

種々のせん断ひずみ速度で流れる粒状体のシミュレーションに関する解析

前橋工科大学 学生会員 ○富山真明
前橋工科大学 正会員 土倉 泰

1. はじめに

砂のような粒の集まりである粒状体のせん断流において発生するせん断応力やレイノルズ応力などが、流れの速さや粒子充填率によってどのように変化するかを評価するために、シミュレーション解析を行った。本文では、Bagnold¹⁾により提唱された構成モデルの検証を行うとともに、その適用限界やせん断力とレイノルズ応力との比率について考察する。

2. せん断応力とレイノルズ応力の定義

ここでは、図-1のような体積変化のない2次元の単純せん断場を考え、物体力は零とする。このとき、動的なエネルギー保存条件は次式で与えられる。

$$P^\sigma = P^I + P^a \quad (1)$$

P^σ は内部応力のする仕事率、 P^I はトラクションのする仕事率、 P^a は慣性力のする仕事率である。同式を離散的演算式で表現すると次式となる²⁾。

$$P^\sigma = (\tau + \tau^R) \dot{\gamma} \quad (2)$$

ここに、

$$\tau = \frac{h}{V} (\sum_{B_U} F_x - \sum_{B_L} F_x) \quad (3)$$

$$\tau^R = -\frac{m}{V} \sum_I v_y v_x \quad (4)$$

であり、 $\sum_{B_U}$ 、 $\sum_{B_L}$ は上下の境界におかれた境界粒子についての和、 $\sum_I$ は内部粒子に関する総和を表し、 F_x は境界粒子に接触している内部粒子との間の接触力の合力の x 方向成分、 v_y 、 v_x は内部粒子の y 、 x 方向の速度である。

式(2)によれば内部応力のする仕事率は、境界でのせん断応力と内部粒子の運動で決まるレイノルズ応力のする仕事率の和で表せることがわかる。

3. 動的単純せん断試験のシミュレーション

ここでは、動的粒状要素法²⁾による2次元解析を円粒子の集合体を対象として行う。図-1のように、上下に配置した境界粒子を水平方向逆向きに一定速度で動かし、内部粒子の単純せん断流れをつくる。このとき、上下の境界粒子の間隔は一定とする。また、境界に与えるせん断を内部へ

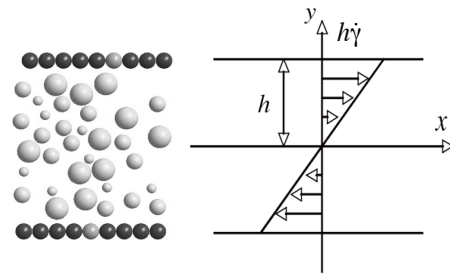


図-1 粒状体モデルと単純せん断場

確実に伝えるため、内部粒子には上下方向に微小な初期速度を与える。なお、ここでは、領域内に存在する粒子の面積をモデルの領域面積で割った値を、粒子充填率 ρ とする。

本研究では、粒子数や粒子充填率の異なる粒状体に対して種々のせん断ひずみ速度を境界に与えたせん断流れをつくった。モデルの x 方向は周期境界とし、また、上下の境界の間隔を変えることによって、粒子充填率を調整する。粒子間のバネ定数は法線方向が 5×10^4 N/m、接線方向が 3.5×10^4 N/m、粘性係数は法線方向が 0.5 N/ms⁻¹、接線方向が 0.35 N/ms⁻¹、摩擦角は $\phi = 15^\circ$ である。解析時間ステップは $\Delta t = 10^{-5}$ s とする。内部粒子数は 207 個、414 個、828 個を 2 種類、832 個とした 5 つのモデルを用いる。

4. 応力の評価

ここでは、内部粒子数が 832 個のモデルの結果を示す。なお、応力は変動する量なので、流れが定常状態となっていることを確認した部分の平均値とした。

図-2 は、粒子充填率を 0.5、0.6、0.7 に設定したときに得られたせん断応力の変化である。横軸は、与えたせん断ひずみ速度だが、Bagnold はせん断応力はせん断ひずみ速度の 2 乗に比例すると提唱したが、図-2 を見た通り、提唱が適用できるのはせん断ひずみ速度が 6 s⁻¹ までである。せん断ひずみ速度が大きい範囲では、2 次曲線ではなく、直線で近似できる。

図-3 は、上記で述べた粒子充填率に設定したときのレイノルズ応力の変化である。レイノルズ応力は、せん断応力と違い、粒子充填率を変化させてもさほど値に差がなく、むしろ粒子充填率が小さい方が値が大きいのがわかる。

キーワード 粒状体、粒状要素法、せん断応力、レイノルズ応力

連絡先 〒371-0816 前橋市上佐鳥町 460-1 TEL 027-265-7305 E-mail tsuchi@maebashi-it.ac.jp

次に、式(2)のレイノルズ応力とせん断応力の割合を調べるために両応力の比を計算した。結果は図-4だが、粒子充填率と2つの応力の比との関係はせん断ひずみ速度に依存せず、せん断応力の大きさと比べてときのレイノルズ応力は、粒子充填率が大きい程小さいことがわかる。これは、粒子充填率が大きい程、内部粒子の動きが制限されるためと考えられる。

せん断ひずみ速度が大きくなると図-5のようにせん断応力が急に下がる現象が起きる。これは、領域中央部に集まった粒子の動きがほとんどなくなるために、流れが不均一となるためである。この現象が起き始めるせん断ひずみ速度はモデルによって異なる。

