

安定化有限要素法による建物の倒壊を考慮した津波遡上解析

中央大学 学生員 ○ 前野 貴弘
中央大学大学院 学生員 牧野 優作
中央大学 正会員 榎山 和男
(株) エイト日本技術開発 正会員 大川 博史

1. はじめに

地震に伴い発生する津波による水害は我々の生活に甚大な被害をもたらす．津波災害に対して数値シミュレーションにより，事前に予測・把握することは，防災対策を行う上で重要である．津波波力に関する研究は盛んに行われてきているが，建物の倒壊に伴い発生する漂流物による波力への影響を考慮した検討は未だ十分ではない．

そこで本論文では，津波の遡上を想定し，建物の倒壊に伴い発生する漂流物を建物密度の移流によって簡易的に表現し，建物に働く波力の変化を検証することを目的とする．支配方程式に Boussinesq 方程式を用い，離散化手法に SUPG 法に基づく安定化有限要素法¹⁾を適用し，遡上域における移動境界手法²⁾として，Euler 的手法を適用する．数値解析例として，建物の倒壊を考慮した津波遡上問題を取り上げ，密度を考慮した波力の算定を行い，本手法の有効性を検討する．

2. 数値解析手法

(1) 支配方程式

支配方程式には，以下に示す非線形性と分散性を考慮した Boussinesq 方程式（非線形分散波方程式）を用いる．

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{A}_i \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\mathbf{N}_{ij} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial^2}{\partial t \partial x_i} (\mathbf{K}) + \mathbf{R} - \mathbf{G}\mathbf{U} \quad (1)$$

ここで， $\mathbf{U}$ は未知数ベクトルであり， $\mathbf{K}$ ， $\mathbf{R}$ ， $\mathbf{A}_i$ ， $\mathbf{N}_{ij}$ ， $\mathbf{G}$ はそれぞれ分散項，水底勾配項，移流項，拡散項，摩擦項に対する行列である．

また，流体の密度は次式の移流方程式を解くことにより決定するものとする．

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \rho = 0 \quad (2)$$

ここで， ρ は密度であり， $\mathbf{u}$ は移流速度である．

(2) 安定化有限要素法

支配方程式 (1) に対して，空間方向の離散化として三角形一次要素を用い，SUPG 法に基づく安定化有限要素法を適用する．時間方向の離散化として，2 次精度を有する Crank-Nicolson 法を用いる．また連立一次方程式の解法には，Element-By-Element Bi-CGSTAB 法を用いる．

図-1 に，本手法の解析フローチャートを示す．

(3) 構造物倒壊

建物の倒壊を考慮した解析を行うため，構造物倒壊手法を導入する．まず，構造物内部にも有限要素分割を行い，構

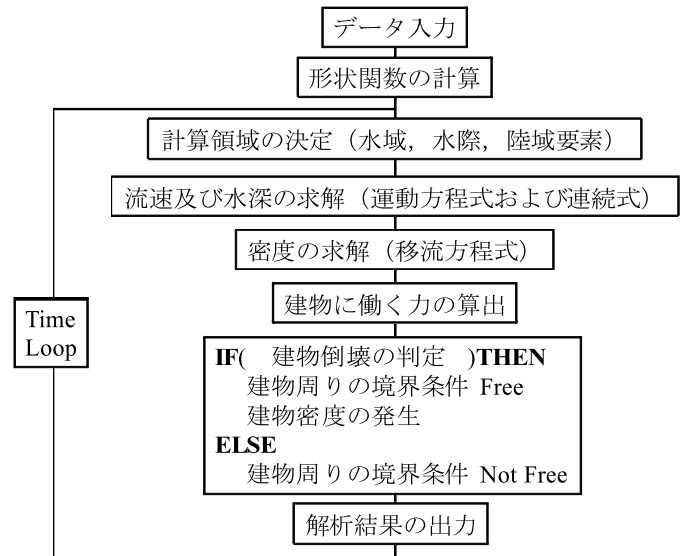


図-1 解析フローチャート

造物の境界に境界条件 (slip 条件, non-slip 条件) を与える．そして各構造物に働く流体力を計算し，構造物別の倒壊にいたる抗力の指標を超えたとき，その構造物は倒壊と判定し，構造物周りの境界条件，および内部の節点条件を Free として解析を行っていく．

