

安定化有限要素法による津波遡上及び流体力の解析

中央大学 学生員 ○ 牧野 優作
中央大学 正会員 櫻山 和男

1. はじめに

日本は、今後 30-50 年の間にマグニチュード 7, 8 規模の地震が 40-50 回起こると予想されている。また、日本は島国であるため、地震が起こるとそれに伴い津波が発生する。そのため津波の防災対策を立てる上で、数値シミュレーションにより事前に津波の流体力や遡上域を予測・把握することは、重要である。

本論文では、支配方程式には、波の非線形性と分散性を考慮した Boussinesq 方程式を用い、離散化手法に SUPG 法に基づく安定化有限要素法¹⁾を適用した。なお、遡上域における移動境界手法²⁾として、複雑地形や建物を考慮することが可能な Euler 的手法を用いた。数値解析例として建物・地形を考慮した津波遡上問題を取り上げ、本手法の有効性を検討した。

2. 数値解析手法

(1) 支配方程式

支配方程式には、以下に示す非線形性と分散性を考慮した Boussinesq 方程式（非線形分散波方程式）を用いる。

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{A}_i \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\mathbf{N}_{ij} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial^2}{\partial t \partial x_i} (\mathbf{K}) + \mathbf{R} - \mathbf{G} \mathbf{U} \quad (1)$$

ここで、各ベクトルと各行列は以下ようになる。

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} H \\ u_1 H \\ u_2 H \end{bmatrix}, \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{h^2}{3} \frac{\partial u_i H}{\partial x_i} \\ \frac{h^2}{3} \frac{\partial u_i H}{\partial x_i} \end{bmatrix}, \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 \\ -c^2 \frac{\partial z}{\partial x_1} \\ -c^2 \frac{\partial z}{\partial x_2} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ c^2 - u_1^2 & 2u_1 & 0 \\ -u_1 u_2 & u_2 & u_1 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -u_1 u_2 & u_2 & u_1 \\ c^2 - u_2^2 & 0 & 2u_2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{N}_{11} = \nu_e \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -2u_1 & 2 & 0 \\ -u_2 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{N}_{12} = \nu_e \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -u_1 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{N}_{21} = \nu_e \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -u_2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{N}_{22} = \nu_e \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -u_1 & 1 & 0 \\ -2u_2 & 0 & 2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{C_f \sqrt{u_1^2 + u_2^2}}{H} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{C_f \sqrt{u_1^2 + u_2^2}}{H} \end{bmatrix}, \quad C_f = \frac{gn^2}{H^{1/3}}$$

ここで、 u_i は x, y 方向の断面平均流速、 H は全水深、 ν_e は渦動粘性係数、 n はマンニングの粗度係数である。また、 $\mathbf{U}$

は未知数ベクトルであり、 $\mathbf{K}, \mathbf{R}, \mathbf{A}_i, \mathbf{N}_{ij}, \mathbf{G}$ はそれぞれ分散項、水底勾配項、移流項、拡散項、摩擦項に対する行列である。

(2) 安定化有限要素法

支配方程式 (1) の空間方向の離散化としては、SUPG 法に基づく安定化有限要素法を適用する。なお、要素としては三角形一次要素を用いる。時間方向の離散化としては、2 次精度を有する Crank-Nicolson 法を用いた。また連立一次方程式の解法には、Element-By-Element Bi-CGSTAB 法を用いた。

(3) 移動境界手法

遡上域における移動境界手法として、複雑地形に対する適合性に優れた、固定メッシュに基づく Euler 的手法を用いる。Euler 的手法とは、あらかじめ対象領域を有限要素分割しておき、各時間ステップにおいて、各要素が陸域の要素なら計算から除外し、水域の要素なら計算に含めるという処理を全要素に対して行うことにより、境界の移動を Euler 的に表現していくものである。

