

自由表面流れ解析における安定化 ISPH 法の精度検証

中央大学
九州大学
中央大学

学生員 ○ 原田 悠里
正会員 浅井 光輝
正会員 檜山 和男

1. はじめに

近年のコンピュータの進歩により自由表面流れ現象を把握するために、差分法や有限要素法に基づく数値シミュレーション手法が数多く提案されている。しかし、浅海碎波等の問題に対しては、差分法や有限要素法等、メッシュを用いる手法では正確な解析が困難となる場合がある。この問題を解決する手法の一つとして、粒子法¹⁾²⁾が挙げられる。粒子法は、連続体を有限個の粒子によって模擬するもので、各粒子は速度・圧力といった物理量を保持しながら移動するため、連続体の挙動をメッシュを用いることなく粒子の運動で表現できる。一方、粒子法の問題点としては、粒子分布によって密度（粒子数密度）が大きく変動するため、これに伴い、圧力値が振動を起こす点が挙げられる。

本研究では、非圧縮性流体解法として提案された安定化 ISPH(Incompressible Smoothed Particle Hydrodynamics) 法を取り上げ、精度検証を行なうことを目的とし、安定化に用いる最適な緩和パラメータ及び、粒子間隔の差異による計算結果の影響について検討を行う。なお、数値解析例として、ダムブレイク問題解析を取り上げる。

2. SPH 法の概要

(1) 支配方程式と SPH 法による離散化

本手法における支配方程式は、非圧縮性流体に対する Navier-Stokes 運動方程式と連続式を用いる。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho^0} \nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{g} \quad (2)$$

次に、SPH 法の解析アルゴリズムを概説する。SPH 法は、粒子上（計算点）に解くべき物理量を与え、影響範囲内に空間分布する粒子をカーネル関数 W により補間することで、物理量の算定を行う。すなわち、粒子 i 付近の粒子群 j における粒子質量、粒子密度をそれぞれ m_j 、 ρ_j とすると、物理量 $\phi(\mathbf{x}_i)$ を、

$$\phi(\mathbf{x}_i, t) \approx \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} W(x_{ij}, h) \phi_j(\mathbf{x}_j, t) \quad (3)$$

として近似する。ここで、 h は影響半径を表す。同様に、空間微分に関する項も次式を用いて粒子近似できる。

$$\nabla \phi(\mathbf{x}_i) \approx \rho_i \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{\phi_j}{\rho_j^2} + \frac{\phi_i}{\rho_i^2} \right) \nabla W(x_{ij}, h) \quad (4)$$

関数分布の仮定を図-1に示す。

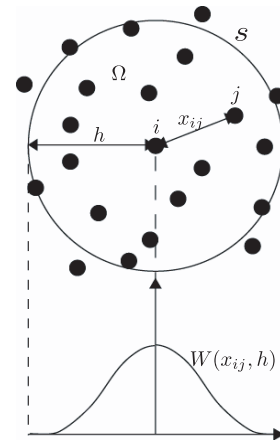


図-1 関数分布の仮定

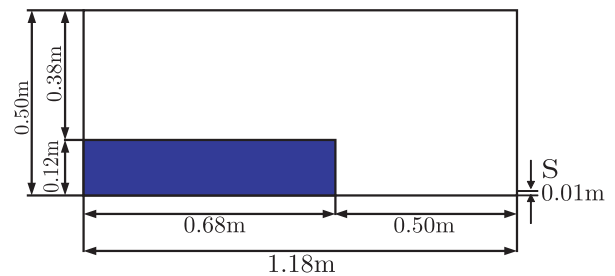


図-2 初期条件

(2) 圧力ポアソン方程式

安定化 ISPH 法は、浅井らによって提案され、圧力ポアソン方程式を解く際に、瞬間的な密度誤差による圧力値の振動を緩和パラメータによって微修正するという手法である。安定化を施したポアソン方程式を以下に示す。

$$\nabla^2 P_i^{n+1} = \rho^0 \frac{\nabla \cdot \mathbf{u}_i^*}{\Delta t} + \alpha \frac{\rho_i^0 - \rho_i^n}{\Delta t^2} \quad (5)$$

ここで、第一項は速度発散ゼロ条件を表し、第二項は緩和された密度一定条件を表す。式中の初期密度 $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$ で、 α は緩和パラメータを表し、0~1 までの値をとる。

3. 数値解析例

数値解析例として、粒子間隔及び緩和パラメータを変えた 3 次元ダムブレイク解析を行い、胡ら³⁾による実験値と比較する。初期条件を図-2に示す。水柱の静止状態は、幅:0.68m、高さ:0.12m、奥行き:0.12m を考える。水槽の右側の高さ 0.01m の点 S に圧力センサーを設置し、圧力の計測を行った。境界壁面には no-slip 条件を課す。初期粒子間隔は 0.005, 0.01, 0.015 (m) の 3 ケースとし、微小時間

KeyWords: 自由表面流れ, SPH 法, ダムブレイク

連絡先: 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 E-mail: yuri_n@civil.chuo-u.ac.jp

