

液状化飽和砂地盤の粘弾性変形解析と室内振動実験

東海大学大学院 学生会員 武田倫直  
東海大学工学部 正会員 本間重雄

1. まえがき

地震時の地盤の液状化災害には、支持力喪失による構造物の沈下、護岸や斜面または地盤そのものが変位する側方流動、埋設構造物の浮き上がり現象などがあるが、いずれも地盤が剛性を失って流動化し、変位が許容限度を超えて過大になることが被害の本質である。本論では、液状化時の飽和砂の粘性抵抗を、地盤中を沈降する球体の落下速度から Stokes の法則を用いて評価する方法を述べ、その粘性係数をもとに地盤の流動変形を、半無限弾性体表面に円形等分布荷重が載荷された場合の弾性解に対し、Maxwell 体および Kelvin 体の線形粘弾性対応原理により解析する手法について検討した。また、解析条件と同じ状況に対する室内液状化実験を実施し、砂層表面変位の時間的推移について比較した。

2. 液状化飽和砂の粘性係数測定

液状化飽和砂の巨視的な粘性係数を把握するため、粘性流体中に置かれた球体の落下抵抗に基づく Stokes の法則を利用した。この法則によれば直径  $d$  の球体が粘性係数  $\eta$  の流体中を速度  $v$  で沈降する際に受ける抵抗は

$$R = 3\pi\eta dv \tag{1}$$

で与えられ、一方密度  $\rho^*$  の物体の密度  $\rho_{sat}$  の流体中における重量は

$$W' = \frac{\pi d^3}{6}(\rho^* - \rho_{sat})g \tag{2}$$

であるので、球体が等速沈降する場合には  $R=W'$  より

$$\eta = \frac{d^2}{18v}(\rho^* - \rho_{sat})g \tag{3}$$

で粘性係数が評価できる。実験は図-1 に示すような振動土槽内の飽和砂（相対密度 20%の豊浦砂）に振幅 3mm，周波数 3Hz の正弦波を加えて液状化させ、その中に鉛散弾を入れた軟式野球ボール( $d = 6.65\text{cm}$ )を設置してその沈降速度を測定した<sup>1)</sup>。落下球体および飽和砂の密度はそれぞれ  $\rho^* = 2.44\text{g/cm}^3$ ， $\rho_{sat} = 1.95\text{g/cm}^3$  である。図-2 は測定結果を示したもので、式(3)により粘性係数を求めると  $\eta = 300 \sim 500 \text{ g/cm}\cdot\text{s}$  であった。10 の水の静粘性係数は  $\eta_w = 0.013 \text{ g/cm}\cdot\text{s}$  であるので、液状化時の飽和砂は水の約 3 万倍から 5 万倍の粘性を有していることになる。

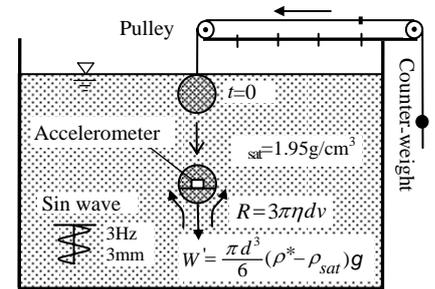


図-1 液状化飽和砂の粘性係数測定

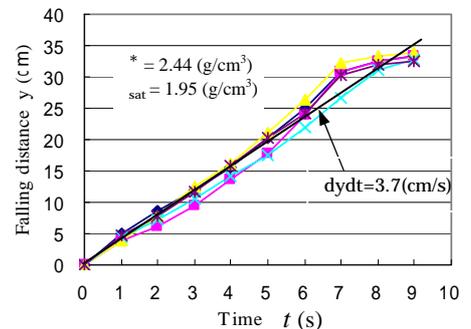


図-2 沈降速度測定結果

3. 液状化飽和砂地盤の粘弾性変形解析

地盤変形解析の典型例として、半無限弾性体の表面に半径  $a$ ，荷重強さ  $p_0$  の円形等分布荷重が載荷されたときの地表面の水平および鉛直変位は次式で与えられる<sup>2)</sup>。

$$u_{z=0} = ap_0 \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E} \begin{cases} r/2a; & r \leq a \\ a/2r; & r \geq a \end{cases} \tag{4} \quad w_{z=0} = 2ap_0 \frac{(1-\nu^2)}{\pi E} \left[ \left(1 - \frac{r}{a}\right) K(k) + \left(1 + \frac{r}{a}\right) E(k) \right] \tag{5}$$