(4) 流体力評価法

本研究では、流体力を式 (2) の境界積分項より求める³⁾。

図-1 に示すよう、解析領域 Ω 内部に境界が存在する場合を考える。構造物周り一層分のメッシュにより構成される領域 Ω^0 では、(2) が成り立つ。ここで、各行列は以下のようである。

$$\int_{\Omega^0} \mathbf{U}^* \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \bar{\mathbf{A}}_i \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial t \partial x_i} (\mathbf{K}) - \mathbf{R} + \mathbf{G} \mathbf{U} \right) d\Omega + \int_{\Omega^0} \left(\frac{\partial \mathbf{U}^*}{\partial x_i} \right) \cdot \left(-\mathbf{L}_i \mathbf{U} + \mathbf{N}_{ij} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_j} \right) d\Omega = \int_{\Gamma_{in}} \mathbf{U}^* \mathbf{T} d\Gamma = \mathbf{F} \quad (2)$$

$$\bar{\mathbf{A}}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -u_1^2 & 2u_1 & 0 \\ -u_1 u_2 & u_2 & u_1 \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{A}}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -u_1 u_2 & u_2 & u_1 \\ -u_2^2 & 0 & 2u_2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{L}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ c^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{L}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ c^2 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 \\ F_x \\ F_y \end{bmatrix}$$

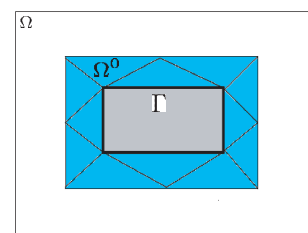


図-1 構造物周りのメッシュ図

KeyWords: 安定化有限要素法, Boussinesq 方程式, 移動境界, 流体力, 建物倒壊

連絡先: 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 TEL 03-3817-1808 FAX 03-3817-1815

ここで F_x, F_y は、 x 方向および y 方向の流体力である．
 よって構造物に働く流体力は、計算された流速と水位を式
 (2) に、代入することにより求められる．

(5) 砕波減衰モデル

砕波の表現には、岩瀬らにならい、拡散項の渦動粘性係数により運動量散逸を表現し、砕波判定には流速波速比を用いる⁴⁾．流速波速比が 0.59 を超えたときに、拡散項の渦動粘性係数、

$$\nu_e = \beta \sqrt{gH\zeta}$$

を空間分布として与え、砕波減衰を表現する． β は係数であり、岩瀬らにならい、 $\beta=0.23$ とする．

(6) 構造物倒壊

建物の倒壊を考慮した解析を行うため、構造物倒壊手法を導入する．まず、構造物内部にも有限要素分割を行い、構造物の境界に境界条件 (slip 条件, non-slip 条件) を与える．そして各構造物に働く流体力を計算し、構造物別の倒壊にいたる抗力の指標を超えたとき、その構造物は倒壊と判定し、構造物周りの境界条件、及び内部の境界条件を Free とし解析を行っていく．

3. 数値解析例 1

(1) 建物を有する津波遡上問題

本手法の津波の流体力の有効性の検討を行うため建物を有する津波遡上問題⁵⁾を取り上げる．図-2 に、解析モデルを示す．入射波は図-3 に示す実験での造波板の移動速度の時刻歴を x 方向の線流量として入力する．有限要素分割は非構造格子を用い、微小時間増分量は 0.005[sec]、建物境界の境界条件は nonslip 条件とした．

(2) 解析結果

図-4 に、建物に働く流体力の時刻歴の計算結果を実験値との比較したものである．図-4 より、波の衝突が実験値に比べ若干遅れているが、流体力は実験値に対して良い一致を示していることがわかる．

4. 数値解析例 2

(1) 建物・地形を考慮した津波遡上問題

本手法の実問題への有効性を検討するため、建物・地形を考慮した津波遡上問題を取り上げる．図-5 に建物周辺の有限要素分割図を示す．今回は、建物倒壊を考慮するため、建物を木造とコンクリート造に分け、それぞれ 49.0、

