

# 信頼性手法による性能明示型設計のリスク分担分析

○中央大学 学生会員 原本隆一  
中央大学 正会員 佐藤尚次

## 1. はじめに

性能設計体系に性能評価手法を用いる考え方は徐々に理解を広げつつある。

よく知られている耐震性能マトリクスでは、想定される地震動は再現期間や生起確率（構造物の供用期間あたりの）で表わされている。その一方で要求性能は、構造物の状態を述べているだけにとどまっているが、著者ら 1)は耐力側についても設計値の非超過確率を信頼性評価に利用することを提言している。

また、片出・香月らは文献 2)において瑕疵担保責任発生確率（以下  $P_{sf}$  と表示）を、設計をコントロールする指標として導入している。「瑕疵担保責任」における瑕疵とは、想定していた作用値以下の作用のもとで破壊が生じてしまうことをいい、図-2 の斜線部に対する事象である。これは設計・施工の結果として要求性能がクリアできないことを意味する。「担保責任」は法律概念である。

一方、本研究においては経年劣化によって耐力の分布が低下することの影響を例示し、設計・施工者だけでなく管理者の劣化考察することを目的としている。

## 2. 超過・非超過確率を用いた研究手法

### 2.1. 破壊確率の算出

図-1 で示す R, S の分布の斜線部分  $e_S$ ,  $e_R$  を超過確率、非超過確率と呼ぶ。これは、S 側, R 側の設計値をそれぞれ  $S^*$ ,  $R^*$  としたときに式(1), (2)のように表わせる。また性能関数を式(3),  $P_f$  を(4)のように表わす。

$$\Pr.[S \geq S^*] = e_S \tag{1}$$

$$\Pr.[R \leq R^*] = e_R \tag{2}$$

$$Z = R - S \tag{3}$$

$$P_f = P_r.[Z \leq 0] \tag{4}$$

設計式は式(5)とする。これは不等号の条件式であるが、現実の設計では「大きく余らせる」ことはなく、しばしば等号ぎりぎりになることもあるので、等式が成立する条件の元で  $P_f$  の算出を行うこととする。

$$S^* \leq R^* \tag{5}$$

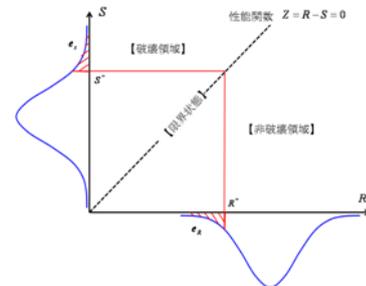


図-1 R-S モデルにおける限界状態

文献 3)から  $P_f$  は以下ようになる。

$$P_f = \Phi(-\beta) \tag{6}$$

$$\beta = -\frac{\Phi^{-1}(e_R)\sigma_R + \Phi^{-1}(e_S)\sigma_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \tag{7}$$

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt \tag{8}$$

$\Phi$  : 標準正規分布の確率密度関数  
 $\sigma_R, \sigma_S$  : R, S 側標準偏差

### 2.2. 瑕疵担保責任発生確率の近似

2.1 節で求めた  $P_f$  のうち、設計作用レベル以下の作用のもとで破壊が生じる確率、すなわち式(9)が  $P_{sf}$  であり、[] 内の事象をモンテカルロ法の中でカウントして算出する。

$$P_{sf} = \Pr.[[S \leq S^*] \cap [Z \leq 0]] \tag{9}$$

この  $P_{sf}$  を超過確率・非超過確率  $e_S, e_R$  を用いた近似式で表わすことを試みる。直観的な議論をすると、式(9)の [] 内の部分は図-1 でいうと、R 側の非超過部分と S 側の非超過部分をまず考え、さらにその中で  $Z = R - S$  の左上のエリアである。このため、3つの条件を組み合わせると式(10)の形で表現されないかと考えられる。

$$P_{sf} \approx e_R \times (1 - e_S) \times P_f \tag{10}$$

しかし、実際には式(10)はそのままの形では成立しない。そこで、式(10)に調整変数を加えモンテカルロ法の結果に対し、式(11)の近似を行った。

$$P_{sf} \approx e_R \times (1 - e_S) \times P_f^{0.6} \times 0.9 \times (\sigma_R / \sigma_S) \tag{11}$$

キーワード：性能明示型設計, 超過確率, 瑕疵担保, 劣化

連絡先：東京都文京区春日 1-13-27 中央大学大学院理工学研究科土木工学専攻 tel.03-3817-1816

2.3. 非正規分布の場合

ここまでの理論は R, S が独立な正規分布であることを前提にしている. これに対して, 非正規分布に対する理論の拡張を行うことを試みる.

非正規分布は Rackwitz-Fiessler 法によって「裾野部の近似度が高い正規分布」に近似される. この近似法では, 式(12)によって「近似正規分布」の標準偏差を求める. これを式(7), (11)の公式に利用する.

$$\sigma_i^* = \phi[\Phi^{-1}\{F_i(x_i^*)\}]/f_i(x_i^*) \quad (12)$$

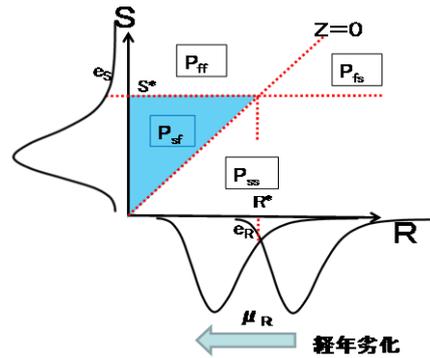


図-2 劣化を考慮したときの R-S

3. 劣化を考慮した解析の取り組み

3章では R の分布形に「劣化」のイメージをもたせた時系列変化を加えることを試みる.