(4) 建物密度の移流手法

本手法では，建物が倒壊した後はその建物の平均密度が建物部分のメッシュ全域に発生し式 (2) に従って移流していくものとする．式 (2) に対して，空間方向の離散化として，三角形一次要素を用い，SUPG 法に基づく安定化有限要素法を適用する．流れ場と同様に時間方向の離散化として，Crank-Nicolson 法を用い，連立一次方程式の解法には，Element-By-Element Bi-CGSTAB 法を用いる．

(5) 移動境界手法

遡上域における移動境界手法として，複雑地形に対しての適合性に優れた，固定メッシュに基づく Euler 的手法を用いる．Euler 的手法とは，あらかじめ対象領域を有限要素分割しておき，各時間ステップにおいて，要素が陸域の要素なら計算から除外し，水域の要素なら計算に含めるという処理を全要素に対して行うことにより，境界の移動を Euler 的に表現していくものである．

(6) 流体力評価法

本研究では，時間ステップごとに計算された流速と水位，および密度を用いて，流体力を式 (3) の境界積分項より求める³⁾．構造物周り一層分のメッシュにより構成される領域 Ω^0 では，式 (3) が成り立つ．

KeyWords： 安定化有限要素法，Boussinesq 方程式，移動境界，構造物倒壊，流体力

連絡先： 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 TEL 03-3817-1815

$$\begin{aligned}
& \int_{\Omega^0} \rho \mathbf{U}^* \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \bar{\mathbf{A}}_i \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \mathbf{x}_i} + \mathbf{G} \mathbf{U} - \frac{\partial^2}{\partial t \partial \mathbf{x}_i} (\mathbf{K}) - \mathbf{R} \right) d\Omega \\
& + \int_{\Omega^0} \rho \left(\frac{\partial \mathbf{U}^*}{\partial \mathbf{x}_i} \right) \cdot \left(-\mathbf{L}_i \mathbf{U} + \mathbf{N}_{ij} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \mathbf{x}_j} \right) d\Omega \\
& = \int_{\Gamma_{in}} \rho \mathbf{U}^* \mathbf{T} d\Gamma = \mathbf{F}
\end{aligned} \quad (3)$$

各計算ステップにおいて求めた流速と水深，および密度を，式 (3) の左辺に代入することにより構造物に働く流体力 $\mathbf{F}$ が求まることになる．なお， f_x, f_y は x 方向および y 方向の流体力である．

3. 数値解析例

(1) 建物の倒壊を考慮した津波遡上問題

建物倒壊後の密度移流による波力への影響を検討するため，建物を有する津波遡上問題を取り上げる．図-2 に，解析モデルを示す．幅 100[m]，長さ 240[m] の矩形水路であり，図-3 に示すように陸上部に 10[m] 四方の 2 つの建物を 20[m] 間隔で配置したモデルである．沖合に水位差 1.5[m] の段波を発生させる．前方の建物が倒壊した後の密度移流を考慮した場合の波力の変化を調べる．微小時間増分量 0.01[sec]，建物境界の境界条件を non-slip 条件として解析を行った．また，前方の建物の倒壊判定値を仮定の 8.0[kN/m]，建物の倒壊による漂流物の密度を 2.0[t/m³] とし，後方の建物は倒壊しないものとして後方の建物に働く波力を算定した．

(2) 解析結果

図-4 において，建物密度の移流の考慮の有無による後方の建物に働く波力の時刻歴を示す．また，図-5 において，建物周辺の水位と密度の時刻歴を示す．波の衝突時には建物密度がまだ到達していないため波力の差異は見られないが，波の衝突後には倒壊した建物の密度による波力の増加が確認できた．

4. おわりに

本論文では，支配方程式に Boussinesq 方程式を用い，建物の倒壊による漂流物を建物密度の移流によって表現し，建物の倒壊を考慮した津波遡上解析を行なった．数値解析例として，建物の倒壊を考慮した津波遡上問題を取り上げ，有効性の検討を行った．