ここに  $E$  は弾性係数， $\nu$  はポアソン比， $r$  は半径方向距離， $K(k)$ ， $E(k)$  は第一種および第二種完全楕円積分である。

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \theta}} d\theta, \quad E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-k^2 \sin^2 \theta} d\theta, \quad k^2 = (4r/a)/(1+r/a)^2 \tag{6a,b,c}$$

この場合、水平変位の最大値は載荷縁  $r = a$  で、垂直変位の最大値は中心  $r = 0$  で生じる。

キーワード：液状化，地盤変形，粘弾性

連絡先：〒259-1292 神奈川県平塚市北金目 1117 東海大学工学部 Tel 0463-58-1211 FAX 0463-50-2045

一方、準静的問題における弾性体と線形粘弾性体の応力～歪関係に関する対応原理によれば

$$\begin{aligned} \text{Elastic} & \quad \text{Transformed Viscoelastic} \\ s_{ij} &= 2Ge_{ij} & \bar{P}(s)\bar{s}_{ij} &= 2\bar{Q}(s)\bar{e}_{ij} \end{aligned} \quad (7a,b)$$

$$ii = 3K\varepsilon_{ii} \quad \bar{ii} = 3K\bar{\varepsilon}_{ii} \quad (8a,b)$$

の関係があり、 $s_{ij}$ 、 $e_{ij}$  はそれぞれ偏差応力、偏差歪、バーの付いた量はラプラス変換、 $s$  はその核を示す。したがって弾性解における材料定数  $G$  を  $\bar{Q}/\bar{P}$  に置き換えれば粘弾性体に対するラプラス変換解となり、その逆変換は粘弾性解となる<sup>3)</sup>。式(4)(5)に含まれる材料定数を体積弾性係数  $K$  およびせん断弾性係数  $G$  を用いて表すと

$$\frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E} = \frac{3}{6K+2G}, \quad \frac{1-\nu^2}{E} = \frac{3K+4G}{4G(3K+G)} \quad (9a,b)$$

となるので、遅延弾性応答を表す Kelvin 体 ( $\{P\}=1, \{Q\}=\{G+\eta\partial_t\}$ ;  $\partial_t$  は時間微分演算子) に対し上述の変換を実施すると、地表面の水平および鉛直クリープ応答変位は次式で与えられる。

$$u_{z=0} = ap_0 \left[ \frac{3}{6K+2G} (1 - e^{-(3K+G)t/\eta}) \right] \begin{cases} r/2a; r \leq a \\ a/2r; r \geq a \end{cases} \quad (10a)$$

$$\begin{aligned} w_{z=0} &= \frac{ap_0(3K+4G)}{2\pi(3K+G)} \left[ \frac{1}{G} - \frac{3}{3K+4G} e^{-(3K+G)t/\eta} \right. \\ &\quad \left. - \frac{3K+G}{G(3K+4G)} e^{-Gt/\eta} \right] \cdot [(1-r/a)K(k) + (1+r/a)E(k)] \end{aligned} \quad (10b)$$

一方、Maxwell 体 ( $\{P\}=\{\partial_t+1/\tau\}, \{Q\}=\{G\partial_t\}$ ) について変位成分を求めると ( $\tau = \eta/G$  は遅延時間)

$$u_{z=0} = ap_0 \left[ \frac{3}{6K+2G} + \frac{1}{2K} (1 - e^{-3kt/\eta}) \right] \begin{cases} r/2a; r \leq a \\ a/2r; r \geq a \end{cases} \quad (11a)$$

$$w_{z=0} = \frac{ap_0}{2\pi} \left[ \frac{3K+4G}{G(3K+G)} + \frac{t}{\eta} + \frac{1}{K} (1 - e^{-3kt/\eta}) \right] \cdot [(1-r/a)K(k) + (1+r/a)E(k)] \quad (11b) \quad \text{となる。}$$

