

# 渦度方程式を用いた底面流速解法による斜めに合流する開水路流れ場の解析

中央大学理工学部 学生会員 ○興石 大  
 中央大学研究開発機構 正会員 内田 龍彦  
 中央大学研究開発機構 フェロー 福岡 捷二

## 1. 序論

本川と支川の二つの流れが角度を持って合流する箇所では、遠心力に起因する二つの対になる二次流等により、複雑な三次元流れとなることが知られている<sup>1)</sup>。このため、河川合流部の流れの解析には、流れの三次元性を考慮できる解法<sup>2)</sup>が必要である。しかし、三次元解析法は、現地河川における洪水流や河床変動解析に応用するには、計算負荷が著しく大きく、現実的ではない。内田・福岡は浅水流方程式に加え、水深積分した渦度の輸送方程式を解くことで圧力や流速の鉛直分布を直接計算することなく、半直接的に底面流速を解析する方法を検討してきた<sup>3),4)</sup>。本研究では、実河川合流部の洪水流と河床変動の実用的解析法を構築するために、一般座標系における底面流速解法を構築し、本川に対して支川が斜めから合流する条件で行われた Biron らの実験結果<sup>1)</sup>に適用し、検討する。

## 2. 解析法

本解析法では、河床からわずかに上の面を底面とし、底面流速を水深積分した渦度と水表面流速を用いて式(1)で表す。また、流速鉛直分布は三次多項式で仮定する。水深平均流速  $U$ 、水表面流速  $u_s$ 、底面流速  $u_b$ 、水面における流速鉛直勾配ゼロを与えれば式(2)が得られる。

$$u_{bi} = u_{si} - \varepsilon_{ij3} \Omega_j h \quad (1), \quad u'_i = u_i - U_i = \Delta u_i (12\eta^3 - 12\eta^2 + 1) - \delta u_i (4\eta^3 - 3\eta^2) \quad (2)$$

( $i, j=1, 2$ ( $x, y$  方向),  $u_i$ :  $i$  方向流速,  $U_i$ : 水深平均流速,  $u_{bi}$ : 底面流速,  $u_{si}$ : 表面流速,  $\Delta u_i = u_{si} - U_i$ ,  $\delta u_i = u_{si} - u_{bi}$ ,  $\eta = (z_s - z)/h$ ,  $z_s$ : 水位,  $h$ : 水深,  $\varepsilon_{ij3}$ : エディトンのイプシロン)

基礎方程式には、一般座標系における水深平均流を解く浅水流方程式に加えて、水深積分した渦度方程式(3)、水表面の運動方程式(4)を用いる(ここでは  $\xi$  方向のみ示す)。解かれた水深積分渦度と水表面流速を用いて圧力や流速の鉛直分布を直接解かず、式(1)より底面流速が得られる。

$$J \frac{\partial \Omega_i h}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{J} d \eta \tilde{U} \Omega_i h}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{J} d \xi \tilde{V} \Omega_i h}{\partial \eta} = J \left( ER_i + P_{oi} + \frac{\partial D_{oij}}{\partial x_j} \right), \quad \frac{\partial}{\partial x_j} = \frac{\partial \xi_x}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta_x}{\partial \eta} + \frac{\partial \xi_y}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta_y}{\partial \eta} \quad (3)$$

ここに、 $ER_i$ : 水面と底面に垂直な渦の回転,  $D_{oij}$ : 水平方向の移流, 回転・伸縮, 分散, 乱流混合による渦度のフラックス,  $P_{oi}$ : 渦度の生産項である。

$$\frac{\partial \tilde{U}_s}{\partial t} + \tilde{U}_s \frac{\partial \tilde{U}_s}{\partial \xi} + \tilde{V}_s \frac{\partial \tilde{U}_s}{\partial \eta} - \tilde{J} (\tilde{V}_s - \tilde{U}_s \cos \theta^{\eta\xi}) \left( \tilde{U}_s \frac{\partial \theta^\xi}{\partial \xi} + \tilde{V}_s \frac{\partial \theta^\xi}{\partial \eta} \right) = -g \left( \frac{\partial z_s}{\partial \xi} + \cos \theta^{\eta\xi} \frac{\partial z_s}{\partial \eta} \right) + \frac{2\nu_i}{h^2} \{ 12C_{ps} (\tilde{U}_{se} - \tilde{U}_s) - (3\delta_\xi - 6\Delta u_\xi) \} \quad (4)$$