建物密度の移流を考慮した結果，構造物の倒壊による密度流の到達によって波力の増加が見られた．

今後の課題として，密度の変化を考慮した流れの解析手法の構築が挙げられる．

参考文献

- 1) T.E.Tezduyar : Stabilized finite element formulations for incompressible flow computations, *Advances in applied Mech.*, 28, pp1-44, 1991
- 2) M.Kawahara ,T.Umetsu : Finite element method for moving boundary problems in river flow , *Int. J. Numer. Methods in Fluids* , 6 , pp.365-386 , 1986
- 3) 利根川大介 : 安定化有限要素法による津波遡上および流体力の解析手法の構築，応用力学論文集，Vol.12, pp.127-134，2009

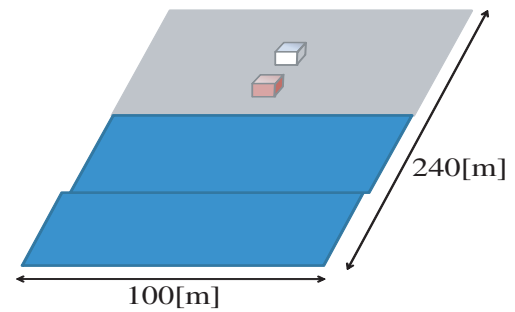


図-2 解析モデル

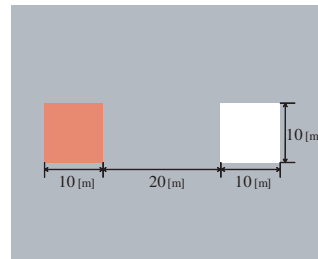


図-3 建物周辺の拡大図

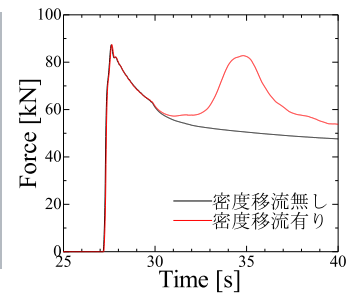


図-4 解析結果

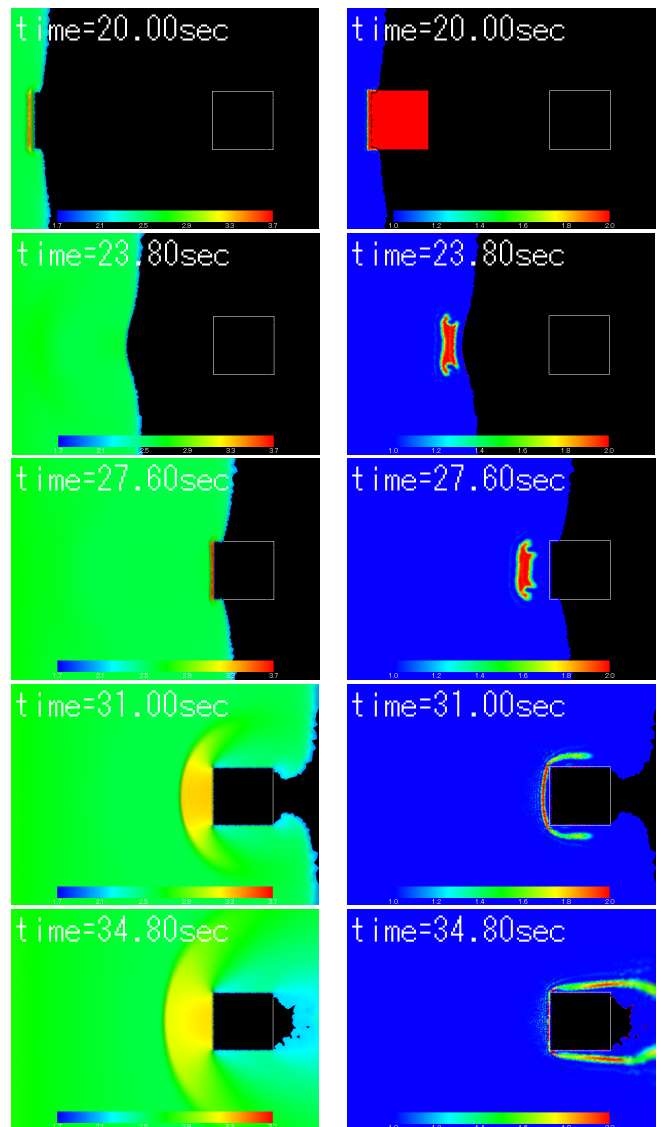


図-5 建物周辺の各時刻における水位と密度のコンター図 (左：水位，右：密度)