5. おわりに

本研究では、動的粒状要素法によるシミュレーションで、粒状体のせん断ひずみ速度と応力との関係を中心に調べた。得られた主要な結論を記す。

- 1) 粒子充填率が大きいほど、同じせん断ひずみ速度におけるせん断応力は大きくなる。
- 2) 本研究の条件下では、せん断ひずみ速度が 6 s^{-1} より小さい範囲では Bagnold の理論式が適用でき、せん断応力はせん断ひずみ速度の2乗に比例する。せん断ひずみ速度が 6 s^{-1} を超えると Bagnold の理論式が適用できず、線形になる。
- 3) レイノルズ応力は、せん断ひずみ速度の2乗と比例するように変化を示すが、その値は粒子充填率の影響をあまり受けない。
- 4) レイノルズ応力とせん断応力の比は、粒子充填率により定まり、せん断ひずみ速度に依存しない。また、粒子充填率が小さい程、式(2)に示す内部応力のする仕事率はレイノルズ応力に影響されることがわかる。
- 5) せん断ひずみ速度がある値を超えると中央部にある粒子の動きがほとんどなくなるために、流れの中に不均一性が生じる。

謝辞

本文は、岸野佑次東北大学名誉教授のご指導の下に行った研究をまとめたものです。記して謝意を表します。

参考文献

- 1) Bagnold, R.A.: Experiments on a gravity-free dispersion of large solid spheres in a Newtonian fluid under shear, Proc. Royal Soc. Lond., Ser. A 225, pp.49-63, 1954.
- 2) 岸野佑次, 土倉泰, 富山真明: 粒状体の高速せん断流におけるせん断応力とレイノルズ応力の評価
応力力学論文集, Vol.12, pp.439-448, 2009.

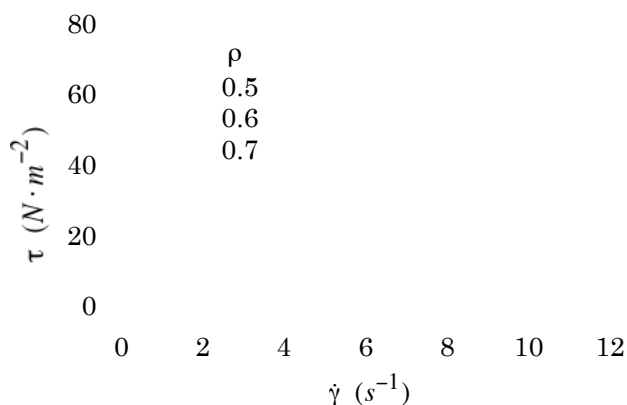


図-2 速度で変化するせん断応力

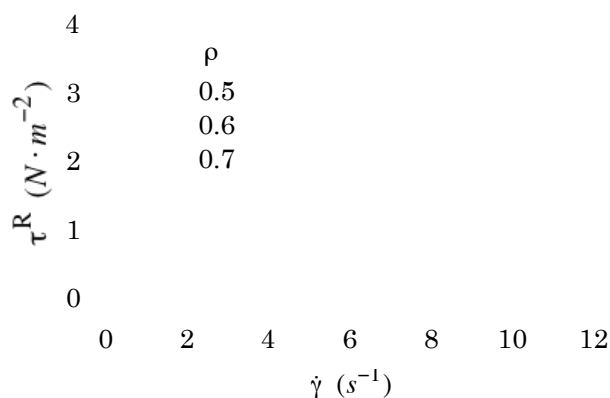


図-3 速度で変化するレイノルズ応力

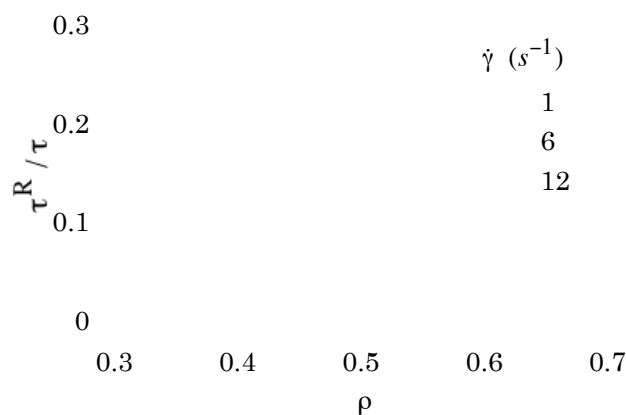


図-4 レイノルズ応力とせん断応力の比

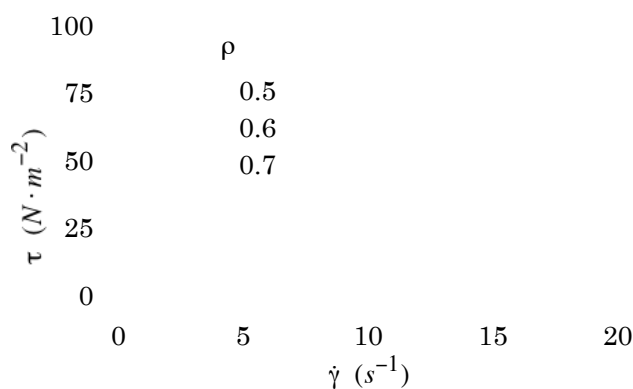


図-5 高速せん断時のせん断応力の変化