

安定化有限要素法による熱対流解析

中央大学大学院 学生員 石坂 俊輔
中央大学 正会員 檜山 和男

1. はじめに

近年、経済社会活動や人口の都市域への過度の集中により、都市部においてヒートアイランド現象が年々顕在化し社会問題となっている。そこで、本研究は都市の温熱環境形成の解明に重要となる地表面の熱収支を考慮した温熱環境解析手法の提案を行うものである。離散化手法には、構造物や地形などの任意複雑形状の適合性に優れている有限要素法を用い、乱流モデルには、標準 $k-\varepsilon$ モデルを用いた。

2. 数値解析手法

(1) 基礎方程式

非等温場における非圧縮性粘性流体を考え、乱流モデルには RANS に基づく $k-\varepsilon$ 型 2 方程式モデルを用いる。アンサンブル平均操作を施された運動方程式、連続式、乱れエネルギーの輸送方程式、エネルギー散逸率の輸送方程式、エネルギー方程式、絶対湿度の輸送方程式はそれぞれ式 (1), (2), (3), (4), (5), (6) で表される。

運動方程式；

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{2}{3} \frac{\partial k}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ (\nu + \nu_T) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right\} + g\beta(\bar{\theta} - \theta_0) \delta_{i2} = 0 \quad (1)$$

連続式；

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

乱流エネルギーの輸送方程式；

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} - \frac{\nu_T}{\sigma_k} \frac{\partial^2 k}{\partial x_j^2} - P_k + \varepsilon - G_k = 0 \quad (3)$$

エネルギー消散率の輸送方程式；

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} - \frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x_j^2} - (C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \varepsilon + C_{\varepsilon 3} G_k) \frac{\varepsilon}{k} = 0 \quad (4)$$

エネルギー方程式；

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j} - \left(\alpha + \frac{\nu_T}{\sigma_\theta} \right) \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial x_j^2} = 0 \quad (5)$$

絶対湿度の輸送方程式；

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{q}}{\partial x_j} - \left(\alpha + \frac{\nu_T}{\sigma_q} \right) \frac{\partial^2 \bar{q}}{\partial x_j^2} = 0 \quad (6)$$

ここに、 $\bar{u}_i, \bar{p}, \bar{\theta}, \bar{q}$ は、それぞれアンサンブル平均操作を

施された流速、圧力、温度、絶対湿度であり、 k は乱れエネルギー、 ε エネルギー散逸率、 ν は動粘性係数、 ν_T は渦動粘性係数である。また、式中の定数群は参考文献³⁾を参照されたい。

(2) 離散化手法

基礎方程式、式 (1), (2) に対して SUPG/PSPG 法¹⁾に基づく安定化有限要素法を、式 (3)~(6) に対して SUPG 法に基づく安定化有限要素法を用いて空間方向の離散化を行う。時間方向の離散化には、Crank-Nicolson 法により離散化を行い、連立 1 次方程式の解法には Element-by-Element Bi-CGSTAB2 法を用いた。

(3) 熱収支式

太陽から地表面に与えられた熱エネルギーは顕熱や潜熱に変換される。地表面温度は、日射量と温度を入力条件として式 (7) の熱収支式により求められる。その概念図を図 - 1 に示す。

$$(1 - ref)S + L = \sigma T_s^4 + H + \iota E + G \quad (7)$$

ここで、 T_s は地表面温度、 S は短波放射量、 L は長波放射量、 H は顕熱輸送量、 ιE は潜熱輸送量、 G は貯熱量、 ref はアルベド、 σ はステファン・ボルツマン定数 ($= 5.67 \times 10^{-8} [W/m^2 K^4]$) である。

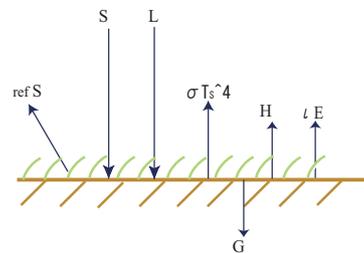


図 - 1 熱収支概念図

3. 数値解析例

(1) 事務所ビル屋上熱環境解析

地表面の熱収支を考慮した本解析手法の精度の検証を行うため、佐竹らの行った観測値⁷⁾との比較を行った。比較した観測値は、ビルの屋上に設置された屋上緑化においての実測値を用いた。実測項目は、土壌内温度、スラブ上下面の温度・熱流量、土壌水分率と室温、屋上で外気温と水平日射量である。室温計測は、床から高さ約 2[m] で計測したものである。

a) 解析条件

解析領域を図 - 3 に、境界条件を表 - 1 に示す。解析に用いたメッシュは、 $10 \times 10 \times 60(x \times y \times z)$ の最小メッ

KeyWords： 安定化有限要素法，熱対流解析，熱収支

連絡先： 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 E-mail: ishizaka@civil.chuo-u.ac.jp

