

縮流部を有する開水路実験における跳水現象の基礎的研究

中央大学理工学部	学生員	○香月 亜記範
中央大学大学院	学生員	山下 千智
中央大学大学院	学生員	Maritess Quimpo
中央大学大学院	学生員	岡部 真人
中央大学理工学部	フェロー会員	山田 正

1. はじめに

これまでに跳水現象に関しては、跳水の形態、共役水深の関係、跳水長の特性などに関して多くの学術的研究がなされてきた。しかし縮流部開水路流れにおいて跳水現象が見られる条件の解明はいまだ不十分である。

そこで著者らは損失水頭を考慮しないベルヌーイの定理から、縮流部における水深の解析解を導出し、解の存在条件からエネルギーロスが発生しベルヌーイの定理が破綻していると思われる領域を示し、水路実験を行い跳水発生の有無とその条件を比較することで理論の検証を行った。

2. 開水路流れにおける縮流部水深の理論的導出及び解の存在条件

図-1 に示すような縮流部を有する開水路流れにおける水深について考える。(1)式は断面Ⅰ，断面Ⅱで成立する流量の連続式である。(2)式は断面Ⅰ，断面Ⅱにベルヌーイの定理を適用した式である。(1)式及び(2)式を連立して流速 v を消去すると，(3)式を得る。ここで y は上流の水深で除して無次元化した断面Ⅱの水深を表している。また，以降 $\varepsilon = (B_1 - B_2)/B_1$ を河幅縮小率と定義する。ここで(3)式を(4)式のように書き換え， y を(5)式を満たす x に置換すると(4)式は(6)式に書き換えられる。(6)式をカルダノの方法に従い解くと，(7)に示す3つの解が得られる。また(6)式より一般的な3次方程式の判別式を用いると3つの実数解を持つ条件は(8)式になる。これを横軸に河幅縮小率，縦軸に上流のフルード数を用いて図-3 に示す。曲線は(8)式の $R=0$ を満たす，ベルヌーイの定理の破綻境界を表している。(6)式が3つの実数解を持つ条件は図-3 に示す領域1及び領域3であり，虚数解を含む，すなわちベルヌーイの定理が破綻し跳水が発生すると推測される条件は領域2である。

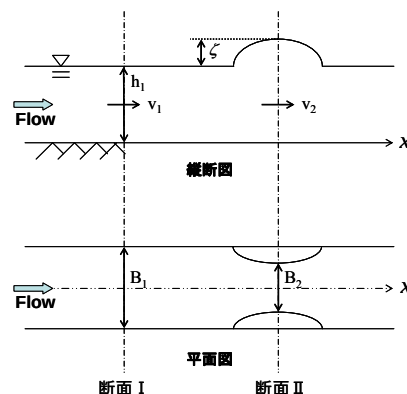


図-1 漸縮部を有する開水路流れ

・連続式

$$v_1 B_1 = v_2 (h_1 + \zeta) B_2 \quad (1)$$

・ベルヌーイの定理

$$\frac{1}{2g} v_1^2 = \frac{1}{2g} v_2^2 + \zeta \quad (2)$$

・(1), (2)式を連立して得られる式

$$y^3 - y^2 \left\{ 1 + \frac{1}{2} Fr_1^2 \right\} + \frac{1}{2} Fr_1^2 \frac{1}{(1-\varepsilon)^2} = 0 \quad (3)$$

$$\left[Fr_1 = \frac{v_1}{\sqrt{gh_1}}, y = h_1 + \frac{\zeta}{h_1}, \varepsilon = \frac{(B_1 - B_2)}{B_1} \right]$$

$$y^3 + ay^2 + c = 0 \quad (4)$$

$$\left[a = -\left\{ 1 + \frac{1}{2} Fr_1^2 \right\}, c = \frac{1}{2} Fr_1^2 \frac{1}{(1-\varepsilon)^2} \right]$$

$$x = y + \frac{a}{3} \quad (5)$$

$$x^3 + a_1 x + b_1 = 0 \quad (6)$$

$$\left[a_1 = -\frac{1}{3} a^2, b_1 = \frac{2}{27} a^3 + c \right]$$

・無次元化した水深の解析解

$$y = u + v - \frac{a}{3}, \omega u + \omega^2 v - \frac{a}{3}, \omega^2 u + \omega v - \frac{a}{3} \quad (7)$$

$$\left[u = \sqrt[3]{-\frac{b_1}{2} + \sqrt{R}}, v = \sqrt[3]{-\frac{b_1}{2} - \sqrt{R}}, \omega = \exp\left(\frac{2\pi i}{3}\right) \right]$$