( $\tilde{U}_s$ : 反変  $\xi$  方向水面流速,  $\tilde{V}_s$ : 反変  $\eta$  方向水面流速,  $\tilde{U}_{se}$ : 平衡状態の水面流速)

## 3. 実験概要

本研究では、Biron らにより行われた実験結果<sup>1)</sup>を用いて解析法の検証を行う。図-2 に実験水路、表-1 に実験条件を示す。水路模型は、壁面と底面が滑らかな材料(パースペックス)で構成されており、本川(Main channel)に、支川(Tributary)が、30°の角度で合流する。本川幅 0.12m, 支川幅 0.08m, 合流後の水路幅 0.15m である。実験ではドップラー流速計により流下方向流速と鉛直方向流速の計測が行われた。また白色ペイントにより底面の流況の可視化(図-6)が行われた。

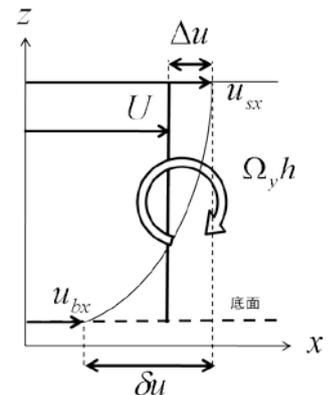


図-1 底面流速解法

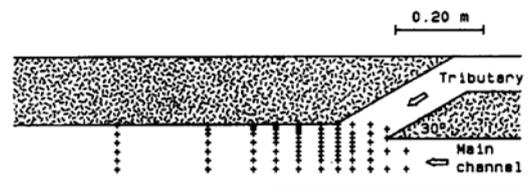


図-2 Biron の実験水路<sup>1)</sup>

	平均流速	レイノルズ数	フルード数	流量比
支川	0.24	7400	0.19	1.23
本川	0.13	5020	0.1	

流速 m/s, 流量 m<sup>3</sup>/s

表-1 実験の諸元<sup>1)</sup>

キーワード 河川合流部 二次流 水深積分渦度 底面流速解法

連絡先 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27-31214 中央大学研究開発機構 TEL 03-3817-1611

#### 4. 結果

図-3, 4 に実測と解析の水表面流速と底面流速コンターを示す。実線で実験値, カラーで解析値を示している。

図-3, 4 に示す解析のコンターでの水表面流速と底面流速の位置は, それぞれ相対水深  $Z=0.81h$ ,  $Z=0.06h$  ( $Z$ : 鉛直方向) の流速を式(2)より求めている。実測と比較し, 解析値は例えば, 合流部頂点のよどみ点や, 支川から流入した速い流速が水路中央付近で本川の流れとぶつかり,  $0.25\text{m/s}$  の境界で分かれている様子等, おおよそ, 水表面と底面の流速分布を再現していると考えられる。これらについては, 同実験水路に対して行われた, Bradbrook らによる三次元解析<sup>2)</sup>と同程度の結果が得られたと考えている。しかし, 支川の合流完了点直後の底面における  $0.3\text{m/s}$  の最大流速発生域や, その直下流の隅で発生する低流速域については実測値を再現出来ていない。また, 底面における最大流速発生域は実測に対して小さく評価されている。図-5 には白色ペイントを用いて描かれた実験の底面流況を, 図-6 には解析の底面流速ベクトルから得られた底面の流線を示す。図-5 より, 合流点直下の隅に流れが集中していることが分かる。この付近は図-3, 4 での低流速域に一致する。このことから, この領域ではごくわずかだが流線の剥離が生じており, これに伴い圧力が小さくなり, 流れが集中していると考えられる。これは, 三次元解析においてもこの付近の剥離を伴う底流速域は再現出来ておらず, メッシュ構築上の計算誤差か乱流モデルが不十分であることが指摘されている<sup>2)</sup>ため, 本解析結果も同様の理由であると考えられる。また, 解析と比べ, 実測の底面流況では, 支川と本川の底面流れの流界が, 本川側に大きく寄っている。これは, 剥離により流路が狭められることで, 支川の流れが本川の流れに大きな角度を持って流入するためと考えられる。

#### 5. 結論

本研究では一般座標系における底面流速解法を構築し, Biron らの斜め合流の実験結果と比較した。その結果, 隅角部の局所的な流れを除いて, 合流部の流れを概ね再現できることを示した。