まずモデルとしてスパン 30m の単純合成桁橋を用いて, 橋梁の経年劣化をモデルとしたモデルを考える. 経年劣化による R-S モデルの概念図を図-2 に示す. R 側は劣化を考慮しており, 文献 5) に示す  $\gamma$  分布を用いる. 通常, 劣化のデータは健全度レベルで与えられることが多く, レベル 5=健全~レベル 1=要交換という表現を R の数値に置き換えて考えるという課題を解決しなければならない. 本研究では, 式(2)の  $R^*$  をレベル 5 とし, これを許容応力度に安全係数 1.7 を乗じた値と考えた. 劣化による R の分布の低下は, 断面積や断面係数の減少に対応するとし, レベル 2 を発生応力が  $\sigma_a \rightarrow R^*$  に達するレベル 5 の 60%, レベル 1 をさらに発生応力が増加するレベル 5 の 50% として  $\gamma$  分布の数値に置き換えた. 具体的にはレベル 5 に相当する値を  $1900 \times 1.7 \text{kgf/cm}^2$  とし, おおよそ  $3200 \text{kgf/cm}^2$  とした. レベル 2 は  $1920 \text{kgf/cm}^2$  でレベル 1 は  $1600 \text{kgf/cm}^2$  であり, 図-3 に示す. S 側については大型車混入率 60% の活荷重シミュレーションによる曲げモーメント分布とする. シミュレーションによる S 側のヒストグラムを図-4 に示す. また, 理論式における S 側の算出は既往研究に従って, 式(13)~(15)の Gumbel 分布を用いることにした. ただし, 式(15)の  $\sigma, \mu$  はそれぞれ標準偏差と平均値を表わす.

$$f(x) = \alpha \exp(-\exp(-\alpha(x-u))) \times \exp(-\alpha(x-u)) \quad (13)$$

$$F(x) = \exp(-\exp(-\alpha(x-u))) \quad (14)$$

$$\alpha \approx \frac{1.282}{\sigma} \quad (15)$$

$$u \approx \mu - 0.45\sigma$$

なお, 解析結果については発表当日に示させて頂く.

5. 今後の課題

今回は基礎的な正規分布における解析と, 橋梁に

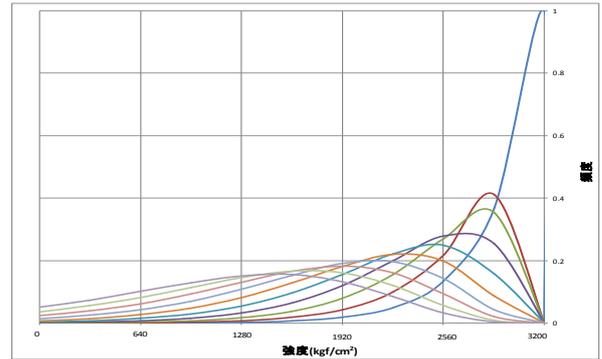


図-3 抵抗側の劣化を示す  $\gamma$  分布

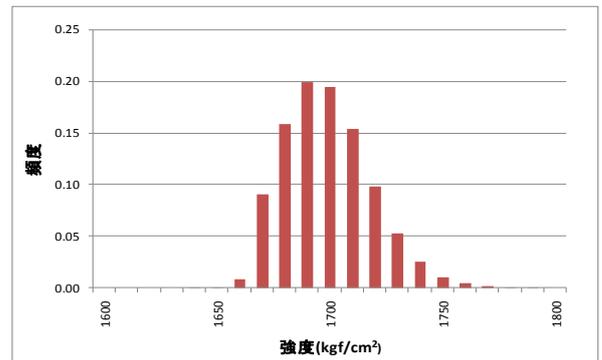


図-4 作用効果のヒストグラム

おける解析であった. 今後は, より説得力を持たせるため橋梁に限らない構造物に適応させることで, 適応範囲を広げ汎用性を持たせたい.

参考文献

- 1) 原本 隆一, 佐藤 尚次: 超過確率法による性能明示型設計のリスク分担分析, 関東支部技術研究発表会 2009.3
- 2) 片出 亮, 香月 智: リスク分担原則に基づく目標信頼性指標決定法の提案, 土木学会論文集 A 2009.2
- 3) 佐藤 尚次: 超過確率に基づく構造設計の確率論的基礎, 350号土木学会論文集 1984.10
- 4) 原本 隆一, 佐藤 尚次: 信頼性設計による性能明示型設計のリスク分担分析, 関東支部技術研究発表会 2010.3
- 5) 佐藤 幸生, 原本 隆一, 佐藤 尚次: 超過確率法信頼性理論における耐力劣化モデルの構築と瑕疵担保責任の発生分析 (投稿中)