・3つの実数解を持つ条件式

$$R = \frac{1}{4} b_1^2 + \frac{1}{27} a_1^3 < 0 \quad (8)$$

V:流速

h:水深

B:水路幅

ζ:水深増加

g:重力加速度

Fr:フルード数

ε:河幅縮小率

添字1, 2は断面を表す

3. 実験概要

実験に使用した水路の諸元を図-2 に示す。河床材料が鋼材の固定床の開

キーワード 縮流部，跳水，ベルヌーイの定理

水路である。下流部が急拡形状となっているが、本実験で再現した流れは全ケースにおいて射流であるため、その形状は上流部の流れに影響しないと考え下流部の形状は無視した。河幅縮小率は 0.2, 0.42, 0.63 となるよう設定した。実験の方法として、上流端流量を 15l/s で一定にし、河床勾配を最大 1/60 から最小 1/200 まで変えることによって上流のフルード数を変化させ、水路幅が狭まりきる断面より上流側で水面形の観察を行った。流速と水深の測定地点は水路幅が狭まりきった地点より 5m 上流の河道中央である。流速は電磁流速計、水深はポイントゲージを用いて計測した。

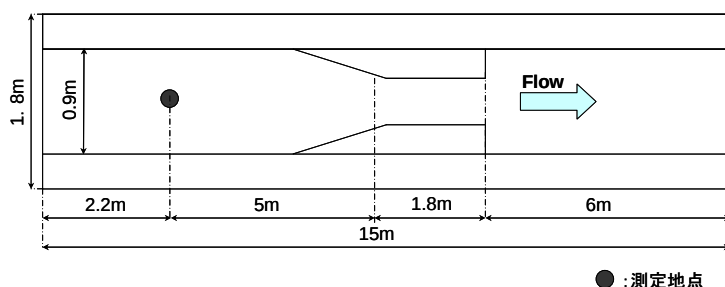


図-3 実験水路平面図

図-3に示す。河幅縮小率が 0.2, 0.42 のケースにおいて河床勾配を最大に設定し徐々に緩く変化させると、ある勾配に達した時点で縮流部内において跳水が発生し、更に勾配を緩くしていくと発生した跳水は上流側に遡上しながらその形状は薄れていった。河幅縮小率が 0.63 のケースでは同様の方法で観察を行ったところ、常に跳水は発生していた。また、本実験では河床の粗度が低いことから実験水路の勾配を最小に設定しても低いフルード数を与えることができず射流条件下での評価のみ行った。横軸は河幅縮小率、縦軸は上流のフルード数である。実験結果を見ると河幅縮小率が大きくなると跳水が発生せずに流れるフルード数の値は大きくなることからわかる。また、領域 1 に存在する 5 つの全てのケースで跳水は発生せずに流れ、領域 2 では 18 ケース中 16 ケースで跳水が発生している。これは、本研究の実験が、著者らが導いた理論とよく一致していることを示している。損失水頭を考慮しないベルヌーイの定理から導いた理論と実験値がよく一致した理由として考えられるのは、本研究で用いた実験水路の粗度が低く損失水頭の影響がなかったことが挙げられる。

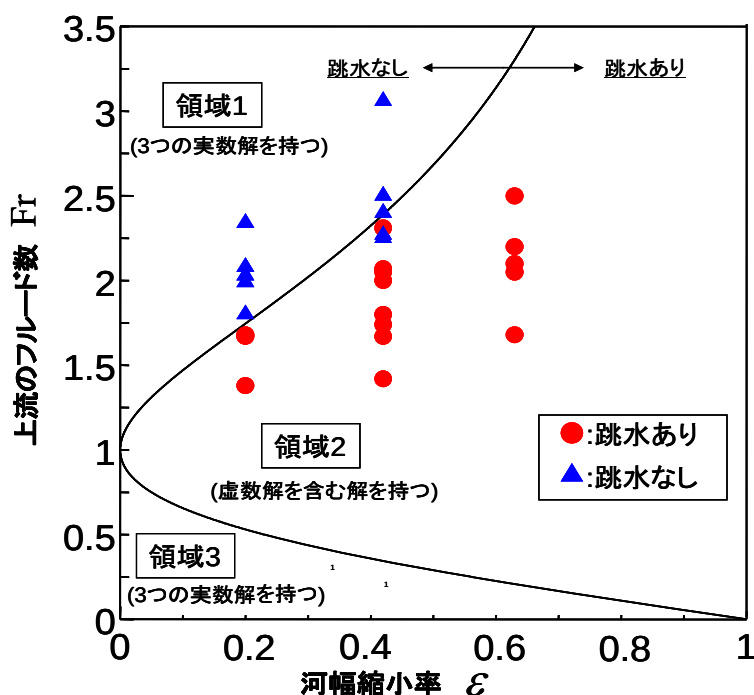


図-4 理論と実験値との検証

5. まとめ

本論文より得られた知見を以下に示す。

- 1) 河幅縮小率が大きくなると跳水が発生せずに流れるフルード数の値は大きくなることが分かった。
- 2) 著者らが理論的に導いたエネルギー保存の破綻境界と実験値とを比較して、両者がよく一致していることを示した。

6. 参考文献

高木隆一, 佐藤直良, 山田正: 幅の変化する水路(狭窄, 拡幅)を流れる不等流の水面形の解析解, 昭和 60 年度土木学会関東支部年次研究発表会講演概要集, Vol.13, pp.131-132, 1986