また、局所的な高解像度化により解析の精度と速度を両立した本手法は、多様なスケールと氾濫形態に適用可能な手法である。

参考文献

- 安田浩保, 星野剛: 四分木構造格子による局所的な高解像度格子を導入した浅水流方程式の数値解法, 土木学会論文集, Vol.67, No.2(応用力学論文集 Vol.14), 2011.