

か し た ん ぼ

超過確率法信頼性理論における耐力劣化モデルの構築と瑕疵担保責任の発生分析

○中央大学 学生会員 佐藤幸生

中央大学 学生会員 原本隆一

中央大学 正会員 佐藤尚次

1. はじめに

性能設計体系の中で信頼性理論を使った試みは広くなされている。耐震性能マトリクスなどへの理解が深まるにつれ、作用(荷重)のもつ変動性、設計値、対応する再現期間が超過確率といった概念も広く受け入れられるようになっていく。他方、構造物の耐力も変動性があるものであり、劣化等を考慮すると経年により分布形が変形していくと考えられるため確率的な扱いは重要である。

本研究の概要をR-Sモデルで説明する。構造物の作用効果Sと、構造物における耐力Rはそれぞれ独立した確率変数として表されるものとする。これを図示したものが図-1である。SとRに設計値 S^*, R^* を定め、これらの超過確率、非超過確率を e_S, e_R とする。設計値は設計者が発注者に約束する安全の保証値としての性格を持つ。設計式は式(1)で表されるが、 $S^*=R^*$ となっているとすると破壊するものとする。図-1の $Z=R-S<0$ となる領域に入る確率が破壊確率 P_f である。図-1の斜線部分を瑕疵担保責任領域とし、この確率を P_{sf} と定義する。またこれは保証値である S^* 以下のSで $Z<0$ となる場合に設計者に発生する責任のことであり、香月、片出らにより土木構造物の信頼性の指標として提案された。

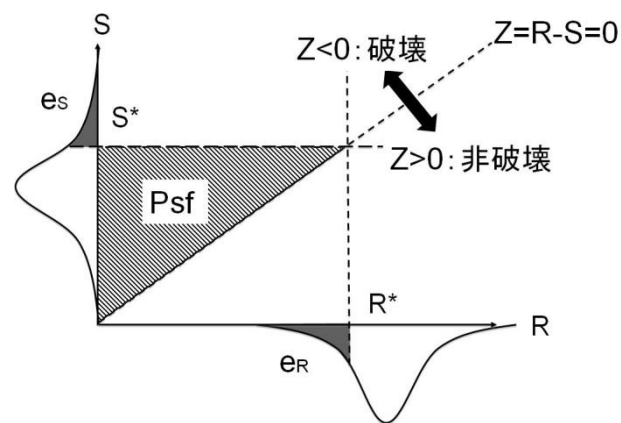


図-1 R-Sモデルの概念図

$$S^* \leq R^* \quad (1)$$

2. 既存の研究

P_f は超過確率法¹⁾により式(3)で算出する。 Φ は式(4)で表わされる標準正規分布関数である。これらの式は

$S^*=R^*$ のときRとSが独立な正規分布の場合にのみ厳密解を得られる。一般分布に対してはRackwitz-Fiessler法により正規分布に近似して P_f を算出する。本研究で与える分布に対しても同様である。

P_{sf} の算出方法として原本²⁾により式(5)が近似式として提案されている。

$$\beta = -\frac{\Phi^{-1}(e_R)\sigma_R + \Phi^{-1}(e_S)\sigma_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (2)$$

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (3)$$

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (4)$$

$$P_{sf} \approx e_R \times (1 - e_S) \times P_f^{0.6} \times 0.9 \times (\sigma_R / \sigma_S) \quad (5)$$

σ_S, σ_R : Sの標準偏差, Rの標準偏差

3. 確率分布モデルの作成

本研究では実測データから劣化モデルを作成する。実測データとして内山³⁾の東京都の橋梁の健全度の遷移確率行列式(6)を使用した。橋梁の健全度とは橋梁の損傷度合いから橋梁を5つのランクに分類したものである。式(6)は橋梁の5年後の健全度の各ランクへの遷移確率を表しており、このn乗行列と単位ベクトルの積により5n年毎の健全度のヒストグラムを作成する事が出来る。

まずヒストグラムにおいて健全度は1から5の範囲だが、Rとしてはこの状態に留まらず、さらに裾野へ分布しているものとした。このヒストグラムの特徴は、形状が経年により健全度の下のランクの方へ崩れていくことである。本研究ではヒストグラムと適合度が良い分布としてガンマ分布をあてはめた。式(7)に形を示す。経年により分散が増大していくようにパラメータ α, β を変数として式(8)と設定し、式(9)の分散が経年により大きくなる特徴を持たせた。この確率分布モデルを本研究におけるRの劣化モデルとした。ヒストグラムに確率分布モデルを当てはめたものが図-2である。確率分布曲線の縦軸は頻度であり、横軸がRである。ヒストグラムの縦軸は頻度であり、横軸の数値が健全度である。ヒストグラムの健全度5は $R=R^*$ に対応するものとして

キーワード：性能明示型設計, 性能マトリクス, 超過確率, 瑕疵担保, 劣化

連絡先：〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 中央大学理工学部都市環境学科 tel.03-3817-1819

初期の e_R 値として与えた. なお S は正規分布に従う確率分布モデルとして扱い研究を進めていくこととする.