液状化時の飽和砂地盤の流動化現象は、液状化発生後は Maxwell 体のバネによる地盤の即時弾性変形とダッシュポットによる継続粘性流れ、振動停止後は Kelvin 体による遅延弾性応答として表現し得る可能性がある。

図-3 は振動土槽内のモデル地盤を対象に、砂層表面に直径 15cm、荷重強さ  $p_0=6.2\text{gf/cm}^2(0.61\text{kPa})$  の円形等分布が瞬間載荷された場合の表面鉛直変位の計算結果を示したものである。液状化飽和砂のポアソン比は 0.499 (非圧縮性) とし、弾性係数  $E=5\text{kPa}$ 、粘性係数  $\eta=5\text{kPa}\cdot\text{s}$  としている。加振は 10 秒間継続し、その間の飽和砂の粘弾性挙動を (11b) の Maxwell 体、それ以後は (10b) の Kelvin 体として計算したところ、載荷重による地盤の粘性変形の進行と加振停止後の変形の終息がうまく再現されている。計算結果を検証するため、解析条件と同じ状況に対する振動台実験を行った。載荷重には図-4 の直径 15cm のアクリル円筒の下端にゴム膜を貼り付け、内部に鉛散弾を所定の荷重強さになるよう充填し 10 秒間加振を行った。円筒模型は図-3 中に示したとおり実験後には中心部で約 7cm、筒端で約 5cm 沈下し解析結果に近い値が発現した。

### 5. まとめと課題

本研究では、液状化発生時における飽和砂(土砂-水混合体)の粘性係数を Stokes の法則を利用した球体沈降実験より求め、その値をもとに半無限弾性体表面に円形等分布荷重が載荷された場合の地表面変位解を粘弾性解に変換し、計算値を実験結果と比較した結果良好な整合性が得られた。課題として、砂層の相対密度に応じた粘性係数の大きさ、発生過剰間隙水圧と混合土砂全体の粘性の関係、加振停止後の過剰間隙水圧の消散(圧密)に伴う粘性係数の局所的変化等を把握することなどが必要と思われる。

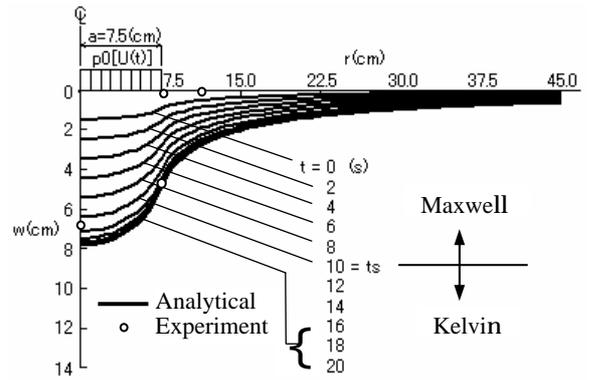


図-3 地表面鉛直変位の計算および測定結果

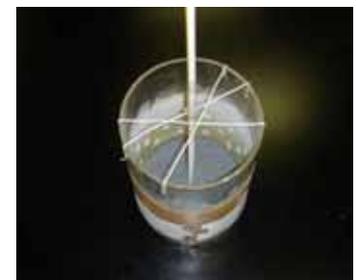


図-4 アクリル円筒模型

【参考文献】1) 武田倫直・本間重雄; 液状化時の飽和砂の振動特性と粘性測定, 第 35 回関東支部技術研究発表会, -34, 2008. 2) 木村孟著・最上武雄監修: 土の応力伝播, 土質工学基礎叢書 5, 鹿島出版会, 1978. 3) 近藤次郎, ラプラス変換とその応用, 培風館, 1977