## 弾塑性圧密 FE 解析における圧密度と時間係数の関係

(株)オオバ	正会員	○飯沼	孝一
㈱岐阜ソイルコンサルタント	正会員	山田	道男
新日本開発工業㈱	正会員	赤石	勝
東海大学	正会員	杉山	太宏

1. まえがき

設計の実務に市販の圧密 FE 解析プログラムを利用す ることが少なくない. FE 解析プログラムに採用されて いる最近の精緻な土の弾塑性構成式は、実務家である 著者らにとって難解である.また,FE 解析プログラム にその構成式がどのようにコーディングされているか は知ることができない.購入したプログラムの入出力 データのみを理解し、考え方の詳細を十分に理解せず 使用しているのが著者らの実情である.しかし、予期 せぬ過大な圧密沈下量の計算結果に遭遇し, 入力デー タ設定の誤りか?と困惑することがある.新しく市販 の圧密 FE 解析プログラムを購入した場合,一次元圧密 における圧密度と時間係数の関係を調べ, Terzaghiの圧 密理論の適用範囲内のみでプログラムの信頼性を検証 している.しかし、その限られた範囲内でも理論と計 算結果が喰い違うことがある.たとえば,弾塑性構成 式が採用された市販の圧密FE解析プログラムによる一 次元 圧密における 圧密度と時間係数の関係である. ほ とんどの弾塑性構成式には, 圧縮指数が利用されてい る. 非線形応力ひずみ関係を用いているならば, ひず みの圧密度と時間係数の関係が計算される筈であるが, 線形応力ひずみ関係による有効応力に関する圧密度と 時間係数の関係が計算される場合がある. 応力ひずみ 関係が線形か非線形かで、計算される圧密沈下量一時 間関係や過剰間隙圧の経時変化が異なるため、設計時 点で予測した計算結果と実際地盤の挙動との比較で不 具合となる.本研究では、たとえ精緻な土の弾塑性構 成式が採用されても、FE 解析プログラムへのコーディ ングが適切でない場合があることを明らかにする.

# 2. ひずみに関する圧密度 $U_{\varepsilon}$ と有効応力に

**関する圧密度***U*<sub>σ</sub> 一次元圧密におけるひずみに関する圧密度*U*<sub>ε</sub>は, あ る時点での圧密量 $\varepsilon$  (=体積ひずみ)と最終圧密量 $\varepsilon_f$ の 比として定義され次式で表せる<sup>1),2)</sup>.

$$U_{\varepsilon} = \varepsilon / \varepsilon_f \tag{1}$$

この論文では、標準圧密試験のような境界・初期条 件下で粘土供試体内の初期過剰間隙水圧 $u_0$ の分布が深 さ方向に一定の場合で、有効応力に関する圧密度 $U_\sigma$ を 考える.粘土層厚 H で、深さ zにおける時間 t の過剰 間隙水圧u(z,t)とすれば、 $U_\sigma$ は式(2)で表せる <sup>3),4)</sup>.

$$U_{\sigma} = 1 - \frac{1}{H} \int_{0}^{H} \frac{u(z,t)}{u_{0}} dz = 1 - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M^{2}} \exp(-M^{2}T_{v}) \quad (2)$$
$$M = (2m+1)\pi/2$$

一般に,式(2)は下付き添え字なしで平均圧密度 Uとして表示されるが,この論文では両者の差を明確にするため下付き添え字を用いて表す.ひずみに関する圧密度U<sub>s</sub>は,式(3)のように表せる.

$$U_{\varepsilon} = \frac{\log(p_t / p_0)}{\log(p_f / p_0)}$$
(3)

また、線形応力ひずみ関係、すなわち体積圧縮係数  $m_v$ を用いた式(1)のひずみに関する圧密度 $U_{\varepsilon}$ は、式(4) のように表せる.