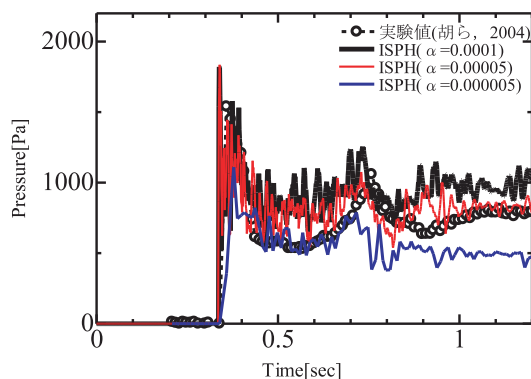


図-3 緩和パラメータの影響 (粒子間隔 0.005m)

初期粒子間隔	α	相対誤差 (ピーク値)
0.005m	0.00005	0.19
0.010m	0.0005	0.004
0.015m	0.010	0.31

表-1 最適な緩和パラメータ

増分量 Δt は 0.001s とする。図-3 は、初期の粒子間隔を 0.005m と固定し、緩和パラメータの違いによる S 点での圧力の計算結果を比較したものである。図より、緩和パラメータの値により圧力値が大きく変化し、その値を小さくすると、体積減少が影響に表れ圧力値が過小となることが分かる。この特性を踏まえて、粒子間隔を 0.005m, 0.010m, 0.015m と変化させて、各時間ステップにおいて実験値と解析解との相対誤差を求め、その平均値を緩和パラメータごとに比較したものが図-4 である。粒子間隔 0.005m, 0.010m の場合は、誤差の平均値を最小とする最適な緩和パラメータが一つに定まるが、粒子間隔 0.015m の時は、明確に定まらなかったため、圧力ピーク値の計算結果の比較を行うことで、最終的に最適なパラメータを決定した。その結果を表-1 に示す。表より、粒子間隔と最適な緩和パラメータには比例関係が見られ、粒子間隔を小さくすると、緩和パラメータも小さくなることが分かる。表-1 の結果を用いて計算した結果が図-5 である。図より、粒子間隔に応じた最適な緩和パラメータを用いることで、いずれの場合も実験値と概ね良い一致を示すことがわかる。粒子間隔が細かい場合には粗い場合と比べて、圧力ピーク値や 0.76s 付近 (流体が壁から反射する瞬間) の圧力値の精度が良いことが分かる。

4. おわりに

本研究では、安定化 ISPH 法の精度検証を行なうことを目的とし、最適な緩和パラメータの決定をするために、実験値との比較を行った。また、粒子間隔の差異による精度の変化についても検討を行い、以下の結論を得た。

- 初期粒子間隔ごとに解析解と実験値の相対誤差を求めることにより、最適な緩和パラメータの決定が可能である。

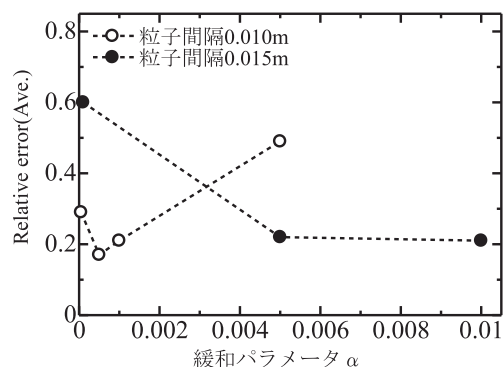
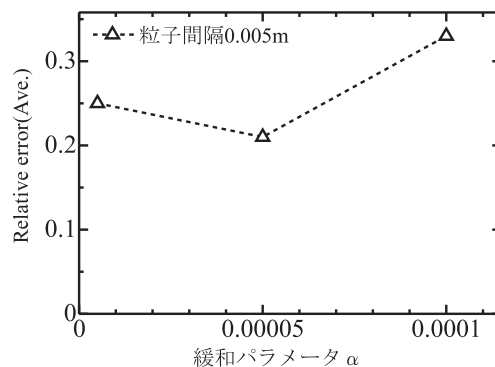


図-4 実験値との相対誤差

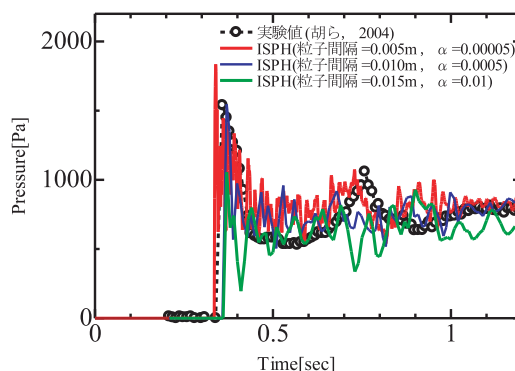


図-5 最適な緩和パラメータを用いた場合の結果

- 粒子間隔と最適な緩和パラメータは比例関係にあり、最適な緩和パラメータを選択することで、実験値に近い良好な結果が得られる。

参考文献

- 1) A. Khayyer, H. Gotoh and S. Shao, Corrected incompressible SPH method for accurate water-surface tracking in breaking waves. Coastal Engineering 55 (2008) pp. 236-250.
- 2) E-S. Lee, C. Moulinec, R. Xu, D. Violeau, D. Laurence and P. Stansby, Comparisons of weakly compressible and truly incompressible algorithms for the SPH mesh free particle method. Journal of Computational Physics 227(18) (2008) pp. 8417-8436.
- 3) 胡 長洪, 柏木 正: CIP 法を用いた強非線形波・浮体相互作用の数値計算, 九州大学応用力学研究所研究集会報告, 14ME-S3, 2003, 58-60.