$$P = \begin{matrix} & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ \begin{matrix} 5 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0.8165 & 0.1783 & 0.0 & 0.0064 & 0.0 \\ 0.0 & 0.4322 & 0.5397 & 0.0297 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.6159 & 0.3872 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.3247 & 0.6782 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (6)$$

$$f(x, \alpha, \beta) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}} \quad (7)$$

$$\alpha = 1 + 0.5y, \quad \beta = 1 + 0.02y, \quad (8a, b)$$

$$\sigma = \alpha\beta^2 \quad (9)$$

$f(x, \alpha, \beta)$: 確率
 x : 耐力 R
 y : 時間 (年)
 σ : 分散

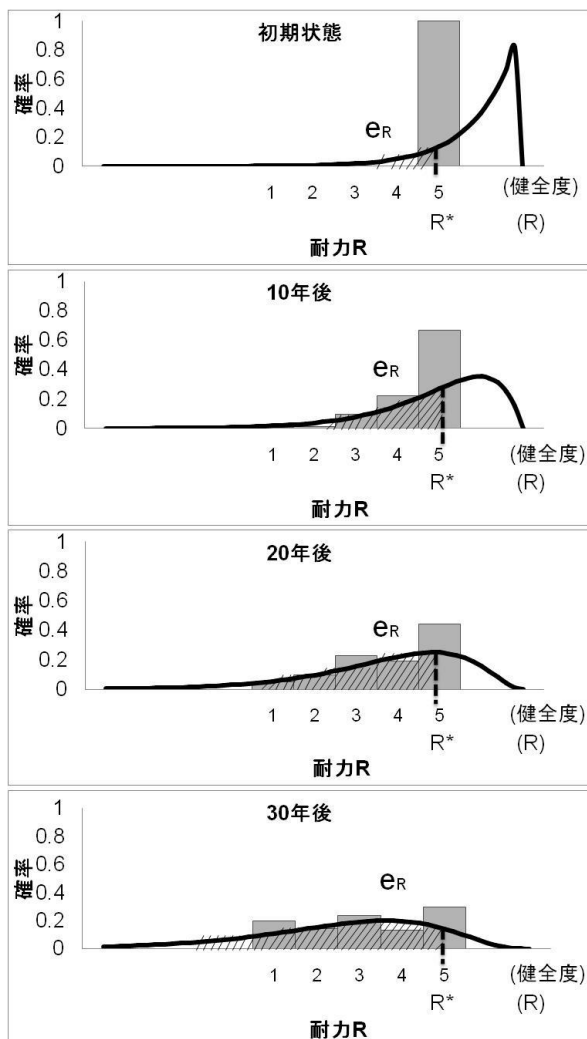


図-2 ヒストグラムと R の確率分布

4. MCS との比較

3 章の算出結果の精度の確認の為に Monte Carlo Simulation (以下 MCS) による解析結果と比較を行った. $\sigma_S, \sigma_R, S^*, R^*$ の値の組み合わせを変えて行い, シミュレーション回数は 50000 回とした. σ_S, e_S は一定であるが, σ_R, e_R は経年により変化していく. 図-3 に近似式(5)と MCS の解析結果の相関関係を示す. 縦軸, 横軸はそれぞれの確率を表す.

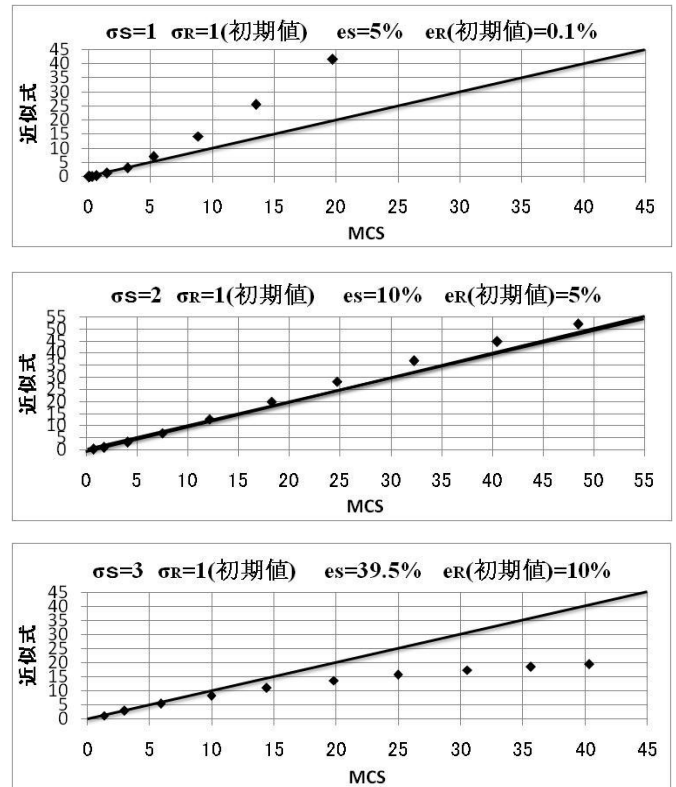


図-3 近似式と MCS の相関関係

5. 考察

図-3 をみると, P_{sf} は経年により増加しており, それに伴い誤差も増加している. e_R の初期値が分布形に影響しているため, その問題を取り入れ近似式(5)の精度を改良する必要があると思われる.

土木構造物の管理者が管理を怠った場合に生じる R の劣化も, ここでは P_{sf} に含まれるとして経年を示しているが, これを設計者の瑕疵担保責任とするには無理がある. P_{sf} の増加分は管理者責任発生確率として区別すべきであると思われる.

<参考文献>

- 1) 佐藤 尚次: 超過確率に基づく構造設計の確率論的基礎, 350 号土木学会論文集 1984.10
- 2) 原本 隆一: 信頼性設計による性能明示型設計のリスク分担分析, 第 65 回土木学会全国大会 2010.9
- 2) 内山 典之: RC 床版の劣化予測を考慮した橋梁維持管理システムの構築, 修士論文 2003