$$U_{\varepsilon} = \frac{m_{\nu}(p_{t} - p_{0})}{m_{\nu}(p_{f} - p_{0})} = \frac{p_{t} - p_{0}}{p_{f} - p_{0}} = U_{\sigma}$$
(4)

式(4)は見ての通り、式(2)の有効応力に関する圧密度  $U_{\sigma}$ に他ならない.したがって $U_{\sigma} \geq U_{\varepsilon}$ の違いは、応力 ひずみ関係が線形か非線形かに依存する.圧縮指数  $C_{C} = 1.06 (\lambda = 0.434C_{C} = 0.46)$ 、体積比 $f_{0} = 3.64$ 、増加荷 重 $\Delta p = 78.48 kPa (p_{0} = 78.48 kPa) \geq$ して計算した $U_{\sigma} \geq$ 時間係数 $T_{v}$ の関係を図-1に示した.黒丸印で示した $U_{\varepsilon}$ は、同じ時間係数 $T_{v}$ で破線ならびに白丸印の $U_{\sigma}$ よりか なり大きいことが明らかである.

キーワード 一次元圧密, 圧密度, 弾塑性 FE 解析, 圧縮指数 連絡先 〒153-0042 東京都目黒区青葉台 4-4-12 ㈱オオバ TEL 03-3460-6962 E-mail:koichi\_iinuma@k-ohba.co.jp



図-2 CRISP の計算に使用した要素図

## 3. 弾塑性モデルを用いた一次元圧密 FE 解析

#### 3.1 土質定数と解析条件

表-1 に示す土質定数を用いた一次元圧密解析の境界 条件は,

1) 排水面 ; 位置 y=0, 過剰間隙水圧 u=0

2) 非排水面;位置 *y*=*H*, 過剰間隙水圧速度 *∂u* / *∂t* = 0 であり,載荷応力は図-1 と同じである.

3.2 の解析に用いる Britto ら<sup>5)</sup>により作成された FE 解 析プログラム CRISP の要素図を図-2 に示した.変位は 2 次,水圧は 1 次形状関数を用いている. 3.4 で著者ら の FE 解析プログラムによる解析も 10 行 1 列で, y 方向 等距離の要素長を用いているが変位 8 節点,水圧 4 節 点四角形アイソパラメトリック要素である<sup>6)</sup>.

#### 3.2 CRISP による計算結果

CRISP により計算された等時線を図-3 に, 圧密度– 時間係数関係を図-4 に示した. 両図から明らかなよう に $U_{\sigma} \sim T_{v}$ 関係は Terzaghi のそれと一致している. ある 時間係数 $T_{v}$ に対応する $U_{\varepsilon}$ は $U_{\sigma}$ より若干大きいが, 図 -1 に示した $U_{\sigma}$ ,  $U_{\varepsilon} \geq T_{v}$ の関係とは異なる. 計算結



図-4 CRISP による $U_{\sigma}$ ,  $U_{\varepsilon}$ と $T_{v}$ の関係

果の圧密時間を時間係数に変換する際利用した圧密係 数 $c_v = 2.9 \times 10^{-2} (= k / m_v / \gamma_w cm^2 / min)$ である. 弾塑性 FE 解析プログラミングの詳細とその影響は不明である が,  $c_v$ 値の算定に用いた体積圧縮係数  $m_v (= 0.121 cm^2 / kgf = \varepsilon_f (= 0.0966) / dp (= 78.48 kPa))$ に問 題があると考えられる. 上記したように計算では  $\varepsilon_f = 0.0966$ となったが, **表**-1 に示した圧縮指数  $\lambda$  では 圧密量 $\varepsilon_f = 0.0876$ となる筈であり,何故 1.1 倍の圧密 量が計算されるのか明らかでない.