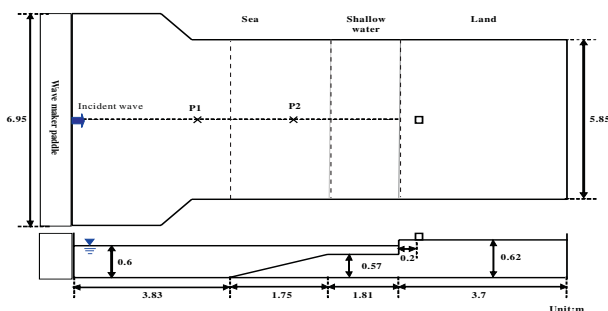


図-2 解析モデル

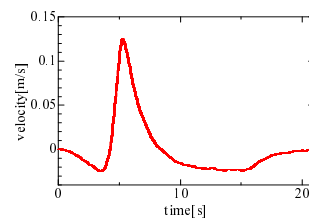


図-3 造波板の移動速度の時刻歴

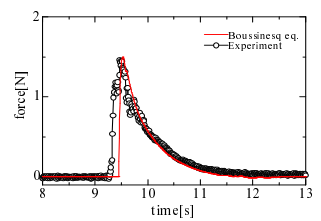


図-4 建物に作用する流体力の時刻歴

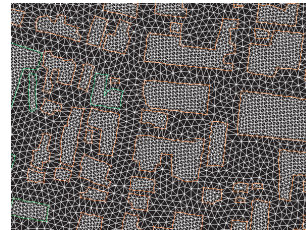


図-5 建物周辺の有限要素分割図

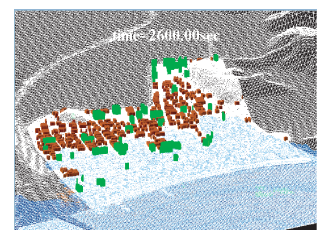


図-6 解析結果

603.0[KN/m] を倒壊判定値⁶⁾をととして定めた．解析条件として、微小時間増分量は 0.05[sec] とした．

(2) 解析結果

図-6 に、津波が陸上に遡上している様子を示す．図より津波が防波堤を乗り越え、陸上に遡上し、建物に衝突していることがわかる．これより、木造に比べコンクリート造は持ちこたえていることがわかる．以上、本手法は実地形での建物の倒壊を考慮した解析が可能であることがわかる．

5. おわりに

本論文では、支配方程式に Boussinesq 方程式を用い、建物・地形を正確に考慮した津波遡上及び流体力の解析を行った．その結果、以下の結論を得た．

1. 流体力において、波の衝突が実験値に比べ若干遅れているが、流体力は実験値に対して良い一致を示していることが確認された．
2. 建物・地形を考慮した津波遡上問題において、建物の倒壊を考慮でき、津波による建物の被害状況を表現できることが確認された．

参考文献

- 1) T.E.Tezduyar : Stabilized finite element formulations for incompressible flow computations, *Advance in apploed Mech.*, 28, pp1-44, 1991
- 2) Mutsuto Kawahara, Tsuyoshi Umetsu : Finite element method for moving boundary problems in river flow, *Int. J. Numer. Methods in Fluids*, 6, pp.365-386, 1986
- 3) 利根川 大介 : 安定有限要素法による津波遡上および流体力の解析手法の構築, *応用力学論文集*, pp. 127-134, 2009
- 4) 岩瀬浩之, 深澤雅人, 後藤智明 : ソリトン分裂の砕波変形に関する水理実験と数値計算, *海岸工学論文集*, 第 48 巻, pp. 306-310, 2001
- 5) チャルレスシマモラ, 鳴原良典, 藤間功司 : 建物群に作用する津波波力に関する水理実験, *海岸工学論文集*, 第 54 巻, pp. 831-835, 2007
- 6) 飯塚秀則, 松富英夫 : 津波氾濫流の被害想定, *海岸工学論文集*, 第 47 巻, pp. 381-385, 2000.