

自由表面流れ解析における SPH 法の精度検討

中央大学	学生員	原田 悠里
中央大学	学生員	中村 正人
中央大学	正会員	樫山 和男

1. はじめに

近年のコンピュータの進歩により自由表面流れ現象を把握するために、差分法や有限要素法に基づく数値シミュレーション手法が数多く提案されている。しかし、浅海砕波等の問題に対しては、差分法や有限要素法等、メッシュを用いる手法では正確な解析が困難となる場合がある。この問題を解決する手法として、近年、粒子法が注目されている。粒子法は、連続体を有限個の粒子によって表現するもので、各粒子は速度・圧力といった物理量を保持しながら移動するため、連続体の挙動をメッシュを用いることなく粒子の運動で表現できる。粒子法の代表的なものには、MPS(Moving Particle Semi-implicit) 法と SPH(Smoothed Particle Hydrodynamics) 法がある。

本研究は SPH 法の精度検証を行なうことを目的とし、従来の有限要素法による計算結果及び実験結果との比較を行なうものである。また、粒子間隔の差異による精度の変化についても検討する。数値解析例として、ダムブレイク問題解析を取り上げる。

2. SPH 法の概要

本研究の数値解析で用いた SPH 法の解析アルゴリズムを概説する。SPH 法は格子を必要としない粒子型解法の一つであり、粒子上(計算点)に解くべき物理量を与える。このとき、物理量は影響範囲内に空間分布していることを想定して、その分布形状を重み関数 W により与える。すなわち、粒子 i 付近の粒子群 j における粒子質量、粒子密度をそれぞれ m_j, ρ_j とすると、物理量 $f(x_i)$ を

$$f(x_i) \approx \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(x_j) W(x_i - x_j, h) \quad (1)$$

として近似する。ここで、 W は 3 次の Spline 関数を使用した。同様に、空間微分に関する項も次式を用いて粒子近似できる。

$$\nabla f(x_i) \approx \rho_i \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{f(x_i)}{(\rho_i)^2} + \frac{f(x_j)}{(\rho_j)^2} \right) \nabla W(x_i - x_j, h) \quad (2)$$

関数分布の仮定を図 - 1 に示す。本研究では、以下に示す方程式を SPH 法を用いて解く。SPH 法の詳細は、文献 [1] に委ねる。

連続の方程式;

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3)$$

運動量保存式;

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + F_i \quad (4)$$

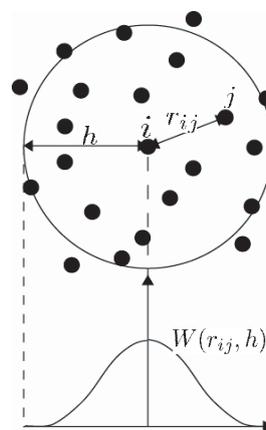


図 - 1 関数分布の仮定

また、状態方程式として Tait 型の式を用いる。

$$P = B \left\{ \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^n - 1 \right\} \quad (5)$$

上式は水に対する状態方程式として Batchelor が提案し、Monaghan¹⁾ が SPH による自由表面流れの計算に用いたものである。ここで、式中の ρ_0 は初期密度であり、 n は定数を表す。Monaghan に従い今回は、両者を 1000 kg/m^{-3} 、 7 とした。 B は流体の圧縮性の度合いを定める定数係数である。なお、数値解析にはオープンソース SPH ソフト「SPHYSICS」[5] を用いた。

3. 数値解析例

本解析では、SPHYSICS⁵⁾ というオープンソース SPH コードを用いる。解析には 2D モデルを扱い粒子間隔を変えたダムブレイク問題解析を行う。初期条件として、図 - 2 に示す様に静止状態の幅: $L = 0.146 \text{ m}$ 、高さ: $2L$ の水柱を考える。水槽は、幅: $4L$ 、高さ: $3.25L$ とする。水柱の粒子数は、粒子間隔 $0.004, 0.008, 0.016 \text{ (m)}$ とし、それぞれ $36 \times 72, 18 \times 36, 9 \times 18$ 分割(水平方向 × 鉛直方向)となる。図 - 3 には各粒子間隔ごとの流体領域形状の比較を示す。なお、カラー表示は流速分布を示している。図より、細かい粒子間隔を用いることにより計算が安定に行われている。従来のメッシュを用いる手法との比較として、バックグラウンドメッシュを用いた ALE 法に基づく有限要素法³⁾ と、VOF 法に基づく有限要素法⁴⁾ による結果を用いる。それらを図 - 4 に示す。ここで、比較した有限要素法の解析結果の格子間隔はいずれも 0.0073 m である。図より、有限要素法による結果と最も良い一致を示したのは粒子間隔 0.004 m のときである。一方、定量的な評価として図 - 5 に

KeyWords : 自由表面流れ, SPH 法, ダムブレイク

連絡先 : 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 E-mail: d36201@educ.kc.chuo-u.ac.jp