### 3.3 DACSAR による計算結果

飯塚・太田らにより作成された FE 解析プログラム DACSAR<sup>7)</sup>により計算された等時線を図-5 に, 圧密度– 時間係数関係を図-6 に示した. 両図から明らかなよう に,  $U_{\sigma} \sim T_{v}$ 関係は Terzaghi のそれと一致している. あ る時間係数  $T_{v}$ に対応する  $U_{\varepsilon}$ は $U_{\sigma}$ より若干大きいが CRISP の結果と同様, 図-1 の $U_{\sigma}$ ,  $U_{\varepsilon} \geq T_{v}$ の関係とは 異なる. 計算結果の圧密時間を時間係数に変換する際 利用した圧密係数は $c_{v} = 4.0 \times 10^{-2}$ である. DACSAR で は, 節点水圧でなく要素内有効応力が出力されるので 図-5 の横軸は $\sigma'_{v}/u_{0}$ である. 表-1 に示した圧縮指数  $\lambda$ 



による圧密荷重増分 dp に対応する圧密量  $\varepsilon_f = 0.0876$  と なる筈であるが、計算値は $\varepsilon_f = 0.0462$  である. なぜ圧 密量がこのように小さく計算されるのか明らかでない. 弾塑性 FE 解析プログラミングの詳細とその影響は不明 である.著者らの検討の範囲内で入力データの誤りは 認められないが、更なる検討の必要性がある.

## 3.4 Smith の FE プログラム<sup>6)</sup>による計算

Smith の FE プログラムを著者らが変更した土モデル は、非線形であるが弾塑性モデルではない.提案モデ ルと圧密 FE 解析について簡単に記述する.力のつり合 い方程式と圧密方程式は式(5)で表せる.

$$\begin{bmatrix} \underline{K} & \underline{C} \\ \underline{C}^T & \Delta t^* \underline{P} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{d}_1 \\ \underline{u}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{0} & \underline{0} \\ \underline{C}^T & \underline{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{d}_0 \\ \underline{u}_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{F} \\ \underline{0} \end{bmatrix}$$
(5)

ここに,<u>K</u>は剛性マトリックス,<u>C</u>は連成マトリックス,<u>P</u>は透水マトリックス,<u>F</u>は節点外力, $d_1, d_0$ は節点変位, $u_1, u_0$ は節点水圧,下付き添え字1は0の $\Delta t$ 時間後を意味する.

式(5)から得られる節点変位を用いて要素のひずみ成 分<u>*e*</u>を計算し有効応力成分<u>*o*</u>を式(6)から計算する.式



(6)のDには、それぞれ式(7)、(8)で表すKとGを用いた.

$$\underline{\sigma} = \underline{D}^* \underline{\varepsilon} \tag{6}$$

$$K = f_0 \cdot p / \lambda \tag{7}$$

$$G = \beta \cdot K \tag{8}$$

ここに, <u>D</u>は応力ひずみマトリックス,  $\beta = 1.5(1-\nu)/(1+2\nu), \nu$ はポアソン比である.

式(7)の体積弾性係数Kは、平均有効応力pの増加と ともに変化する.また、透水マトリックスPに含まれ る透水係数kも圧密による体積比変化とともに変化す る(式(9)参照).計算では、圧密度2%毎に剛性マトリ ックスと透水マトリックスを修正・変更している.計 算条件の設定次第で体積弾性係数Kと透水係数kを圧 密中一定に保つことも可能である.

圧密中体積弾性係数 K と透水係数 k を一定に保つ場合と圧密とともに変化する場合の一次元圧密解析 3 ケースの結果を図-7 に示した.●印で示した K のみ変化する場合は圧密当初小さな K 値(=4.02)からスタートし、圧密終了時に一定値(K=5.82; K と k が圧密中一定の〇印の場合)に収束するよう設定している.このよ



図-9 提案モデルによる $U_{\sigma}$ と $T_{v}$ の関係

うな設定では、当然のことながら●印の圧密が早く進行し、これらの最終圧密量*ε<sub>f</sub>* (= 0.0876)は式(3)のそれとも一致する.