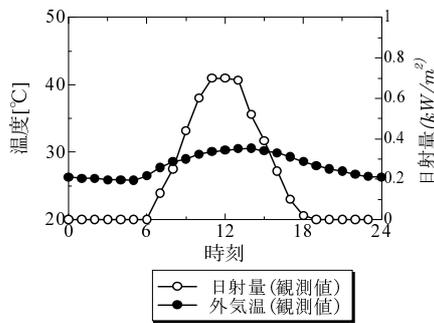


図-2 屋上日射量と外気温(夏期)

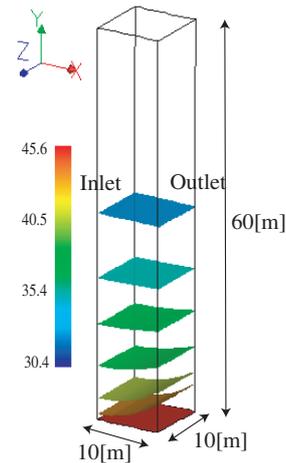


図-3 解析領域と温度分布(12:00)

シユ幅 1.0×10^{-1} の等分割メッシュを用いた．微小時間増分量は $\Delta t = 1.0 \times 10^{-3} [sec]$ とした．流入温度は図-2に示す実測で得られた各時刻での外気温を与え，地表面熱収支式に必要な短波日射量と長波日射量は実測から得られた全天日射量とした．なお，解析は非緑化区に関しての0時，3時，6時，9時，12時，15時，18時，21時の8ケースについて行った．

表-1 境界条件

流入境界	$\bar{u} = y^{1/4}$, k に関しては実験値を用いた $\bar{v} = \bar{w} = 0.0$, $\varepsilon = 0.3k \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$
流出境界	自由流出境界
上端面	slip 条件
底面	$\frac{u_{ip}}{\tau_w} (C_\mu^{1/2} k_p)^{1/2}$ $= \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{E h_p (C_\mu^{1/2} k_p)^{1/2}}{C_\mu^{3/4} \cdot \frac{\nu}{k_p^{3/2}}} \right)$ $\varepsilon_p = \frac{\nu}{\kappa h_p}$ 温度と水蒸気に関しては 顕熱輸送量と潜熱輸送量から得られる 熱流束と水蒸气流束を与えた．

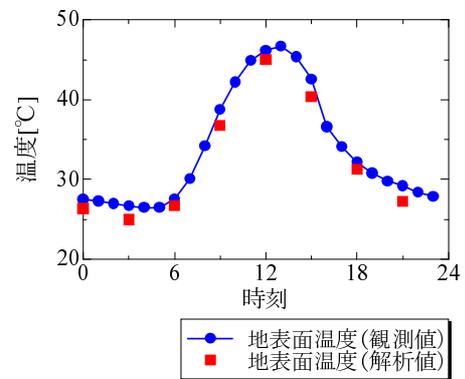


図-4 温度分布図

b) 解析結果

図-3に，午後12時における温度分布図を示す．また，図-4に非緑化区の解析結果を示す．図より，両者は若干のずれがあるが，どの時刻でも概ね良い一致を示していることが確認出来る．これより，本手法の有効性が確認されたと言える．

4. おわりに

本研究では地表面熱収支考慮した，温熱環境解析手法として，標準 $k-\varepsilon$ モデルに基づく安定化有限要素法を提案した．本手法を実際の屋上緑化における事例に適用した結果，本解析結果は実測値と概ね良い一致を示した．

今後の課題としては，芝を用いた地表面緑化などの他の地表面性状での解析や，建物を含む熱対流解析などがあげられる．

参考文献

- 1) T.E.Tezduyar : Stabilized finite element formulations for incompressible flow computations , Advance in Applied Mechanics , 28 , pp.1-44 , 1991.
- 2) M.Gabill and P.Viollet : The Three Dimensional Computation of Secondary Flow and Density Currents in A Curved Pipe , Refined Flow Modeling and turbulence Measurements. 3rd Int.Symp. 1988.
- 3) W.Rodi and M.S.Hossain : Turbulence Model for Buoyant Flow and its Application to Vrttical Buoyant Jets. ,Turbulence Buoyant Jets and Plumes HMT-Series , Vol.6 , Pergawon Press , Oxford England , 1982.
- 4) 村上周三，大場正昭：床面に温度差のある成層流中の気流性状並びに拡散に関する風洞実験(その1～その4)，日本建築学会大会学術学会講演梗概集(環境)，pp.213-218，1977.
- 5) 野口康仁，村上周三，持田灯，富永禎秀：都市の温熱環境の数値シミュレーション(その1)，日本建築学会大会学術講演梗概集，pp.779-780，1993.
- 6) 佐竹晃，森橋大輔，野津常義：薄層屋上緑化による建物温熱環境改善効果にかんする実測調査，前田建設技術研究所報 Vol.45 2004 pp.117-122，2004．
- 7) 千葉弘孝：敷地・街区を対象とした壁面緑化による温熱環境改善効果に関する研究，独立行政法人建築研究所，2006．