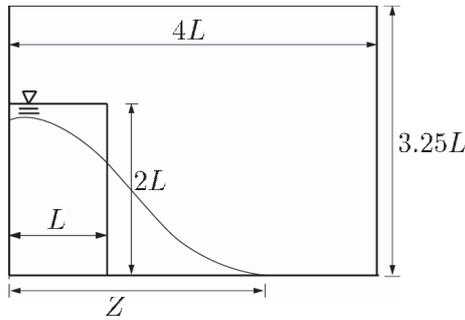
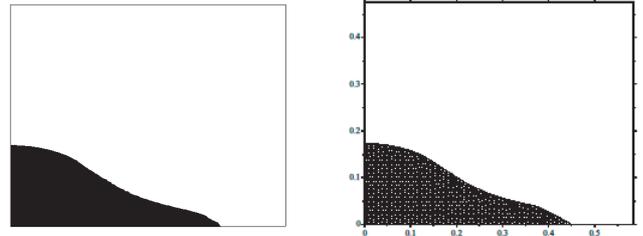


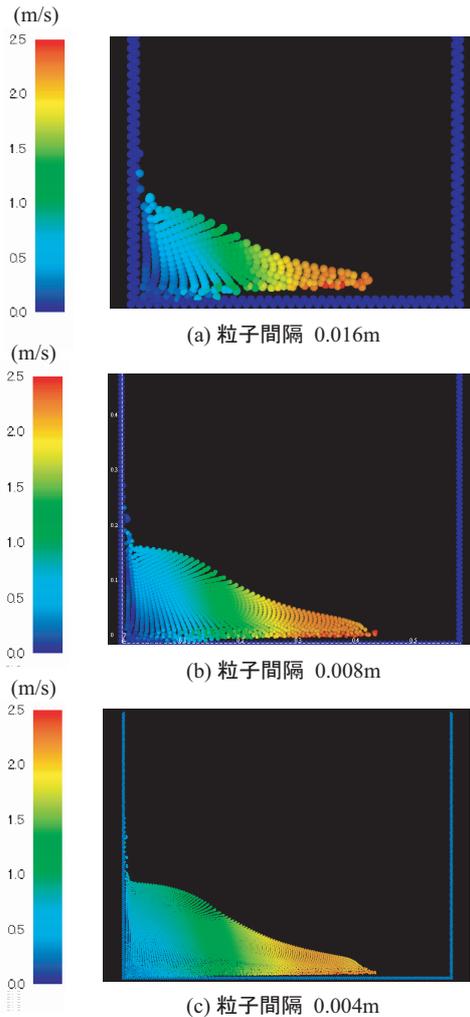
図-2 初期条件



(d) 格子間隔 0.0073m

(e) 格子間隔 0.0073m

図-4 有限要素法による結果との比較(左:VOF法 右:ALE法)



(a) 粒子間隔 0.016m

(b) 粒子間隔 0.008m

(c) 粒子間隔 0.004m

図-3 SPH法による流体領域形状の比較 (t=0.2s)

示す水際線位置移動の時刻歴についても、本解析結果は、実験値 [2] と良い一致を示していることがわかる。

4. おわりに

本研究では SPH 法の精度検証を行なうために、従来のメッシュを用いる手法 (ALE 法に基づく有限要素法及び、VOF 法に基づく有限要素法) による計算結果及び、実験結果との比較を行った。またその際に粒子間隔の差異による精度の変化についても検討して以下の結論を得た。

- 粒子径を細かくすることにより、粒子法による計算

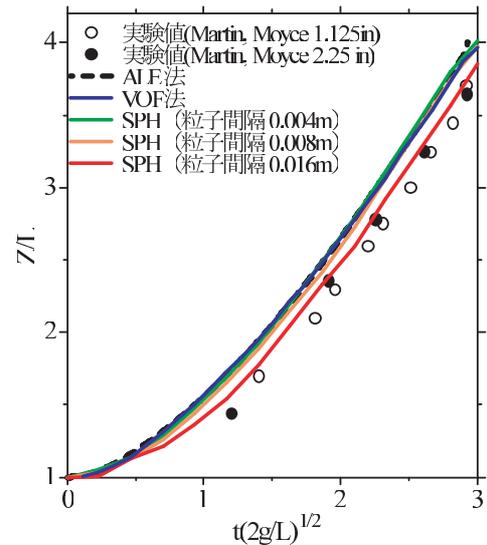


図-5 水際線位置の時刻歴

結果は自由表面形状及び水際線位置の時刻歴とも有限要素法による結果と良い一致を示した。

- 粒子間隔が粗い場合には細かい場合と比べて水際線位置の時刻歴については実験結果と良い一致を示したが自由表面形状は不自然なものとなった。

謝辞

本研究では九州大学工学府建設システム工学専攻准教授の浅井光輝先生から貴重なご意見を頂きました。ここに感謝の意を表します。

参考文献

- 1) Monaghan, J.J.: Simulating Free Surface Flow with SPH, Journal of Computational Physics, Vol.110, 1994.
- 2) Martin, J.C. and Moyce, W.J.: An experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane, Phil. Trans. Roy. Soc. London A, 244, pp.312-324, 1952.
- 3) 田中 聖三, 榎山 和男: バックグラウンドメッシュを用いた自由表面流れ解析の自由表面位置の決定法とその実問題への適用, 応用力学論文集, 土木学会, 10(2007)255-262
- 4) 中村 正人, 高瀬 慎介, 榎山 和男, 寺田 賢二郎: 有限被覆法による自由表面を有する流れ解析, 土木学会関東支部技術研究発表会概要集 (CD-ROM), 2010
- 5) <http://wiki.manchester.ac.jp/SPHysics/>