#### 参考文献

- 1) Biron, P, et al. :Effects of bed discordance on flow dynamics at open channel confluences, J. Hydr. Engrg, ASCE, 122(2), pp.676-682
- 2) Bradbrook, K. F, et al. :ROLE OF BED DISCORDANCE AT ASYMMETRICAL RIVER CONFLUENCES, J. Hydr. Engrg, ASCE, 127(5), pp.351-368
- 3) 内田龍彦, 福岡捷二 : 浅水流方程式と渦度方程式を連立した準三次元モデルの提案と開水路合流部への適用, 水工学論文集, 第 53 巻, pp.1081-1086, 2009
- 4) 内田龍彦, 福岡捷二 : 水平方向渦度方程式を用いた底面流速の半直接解法と橋脚周りの局所流れ解析, 水工学論文集, 第 54 巻, pp.841-846, 2010
- 5) 福岡捷二 : 洪水の水理と河道の設計法, 森北出版, 2005

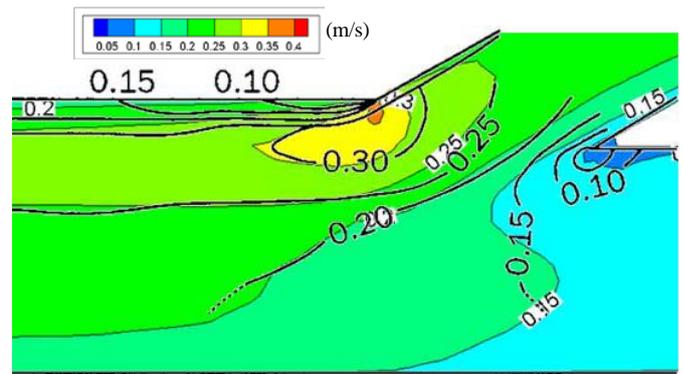


図-3 水表面流速コンター (実線: 実験, カラー: 解析)

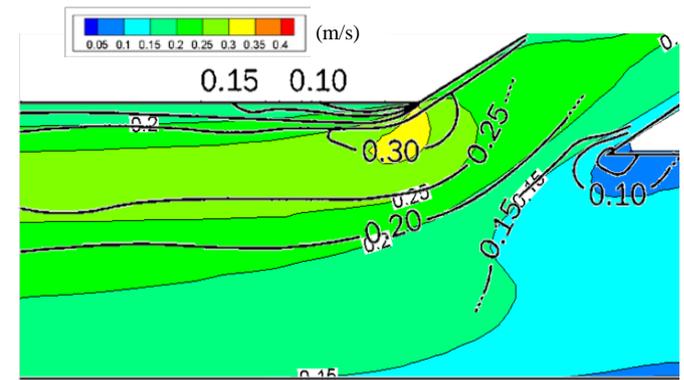


図-4 底面流速コンター (実線: 実験, カラー: 解析)

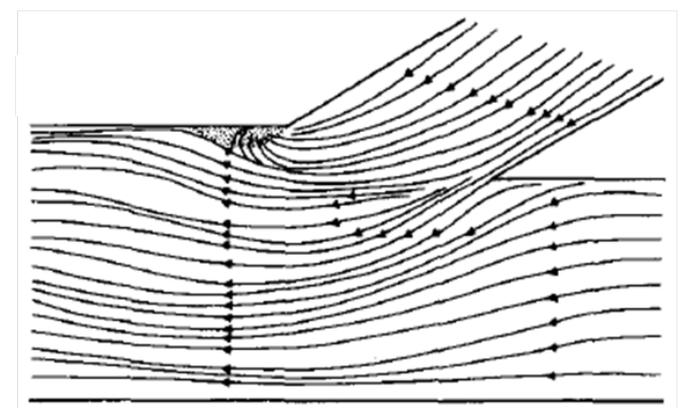


図-5 底面流況 (実験)

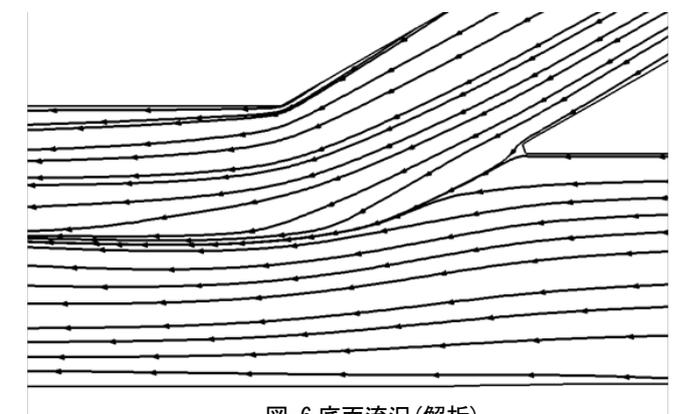


図-6 底面流況 (解析)