これに対して, 圧密中  $K \ge k$ の両定数とも変化する 場合を×印で示した. 透水係数 k の変化は図中に示す ように(18.~4.6)\*10<sup>-8</sup>(cm/sec)であり, 一定値 5.9\*10<sup>-8</sup>の 3~0.8 倍である. 透水係数 k は, 圧密中式(9)のように 変化すると設定した.

$$k = k_0 \cdot \exp(-\upsilon/c) \tag{9}$$

ここにvは圧密量, c(=0.065)は定数である.このような設定で×印の結果は○,●印のそれよりもかなり早く圧密が進行するようになる.図-7では3ケースの計算結果の違いがそれほど大きくないように見えるが,供試体底部,非排水面における過剰間隙水圧の経時変化は図-8のようになる.透水係数 k の値が同じ○,● 印の計算結果から,圧密中の体積弾性係数 K の変化は, 圧密量が早期に発生しても過剰間隙水圧の消散は遅れ, その結果は圧密度-時間係数の関係に影響する.

図-9と図-10にそれぞれ $U_{\sigma}$ と $T_{v}$ の関係と $U_{s}$ と $T_{v}$ の 関係を示した. $T_{v}$ に対応する $U_{\varepsilon}$ は $U_{\sigma}$ 図-9の〇,×印 の $U_{\sigma}$ と $T_{v}$ の関係ほぼ一致するが、●印のそれは図-7 に示した過剰間隙水圧挙動から明らかなように若干遅 れる.図-10の圧密初期の〇、●印の $U_{\varepsilon}$ と $T_{v}$ の関係は ほぼ一致するが、圧密末期の●印の圧密度合いは若干 早まる傾向が認められる.圧密中体積弾性係数Kと透 水係数kが変化する×印の $U_{\varepsilon}$ と $T_{v}$ の関係には〇、●印 のそれと異なり非線形応力ひずみ関係の影響が反映さ れていると考えられる.しかし、図-10の $U_{\varepsilon}$ と $T_{v}$ の関 係は、図-1のそれとはまだ完全に一致していない.



図-10 提案モデルによるU<sub>e</sub>とT<sub>y</sub>の関係

E密中,体積弾性係数 *K* や透水係数 *k* の変化をより 適切に評価する必要がある.実際地盤の圧密速度は予 測よりかなり早いことが知られているが,圧密中の *K* や *k* の変化を厳密に評価する必要性を意味するものと 思われる.

#### 4. あとがき

圧密解析に用いる市販の弾塑性FE解析プログラムの 一部では,圧縮指数λ(非線形応力ひずみ関係を示す) を用いてひずみの圧密度が計算されるはずであるが, ひずみの圧密度でない場合がある.これは,FE解析プ ログラムのコーディングにおける問題と考えられる.

また,一次元圧密の限られた条件下で計算される圧 密量が,期待される圧密量と異なる場合がある.

### 参考文献

- 1) 土質工学会:土質工学用語辞典, pp.94-95, 平成2年.
- 2) Terzaghi, K. and Peck, R.B. : "Soil Mechanics in Engineering Practice", John Wiley & Sons, Inc., pp.75, 1948.
- 3) Taylor, D.W. : "Fundamentals of Soil Mechanics" ,John Wiley & Sons, Inc.,pp.229-234,1948.
- Harr, M.E. : "Fundamentals of Theoretical Soil Mechanics", McGraw-Hill, Inc., pp.132141, 1966.
- 5) Britto, A.M. and Gunn, M.J. : "Critical state soil mechanics via finite elements", Ellis Horwood Ltd., 1987.
- 6) Smith, I.M. : "Programming the finite element method with application to geomechanics", John Wiley & Sons Ltd., 1982.
- 7) Iizuka, A. and Ohta, H. : A determination procedure of input parameter in elasto-viscoplastic finite element analysis, Siols and Foundations, Vol.27, No.3, pp.71-87, 1987.